فصل اوّل
آموزش ریاضی چیست؟

آموزش ریاضی یا بهتر بگوییم تعلیم و تربیت در ریاضیات شاخه‌ای از علوم بشری است که به ویژه در سال‌های اخیر جایگاهی مهم در محافل علمی جهان و به طور خاص در کشورهای توسعه‌یافته پیدا کرده است. از سال ۱۹۶۲ پس از صدور بیانیه ۷۵ نفر از ریاضی‌دانان معروف دنیا، حرکت و توجهی جدی نسبت به موضوع آموزش ریاضی، به مثابه یک حوزه معرفتی مستقل و در عین حال مرتبط با ریاضیات، آمار، علوم تربیتی، روان‌شناسی و... به وجود آمد. در واقع بعد از بیانیه‌ی مذکور تلاش بر این است که به ویژه ریاضیات مدرسه از علمی برای نخبگان به علمی برای همگان (عمومی کردن ریاضیات) مبدل شود و ریاضیات مردمی[1] از جایگاه ویژه‌ای برخوردار شود.

از این زمان به بعد و با شروع تحول در آموزش و یادگیری ریاضی، بر درک مفاهیم و ایده‌های عمومی‌تر ریاضی برای تقویت قدرت استدلال یادگیرنده‌ها بیشتر تأکید شد و هم‌چنین رویکردهای جدیدی در کنار تأثیر ریاضیات بر توسعه نیروی تفکر مطرح شد.

آموزش ریاضی عرصه‌ی بررسی سؤالاتی است که برای پاسخگویی به آن‌ها نیاز به دیگر شاخه‌های دانش بشری از جمله تاریخ ریاضی، روان‌شناسی، جامعه‌شناسی، علوم تربیتی، آمار و... می‌باشد. هرکدام از این دانش‌ها در ابعاد مختلف با یکدیگر تفاوت‌های ماهوی و طبیعی دارند، از جمله در طبیعت سؤالات مطرح شده، چگونگی دسته‌بندی و فرموله کردن پرسش‌ها،

1. Ethnic mathematics

Scanned by CamScanner

چگونگی مفاهیم و محتوای تعریف شده و اصول کشف و تبیین موضوعاتی که امکان ارائه دانش جدیدی را به پژوهشگران می‌دهد. بنابراین، موضوعات قابل بحث در آموزش ریاضی از کمیت و کیفیت متفاوتی برخوردارند؛ به‌طوری که از جزیی‌ترین تا کلی‌ترین مباحث، از طبیعت و محتوای دانش ریاضی، فرایند یادگیری ریاضیات درکودکان و بزرگسالان، تفاوت‌های فردی و سبک‌های یادگیری فراگیران یا برنامه‌های خرد و کلان آموزشی و شیوه‌های تدریس ریاضی در این شاخه از دانش بشر قابل طرح‌اند. در واقع، آموزش ریاضی میدان بررسی و مطالعه گستره وسیعی از پرسش‌های گوناگونی می‌باشد که این پرسش‌ها طبیعت تحقیقی را که باید هدایت شود مشخص می‌کنند.

رویکردی نو

در عرصه‌ی کار ریاضی، دیدگاه‌های نوین آموزش ریاضیات بر موارد زیر تأکید جدّی دارد:

۱- اهمیّت تفکّر، استدلال و توسعه‌ی تفکّر ریاضی؛

۲- یادگیری معنی‌دار و بادلیل مفاهیم و مهارت‌های ریاضی و اجتناب از یادگیری‌های حافظه‌ای و طوطی‌وار؛

۳- توجّه به حل مسأله به عنوان عالی‌ترین شکل یادگیری و تقویت استراتژی‌های خودساخته در حل مسأله؛

۴- در نظر گرفتن تفاوت‌های فردی شاگردان در فعّالیّت‌های مرتبط با ریاضیّات؛

۵- توجّه به چگونگی شکل‌گیری مفاهیم ریاضی نزد شاگردان و کیفیّت تجربه‌ی آنان در درس ریاضی؛

۶- رسیدگی به پنداشت‌های غلط و بدفهمی‌های شاگردان و اصلاح علمی آن‌ها؛

۷- استفاده از سبک‌های متنوّع آموزشی و آموزش‌های شبکه‌ای و غیرخطّی در تدریس مفاهیم و مهارت‌های ریاضی و بهره‌جویی از فناوری‌های جدید اطلاعات و ارتباطات (ICT) و تأکید بر پرسشگری و خودپرسشی در فعّالیّت‌های ریاضی؛

۸- توجّه به جنبه‌های عاطفی، روانی شاگردان و کنترل فشارهای روانی ناشی از کار ریاضی؛

۹- توجّه به مطالعات فرهنگی، اجتماعی ریاضیات و مطالعات میان‌فرهنگی آن؛

Scanned by CamScanner

۱۰- سنجش و ارزشیابی علمی و عادلانه‌ی عملکرد و پیشرفت ریاضی شاگردان به عنوان بخش جدایی‌ناپذیر یاددهی- یادگیری ریاضیّات؛

۱۱- توجّه به کاربرد ریاضیّات در سایر علوم و زندگی واقعی انسان؛

۱۲- مردمی نمودن ریاضیّات و توسعه‌ی آموزش‌های غیررسمی آن

به علاوه، دیدگاه‌های جدید آموزش ریاضیات بر یادگیری ریاضی به عنوان فرایندی فعّال و سازنده تأکید اساسی دارد و انتقال غیرفعّال و بی‌روح مفاهیم و مهارت‌های ریاضی توسط معلّمان به فراگیران را رد می‌کند.

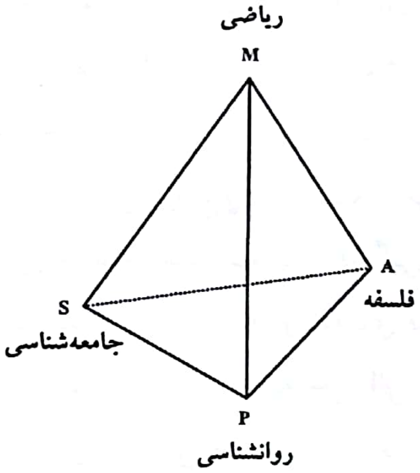
باید اذعان نمود که شیوه‌ها و نگرش‌های سنتی و معمول رفتار ریاضی افراد، خصوصاً برای ارزیابی مستقیم مهارت‌های سطح بالا در انسان مانند تفکر و سبک شناختی، نحوه استدلال و درک مفهومی، حل مسأله و توانایی برقراری ارتباط در درون و برون عالم ریاضی، محکوم به شکست است. در این زمینه باید روش‌هایی نو مبتنی بر تجزیه و تحلیل شناختی رفتار ریاضی فراگیران ابداع و ایجاد شود. این که در گذشته برخی از پژوهشگران تنها عامل تعیین کننده در آموزش ریاضی را دانش و محتوای ریاضیات می‌دانستند، دیگر به عنوان یک نگرش علمی طرفدار ندارد. امروزه سبک‌های شناختی (یادگیری) فراگیران، ظرفیت‌های عقلی و شیوه پردازش ذهنی اطلاعات علمی در آنان، تفاوت‌های فرهنگی، اجتماعی، خانوادگی، قومی، جنسی، انگیزشی و عمل یادگیری به مثابه جریانی فعال از سوی فراگیران و نیز چگونگی شخصیت معلم، شیوه‌های آموزشی و مدیریت او در کلاس، نحوه ایجاد ارتباط با شاگردان، تعقیب هدف‌های شناختی و رفتاری در طرح مباحث علمی و ترتیب ارائه آن‌ها در کلاس و توجه به آمادگی‌های روحی، ذهنی و مفهومی فراگیران مورد توجه پژوهشگران آموزش ریاضی است. طبعاً این عامل‌های متنوع و گوناگون در رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان و سنجش آن تأثیر و دخالتی اساسی دارند.

الگوی چهاروجهی مطالعه آموزش ریاضی

با توجه به تعامل و دخالت عرصه‌های گوناگون معرفتی در آموزش ریاضی به ویژه ابعاد چهارگانه طبیعت دانش ریاضی، فلسفه و معرفت‌شناسی، روان‌شناسی و جامعه‌شناسی، هیگنسون[1] (۱۹۸۰) الگویی چهاروجهی برای ارائه تصویری مناسب از مطالعه آموزش ریاضی ارائه داده است.

1. Higgenson

هیگنسون این الگوی آموزش ریاضی را (MAPS) می‌نامد و معتقد است که این الگو تصویر دقیق‌تری از مثلاً چهار خط موازی با هم ارائه می‌دهد؛ زیرا در این الگو جنبه‌های ارتباط متقابل و پویایی بین وجه‌ها به خوبی نشان داده می‌شود. برای نشان دادن کارایی این الگو طرح پرسش‌هایی مانند: چه ریاضی‌ای؟ چه موقع؟ چه کسی؟ کجا؟ چرا و چگونه در یادگیری ریاضیات می‌توانند مورد آزمایش قرار گیرند. برای مثال، بعد ریاضی می‌تواند پاسخگوی «چه» باشد در حالی که بعد فلسفی و معرفتی به «چرا»، بعد اجتماعی به «چه کسی» و «کجا» و بعد روان‌شناسی به «چه موقع» و «چگونه» پاسخ دهند. شکل ۱- ۱، الگوی مذکور را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۱- الگوی چهاروجهی مطالعه‌ی آموزش ریاضی هیگنسون

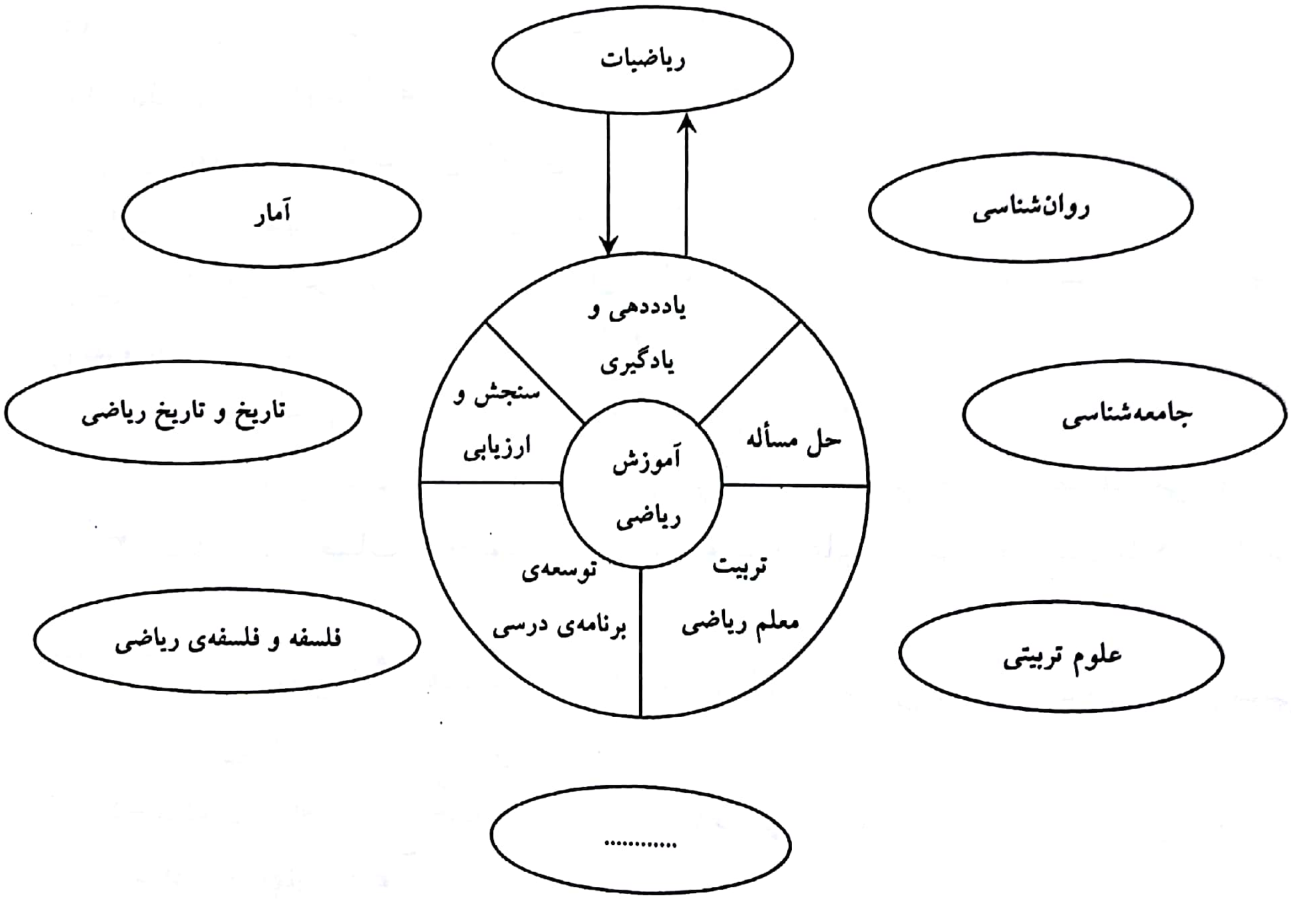
با این ساختار می‌توان به مطالعه‌ی تأثیر یک عامل بر عامل‌های دیگر نیز پرداخت. برخی از این ترکیب‌ها، حوزه‌های معرفتی تعریف شده‌ای هستند. برای مثال MA بیانگر فلسفه ریاضی است و به مطالعه مکتب‌های مختلف فلسفه ریاضی می‌پردازد و نقش عوامل فرهنگی- اجتماعی در وجه MPS واقع می‌شوند. الگوی چهاروجهی MAPS می‌تواند به ما در پیش‌بینی نقش آموزش ریاضی در اعتلای دانش ریاضی کمک کند و عرصه‌ی پژوهش در آن را گسترده‌تر سازد. این‌که چرا بسیاری از فراگیران در یادگیری ریاضیات دچار مشکل می‌شوند و یا موفقیت و افت تحصیلی ریاضی به چه معناست و چگونه می‌توان با شیوه‌ها و نظارت‌های علمی روند رفتار ریاضی را خواه در مدرسه و خواه در دانشگاه بهبود بخشید، با کمک الگوی

Scanned by CamScanner

هیگنسون قابل بررسی و ریشه‌یابی است.

همان‌گونه که در ابتدای این فصل گفته شد، آموزش ریاضی به‌عنوان یک حوزه‌ی تخصصی مستقل و میان‌رشته‌ای مطرح است که ضمن ارتباط عمیق و گسترده با ریاضیات، با دانش‌هایی چون روان‌شناسی، آمار، علوم تربیتی، جامعه‌شناسی، تاریخ، فلسفه و... نیز مرتبط است.

مدل ۱-۲، به طریقی گویا می‌تواند این ارتباطات را نشان دهد؛ به علاوه در مدل مذکور مقولاتی مانند یاددهی- یادگیری، حل مسأله، سنجش و ارزیابی، تربیت معلم ریاضی و برنامه‌های درسی نیز مورد توجّه قرار گرفته است.



مدل ۱-۲

اقتباس از کتاب: Mathematics education as a research domain: A Search for Identity. An ICMI study Book I, 1998

به هر حال می‌توان مدّعی شد که رسالت آموزش ریاضی و پژوهشگران در این عرصه از دانش بشری، بسترسازی مناسب رشد تفکّر و مهارت‌های ریاضی در شاگردان است تا معلمان و فراگیران ریاضی بتوانند با درک متقابل در دنیای پیچیده و در عین حال زیبای ریاضیات گام

Scanned by CamScanner

بردارند و از آن لذت ببرند.

◈ **یک پرسش مهم!** به‌عنوان یک ریاضی‌دان و یا معلم ریاضیات، آیا هرگز اندیشیده‌اید که چرا برخی یا بسیاری از فراگیران با ریاضیات مشکل دارند و آن را درس سختی می‌یابند؟ یا به عبارت دیگر، یادگیری معنادار برای آنان اتفاق نمی‌افتد؟ واقعاً به قول هنری پوانکاره[۱]، ریاضی‌دان مشهور، چه عامل‌هایی موجب ناتوانی در فهم درست مفاهیم و گزاره‌های ریاضی می‌شوند؟

بسیارند شاگردانی که با اندک تلاشی در درس‌هایی مانند علوم اجتماعی، تاریخ، جغرافیا، ادبیات و... ترسی از عدم موفقیت خویش نخواهند داشت؛ در حالی که به قول اسکمپ[۲] (۱۹۸۹)، بسیاری از افراد به ویژه نوجوانان به‌رغم تلاش زیاد در درس‌های ریاضی باز هم دچار بدفهمی[۳] یا نافهمی[٤] مطالب هستند و از بازده خوبی در کار برخوردار نمی‌باشند. به راستی چه تفاوت یا تفاوت‌هایی یاددهی- یادگیری ریاضی را از فراگیری سایر علوم متمایز می‌سازد؟ و چه تمهیداتی را باید برای رفع مشکلات یادگیری آن اندیشید؟ آسیب‌شناختی رفتار ریاضی فراگیران به چه معناست؟ مختصر آن که، در عرصه کار ریاضی با چند پرسش مهم روبه‌رو خواهیم بود:

۱- ریاضیات چگونه دانشی است و از چه طبیعتی برخوردار است؟

۲- رفتار ریاضی، پیشرفت ریاضی، تفکر ریاضی و توان ریاضی چگونه تعریف می‌شوند؟

۳- شاگردان، ریاضیات را چگونه یاد می‌گیرند و سبک‌های یادگیری متناسب با کار ریاضی کدامند؟

٤- یادگیری معنی‌دار[٥] و هوشمند در مقایسه با یادگیری طوطی‌وار و حافظه‌ای در ریاضی از چه ویژگی‌ها و تفاوت‌هایی برخوردارند؟

٥- معلمان، ریاضیات را چگونه باید آموزش دهند و از چه سبک‌های آموزشی در تدریس مفاهیم و مهارت‌های ریاضی استفاده نمایند؟

٦- شاگردان چگونه مسائل ریاضی را حل می‌کنند و به هنگام حل مسأله، چه فعل و انفعالات ذهنی برای آنان اتفاق می‌افتد؟

۷- بدفهمی و پنداشت‌های غلط شاگردان در درس ریاضی چگونه بروز می‌کند و از چه

1. Poincaré
2. Skemp

Scanned by CamScanner

سازوکار علمی برای رفع و اصلاح آن‌ها باید استفاده نمود؟ به‌طور کلی آسیب‌شناسی پیشرفت ریاضی شاگردان چیست؟

۸- تفاوت‌های فردی شاگردان در پیشرفت تحصیلی ریاضی آنان چه نقشی دارد؟

۹- دانش و مهارت شاگردان در درس ریاضی را چگونه باید سنجید و ارزیابی نمود؟

۱۰- کودکان و بزرگسالان چه تفاوت‌ها و شباهت‌هایی در فعالیت‌های ریاضی دارند؟

۱۱- عوامل مؤثر بر رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان کدامند؟

۱۲- مهم‌ترین رویکردها و مکتب‌های روان‌شناختی در حوزه‌ی آموزش ریاضیّات کدامند؟

یافتن پاسخ‌های علمی مناسب برای پرسش‌های بالا، نیازمند تحقیق و زمان زیادی است که طبعاً پرداختن به همه‌ی آن‌ها از حوصله و ظرفیّت این کتاب خارج است. با وجود این، تلاش می‌شود که نه‌چندان طولانی، سؤالات بالا مورد بحث و بررسی قرار گیرد. شاید پرداختن به نخستین سؤال و این‌که ریاضیّات چگونه درسی است و از چه طبیعتی به لحاظ معرفت‌شناختی برخوردار است، برای یک معلّم و برنامه‌ریز ریاضی از اهمیّت بالایی برخوردار باشد. این‌که مفاهیم و موجودات ریاضی کشف‌شدنی هستند یا ساخته و پرداخته‌ی ذهن انسان می‌باشند، محسوسند یا مجرّد و ارتباط میان محسوس یا مجرّد در آن‌ها چگونه است؛ نیازمند بحث و بررسی‌های فلسفی می‌باشد که از اهداف این کتاب به دور است.

طبیعت ریاضیات

یکی از مهم‌ترین ملاحظات زیربنایی در آموزش ریاضی، باور فرد نسبت به این مهم است که "ریاضی چیست؟" در این باب که طبیعت دانش ریاضی چیست، دیدگاه‌های گوناگونی وجود دارد؛ ولی همه بر تفاوت ذاتی مقوله‌های ریاضی با سایر علوم نظری و تجربی متّفقند و در این اندیشه مشترکند که تعریف‌ها، مفاهیم، قضیه‌ها و ساختمان‌های ریاضی مقولاتی مجردند و این تجرد در ریاضیات مدرن نیز تقویت شده است. ریاضیات اغلب به مثابه فرمول‌ها و رشته‌هایی خطی از قاعده‌ها، مهارت‌ها و مفاهیم ثابت و غیر قابل تغییر در زمان و بدون ارزش و کاربرد، ولی قابل اعتماد تصور می‌شود، ولی واقعیت این است که ریاضیات از این درک و تصورهای استرلیزه شده به دور است.

هالموس[1] (۱۹۶۸) می‌گوید: «**ریاضیات تفکر مجرد است، ریاضیات منطق محض است،**

Scanned by CamScanner

ریاضیات هنری خلاق است، همه این گزاره‌ها نادرست است، اما اندکی هم صحت دارد، همه این حرف‌ها از این که بگوییم ریاضیات عدد است یا ریاضیات اشکال هندسی است به حقیقت نزدیک‌تر است. از نظر یک متخصص ریاضیات محض، ریاضیات عبارت است از جفت‌وجور کردن منطقی مجموعه‌ای از مفروضات به دقت انتخاب شده به همراه نتایج شگفت‌آورشان از طریق یک اثبات مفهومی ظریف. بی‌تکلفی، پیچیدگی و بالاتر از همه تحلیل منطقی، نشان ویژه ریاضیات است.»

ریاضیات در واقع محصول کوشش خلاق فکر بشر است که با فرایندهای پیچیده‌ای مشتمل بر تجربه‌ی ایده‌ها و مفاهیم، درک و شهود آن‌ها و به کارگیری راهبردهای کلی تحقیقاتی، ایده‌های اشتباه و حک و اصلاح آن‌ها و همکاری‌های مشترک پدید آمده است. ریاضیات محصول تاریخی و فرهنگی انسان است و منعکس‌کننده بافت و زمینه‌ی اجتماعی است که در آن رشد و تکامل یافته است.

وایلدر[1] (۱۹۶۸) در کتاب تکامل مفاهیم ریاضی می‌نویسد که ریاضیات یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های فرهنگی جوامع مدرن امروزی است. تأثیر ریاضیات بر سایر عناصر علمی، فرهنگی، اقتصادی و روان‌شناختی آنچنان زیر بنایی وگسترده است که باید اذعان کرد زندگی امروز بشر و رشد فرهنگ توسعه و بستر سازی فرهنگی و سیستم‌های پیچیده‌ی اطلاع‌رسانی تقریباً بدون اثربخشی ریاضیات غیرممکن است.

هالموس می‌گوید: ریاضیات یک زبان است، زبانی دقیق وظریف و برای این طراحی شده است که انواع معینی از اندیشه‌ها را خلاصه‌تر، دقیق‌تر و سودمندتر از زبان معمولی بیان کند و سال‌ها طول می‌کشد تا بتوانیم آن را درست تکلم کنیم. همه ما می‌توانیم اندکی به این زبان صحبت کنیم، فقط به خاطر این که مقداری از آن همواره بر سر زبان‌ها بوده است، ولی ما این زبان را با لهجه و اغلب غیر دقیق تکلم می‌کنیم.

بنابر HMI (۱۹۸۵)، دلیل اصلی برای آموزش ریاضی اهمیت آن در تجزیه و تحلیل و ارتباط اطلاعات و ایده‌هاست. کاک کرافت (۱۹۸۲) نیز به طور مشابهی خاطرنشان می‌سازد که ریاضیات یکی از ابزارهای بسیارمهم ارتباط و تعامل است و به مثابه یگانه زبان جهانی در آمده است که موجبات بالندگی‌های فرهنگی، اجتماعی و زبانی را فراهم می‌آورد و دارای نمادها و ترکیب‌های پذیرفته شده در سراسر دنیا است (ارتون[2]، ۱۹۹۴).

Scanned by CamScanner

از سوی دیگر، به باور راسل[1] (۱۹۲۱)، ریاضی محض را می‌توان به‌عنوان دانشی تعریف کرد که در آن نمی‌دانیم درباره‌ی چه چیزی گفت‌وگو می‌کنیم و از صحت آن بی‌اطلاع هستیم یا آن‌گونه که کورانت و رابینس[2] (۱۹۴۱) می‌گویند ریاضیات را می‌توان طرز بیان اندیشه‌ی بشری دانست که منعکس‌کننده اراده‌ی فعال او، دلایل معنوی و میل برای نیل به تمامیت زیباشناختی است.

ریاضیات بر دو پایه‌ی منطق و خلاقیت استوار است و توسعه‌ی آن به دلیل مقاصد متنوع عملی و علاقه‌ی درونی افراد است. برای بسیاری از اشخاص معمولی و نه تنها ریاضی‌دانان حرفه‌ای، جوهر ریاضیات بر زیبایی و چالش‌های عقلانی استوار می‌باشد. برای بسیاری از دانشمندان و مهندسان، ارزش واقعی ریاضیات به میزان کارآیی آن در فعالیت‌های‌شان بستگی دارد. به دلیل ایفای نقش اساسی ریاضیات در فرهنگ مدرن، داشتن فهم اصولی از طبیعت دانش ریاضی، لازمه‌ی سواد علمی است.

ریاضیات، دانش الگوها و ارتباط‌هاست. به عنوان یک دانش نظری، ریاضیات ارتباط‌های ممکن میان مقولات مجرّد را جستجو می‌کند، فارغ از این‌که آن‌ها مانندهایی در دنیای واقعی دارند یا خیر. این مفاهیم مجرّد می‌توانند هر چیزی اعم از دنباله‌های اعداد، شکل‌های هندسی و یا مجموعه‌ی معادلات باشند (از کتاب Science for all Americans).

ریاضیات زبان اصلی علم است و مهم‌تر این‌که گرامر علم را فراهم می‌آورد. ریاضیات به خاطر طبیعت مجرّد خود، دانشی جهانی به حساب می‌آید؛ در حالی که سایر علوم ناشی از تفکّر انسان از چنین مشخصه‌ای برخوردار نیستند. ریاضیات در سایر عرصه‌های علمی مانند اقتصاد، بازرگانی، صنعت و فناوری، موسیقی، تاریخ علم، سیاست، پزشکی، ورزش و علوم تندرستی، مهندسی، کشاورزی، علوم طبیعی، علوم اجتماعی و... کاربردهای خود را دارد. زبان نمادین ریاضیات، زبانی جهانی و ارزشمند است که بدون ابهام در خدمت یافته‌های علمی و اندیشه‌ها قرار می‌گیرد. گزاره‌ی $\delta = \frac{F}{m}$ تنها شیوه‌ی ساده و گویایی نیست که می‌گوید شتاب یک شیئ وابسته به نیروی بکار رفته در آن و جِرمش می‌باشد، بلکه $\delta = \frac{F}{m}$ گزاره‌ی دقیقی است که ارتباط کمی میان متغیرهای سه‌گانه‌ی شتاب (δ)، نیروی به‌کار رفته (F) و جرم (m) را نشان می‌دهد.

---

1. Russel

Scanned by CamScanner

ریاضیات و فناوری نیز ارتباط سودمند و توسعه‌یابنده‌ای را با یکدیگر رقم زده‌اند. به عنوان مثال، ریاضیات در حوزه‌ی پیوندها و زنجیرهای منطقی به‌گونه‌ای گسترده در طراحی سخت‌افزار کامپیوتر و تکنیک‌های برنامه‌نویسی مشارکت نموده است.

نقش ریاضیات در توصیف سیستم‌های پیچیده‌ای که رفتارهای آن‌ها توسط رایانه قابل شبیه‌سازی است، غیرقابل انکارست. فناوری اطلاعات و کامپیوتر به نوبه‌ی خود عرصه‌های جدیدی را به روی ریاضیات حتّی در طبیعت اثبات‌های ریاضی گشوده است و نیز به حلّ مسائل دشوار قبلی کمک نموده است.

ریاضیات بر خلاف تصور عامه، تنها علم اعداد و ارقام و شکل‌های هندسی نمی‌باشد و چیزی بیش از حساب کردن است. ریاضیات مدرن بر ایده مجموعه‌ها استوار است و بر این پایه فضاهای انتزاعی و مجرد، میدآن‌های جبری و فضاهای توپولوژیکی و ساختمآن‌های ریاضی پدید می‌آیند و روابط و استنتاج‌های منطقی شکل می‌گیرند. در عالم ریاضی می‌توان بدون دستکاری جهان خارج، تعریف‌ها، گزاره‌ها و ساختارهای ریاضی را ایجاد، اثبات و یا نقض کرد و بر خلاف روش‌های فرضیه آزمایی علوم تجربی نتایج مسلم و قطعی گرفت. الگوهای ریاضی در واقع سیستم‌های قانونمند و هدفداری هستند که ارتباط دنیای ریاضی و زبان نمادین و روابط صوری آن را با جهان واقع و با سایر شاخه‌های دانش بشری برقرار می‌سازد.

می‌توان گفت: ریاضیات دانشی تراکمی و پیوسته است که هر مقوله و مفهوم آن بر پایه‌ی مقوله‌ها و مفاهیم دیگری استوار است. این ارتباط زنجیره‌ای است که هر گسستگی در آن موجب ایجاد مانع در آموزش و یادگیری ریاضیات به ویژه در مراحل بعدی می‌شود.

محتوای دانش ریاضی

در یک جمع‌بندی کلی می‌توان مدعی شد که دانش ریاضی از محتوایی شامل موارد زیر برخوردار است:

۱) اصول موضوعه؛

۲) تعریف‌ها و توصیف‌ها؛

۳) ساختمان‌های ریاضی؛

٤) قضیه‌ها، لم‌ها و نتایج

Scanned by CamScanner

در فرایند تفکر ریاضی و انجام تکلیف‌های مربوطه چگونگی ارتباط میان موارد چهارگانه فوق همراه با قیاس‌ها و استنتاج‌های منطقی، کار جدی دانش‌پژوهان ریاضی را تشکیل می‌دهد.

ریاضیات به عنوان یک مؤلفه‌ی فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی

آیا ریاضیات به عنوان یکی از مهم‌ترین دانش‌های بشری در جامعه‌ی مدرن امروزی می‌تواند به دور از تأثیر و تأثرات فرهنگی- اجتماعی باشد؟ به عبارت دیگر، آیا ریاضیات با توجّه به سابقه‌ی کهن و تاریخی خود، عرصه‌ای فرهنگ‌بسته و جامعه‌بسته است یا بر کنار از اثربخشی‌های فرهنگی، اجتماعی و خانوادگی است؟ یافته‌های علمی، واقعیت‌های تجربی و شواهد تاریخی نشان می‌دهد که ریاضیات همواره نقش اساسی در توسعه‌ی فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی ملّت‌های مختلف ایفا نموده است. به عنوان مثال، تاریخ فرهنگی ایران و جهان اسلام، پر از ایده‌های ریاضی است که توسط دانشمندانی مانند خوارزمی، عمر خیّام، الکاشی و... مطرح شده است. نقش ریاضیّات در تغییر الگوهای زندگی و تحوّل در دانش‌ها و فناوری‌های مختلف از جمله فناوری‌های اطلاعات و ارتباطات (ICT)، آموزش و پرورش، مدل‌های اقتصادی، حمل‌ونقل و ترافیک، بهداشت و درمان و خلاصه بهبود کیفیت زندگی غیرقابل تردید است. امروزه پیش‌بینی و طبعاً پیشگیری بسیاری از بیماری‌ها از جمله سرطان، بیماری‌های قلبی- عروقی و عفونی مانند ایدز (HIV) با کمک مدل‌های ریاضی و آمار، امری بدیهی است. این‌که در سال ۱۴۰۰ هجری شمسی، چند درصد از جمعیت کشور در شهرها و چند درصد در روستاها زندگی خواهند نمود یا میزان رشد جمعیت ایران در سال ۱۴۰۰ چگونه قابل پیش‌بینی است؟ نرخ رشد جمعیت بیکار تحصیل‌کرده یا نرخ رشد تورّم و نقدینگی در چند سال آینده به چه میزانی است، همه و همه با کمک ریاضیات و مدل‌های ریاضی قابل مطالعه و پیش‌بینی است. ریاضیات در تعاملات و ارتباطات انسانی هم دارای نقش اساسی است. واقعیت این است که فعالیت‌های ریاضی در جامعه، تنها در کلاس درس و توسط معلّمان ریاضی و شاگردان خلاصه نمی‌شود؛ بلکه بسیاری از این فعّالیّت‌ها در بیرون از مدرسه و در صحنه‌ی واقعی زندگی اتفاق می‌افتد. تحقیقات نشان می‌دهد که در بسیاری موارد، بچه‌ها ریاضیات را در خلال ارتباط با محیط و فعّالیّت‌های واقعی زندگی روزمرّه‌ی خود بهتر می‌آموزند. اصطلاح ریاضیّات خانه در کنار ریاضیّات مدرسه، بیانگر این مهم است که

آموزش‌های غیررسمی[1] ریاضی در کوچه و خیابان و بازار و خانه اتفاق می‌افتد و اتفاقاً در مقایسه با آموزش‌های رسمی و مدرسه‌ای برای بچّه‌ها طبیعی‌تر و لذّت‌بخش‌تر می‌نماید. بچه‌های کار خیابانی در برزیل و بسیاری از کشورهای در حال توسعه، توانایی‌های خود را در محاسبات و عملیّات ذهنی به هنگام خرید و فروش کالا به مشتریان خود در خیابان‌ها به خوبی نشان می‌دهند. این کودکان از ۸ و ۹ سالگی فعّالیّت‌های ریاضی خود را در یک عرصه‌ی واقعی و در کوچه و خیابان شروع می‌کنند و با سرعت و دقّت بهتر از مشتریان خویش محاسبات ذهنی‌شان را انجام می‌دهند (نانس[2] و همکاران، ۱۹۹۳). برخی محققان از جمله اوبری[3] (۱۹۹۳)، در تحقیقات خود به دنبال پاسخ علمی مناسب برای این پرسش مهم هستند که دانش و تجربه، ریاضی کودکان در کلاس ریاضی را چگونه ساماندهی نماییم که اثرات مخرّب در ارتباط میان ریاضیات مدرسه و ریاضیات خانه کاهش یابند. به علاوه فعّالیّت ریاضی، دربردارنده‌ی ارزش‌ها، باورها و انتخاب‌های شخصی است و در خانواده با عواملی چون تحصیلات و شغل والدین و میزان حضورشان در خانه ارتباط دارد. در مطالعه‌ای، گرین و همکاران‌اش (۱۹۹۵)، ارتباط بسیار نیرومندی را میان میزان تحصیلات پدر و مادران و پیشرفت ریاضی فرزندان دبیرستانی آنان پیدا نمودند. در این تحقیق، والدین برحسب میزان تحصیلات‌شان به گروه‌هایی چند از جمله کمتر از دبیرستان، دبیرستان، تحصیلات ناتمام دانشگاهی، دانشگاهی و تحصیلات عالیه (تکمیلی) تقسیم شده بودند. نتایج حاصله نشان می‌داد که ۵۱/۹٪ بچه‌هایی که والدین آنان با تحصیلات کمتر از دیپلم بودند و ۴۳/۱٪ بچه‌هایی که والدین آنان دیپلم بودند در ریاضیّات از خود ضعف نشان می‌دادند. به موازات افزایش تحصیلات پدر و مادران، درصد بچه‌هایی که دچار مشکل بودند هم کمتر می‌شد؛ تا جایی که ۲۵/۷٪ و ۱۴/۶٪ فرزندان والدین با تحصیلات ناتمام دانشگاهی و دانشگاهی در مهارت‌های ریاضی دچار مشکل بودند. جالب است که تنها ۸/۳٪ فرزندان افراد با تحصیلات عالیه‌ی دانشگاهی در ریاضیات از خود ضعف نشان می‌دادند. به علاوه، ۵۹/۴٪ شاگردان موفق و دارای پیشرفت خوب در ریاضی فرزندان همین والدین بودند؛ در حالی‌که بچه‌های موفق کسانی که تحصیلات کمتر از دیپلم دبیرستانی داشتند، تنها رقم ۱۰/۵٪ را نشان می‌داد.

در تحقیقی دیگر (علم‌الهدایی و شیرزاد، ۱۳۸۰)، ارتباط میان شغل و میزان تحصیلات پدر

Scanned by CamScanner

خانواده و عملکرد ریاضی فرزندان آنان در دوره‌ی راهنمایی تحصیلی مورد بررسی قرار گرفت. در این مطالعه، شغل پدران به چهار دسته ۱- مشاغل خدماتی، ۲- فنّی، ۳- کارشناسی و ٤- مشاغل آزاد تقسیم گردید. بررسی‌های آماری نشان داد که تفاوت عملکرد ریاضی بچه‌هایی که پدران آنان دارای شغل آزاد بودند، با سایر مشاغل معنی‌دار بود؛ به‌علاوه، میانگین نمرات ریاضی بچّه‌ها به ترتیب از مشاغل آزاد، خدماتی، فنّی و کارشناسی افزایش می‌یافت. به عبارت دیگر، میانگین نمره‌ی ریاضی شاگردانی که پدران آنان دارای شغل آزاد بودند، با ۹/۵ نمره کمترین مقدار و کسانی که پدران‌شان دارای مشاغل کارشناسی بودند، با نمره‌ی ۱۶/٤ بیشترین مقدار بود.

پدران نیز برحسب میزان تحصیلات، به سه دسته‌ی ۱- کمتر از دیپلم، ۲- دیپلم و فوق‌دیپلم و ۳- کارشناسی تقسیم شدند. نتایج پژوهش نشان داد که با افزایش مدرک تحصیلی پدران، میانگین نمره‌ی ریاضی فرزندان آنان هم افزایش می‌یافت.

به نظر می‌رسد میزان حضور و یا عدم حضور پدر و مادر در خانواده و یا چندشغله بودن آنان، در رفتار و پیشرفت ریاضی فرزندان‌شان مؤثر باشد؛ هر چند که بررسی‌های بیشتری در این خصوص موردنیاز است. حضور پدر، فارغ از میزان تحصیلات و یا شغل وی، در تقویت کلامی بچّه‌ها مؤثر است. بنابر برخی تحقیقات، دانشجویان آمریکایی که پدران خود را در جنگ ویتنام از دست داده بودند، در رقابت با سایر همکلاسی‌هایشان عملکرد ریاضی نامطلوب‌تری را از خود نشان می‌دادند.

مقایسه‌های میان‌فرهنگی نیز اطلاعات جالبی را در زمینه‌ی جایگاه ریاضیّات، وضعیّت تحصیلی و پیشرفت ریاضی دانش‌آموزان ملّت‌ها و جوامع مختلف، چگونگی رویکرد معلّمان ریاضی، والدین و برنامه‌ریزان را ارائه می‌دهد. تفاوت میان این رویکرد نشان می‌دهد که چگونگی بافت فرهنگی، اجتماعی، قومی و خانوادگی در کشورهای مختلف دنیا بر توسعه‌ی ریاضی و پیشرفت ریاضی فرزندان آنان مؤثر است.

واژه و تعبیر ریاضیّات قومی که برای نخستین بار در اواخر دهه‌ی ٦۰ میلادی توسط ریاضی‌دان برزیلی به نام Ubiratan Dambrasio به کار گرفته شده است، از همین منظر قابل تأمّل است.

برخی صاحب‌نظران، واژه‌ی ریاضیّات قومی را برای مطالعه‌ی ریاضیّات در فرهنگ‌های مختلف بکار می‌برند و جمعی نیز آن را به عنوان راهی برای ارتباط بیشتر دانش ریاضی با فرهنگ‌های گوناگون و یا گروه‌های متفاوت مردمی می‌دانند. اکنون، ریاضیّات قومی را به

Scanned by CamScanner

عنوان ابزاری برای فهم بیشتر تفاوت‌های فرهنگی به شمار می‌آورند. امروزه ترکیب قومی و جمعیّتی کلاس‌های ریاضی به ویژه در کشورهای توسعه‌یافته و مهاجرپذیر تغییر اساسی یافته است و طبعاً تفاوت‌های فرهنگی، اجتماعی و زبانی در این کلاس‌ها رو به افزایش است که بر پیشرفت تحصیلی شاگردان مؤثّر می‌باشد. بیشاپ[1] (۱۹۹۱)، معتقد است که آموزش در ریاضیات چیزی بیش از آموزش پاره‌ای از مفاهیم و مهارت‌های ریاضی به شاگردان است. آموزش ریاضی نیازمند دادن آگاهی‌های اساسی نسبت به ارزش‌هایی است که ریاضیّات بر آن‌ها مبتنی است؛ هر چند که آموزش جنبه‌های شناختی برای بچّه‌ها از پیچیدگی زیادی برخوردار است. این کافی نیست که ما تنها ریاضیّات را به بچّه‌ها یاد دهیم، بلکه تعلیم و تربیت آنان در حوزه‌ی ریاضیّات و به کمک ریاضیّات یک ضرورت است.

ریاضیّات قومی به آن شکل از ریاضیّات گفته می‌شود که آمیخته با فعّالیّت‌های فرهنگی- اجتماعی است و به گونه‌ای متفاوت با فعّالیّت‌های ریاضی به عنوان کار صرفاً ریاضی است. به عنوان مثال، فعّالیّت‌های اقتصادی و بازرگانی، مسکن‌سازی، تبدیل ارزهای مختلف به هم، الگوهای هندسی و معماری به ویژه در اماکن مذهبی، اندازه‌گیری‌های مختلف، بسیاری از اعمال دینی، حرکت در ترافیک و حمل‌ونقل و...، همه و همه فعّالیّت‌های ریاضی آمیخته با فرهنگ و جامعه است.

ریاضیّات قومی، هدف‌های خود را از تجربه‌ها و رفتارهای فردی فراگیران و جوامع می‌گیرد تا نه تنها یادگیری ریاضیّات را معنی‌دارتر نماید، بلکه مهم‌تر آن‌که بینش و بصیرتی در فراگیران به وجود آورد که دانش و تجربه‌ی ریاضی را آمیخته با جنبه‌های فرهنگی- اجتماعی خود بیابند. امروزه تأکید می‌شود که تکالیف و فعّالیّت‌های ریاضی شاگردان متناسب با بافت فرهنگی- اجتماعی آنان طراحی و انتخاب گردد؛ زیرا باورها و نگرش‌های شاگردان محصول میراث فرهنگی- اجتماعی و خانوادگی آنان است. خلاصه این‌که ریاضیّات بیش از مهارت‌های اصلی حساب اهمیّت دارد و در هر جامعه‌ای، وسیله‌ای برای رشد مهارت‌های شناختی عالی و تفکّر منطقی دانش‌آموزان است (مویس و رینولدز[2]، ۲۰۰۱).

دیدگاه‌های فرهنگی، تاریخی و آموزش ریاضی

شاید جالب باشد که بدانید دیدگاه‌های روان‌شناس روسی به نام ویگوتسکی[3]، امروزه به

Scanned by CamScanner

عنوان یکی از چارچوب‌های راهنما و هدایت‌گر برای نوسازی و اصلاحات آموزش ریاضی در ایالت متحده‌ی آمریکا مورد استفاده قرار گرفته است.

به راستی، چرا نظرات ویگوتسکی برای تحوّل و نوسازی آموزش ریاضیّات برای حال و آینده شایسته و مناسب تشخیص داده شده است؟!

واقعیّت این است که ویگوتسکی جنبه‌های فرهنگی، اجتماعی و تاریخی را در رشدشناختی انسان بسیار بااهمیّت می‌داند و بر این باورست که رشدشناختی کودک عمدتاً به محیط و مردمی که در دنیای او زندگی می‌کند وابسته است. دانش‌ها، اندیشه‌ها، نگرش‌ها و ارزش‌های فرد در تعامل با محیط و دیگران شکل می‌گیرد و تحوّل می‌یابد. تأکید ویگوتسکی بیشتر بر تعامل میان انسان و زمینه‌ی اجتماعی او می‌باشد؛ زیرا کودک عمدتاً از طریق این تعامل روابط اجتماعی را به صورت کارکردهای ذهنی و شناختی درمی‌آورد. فرایند تبدیل روابط اجتماعی به کارکردهای عالی ذهنی نه به‌طور مستقیم که از طریق یک واسطه یا بنا به گفته‌ی ویگوتسکی یک علامت امکان‌پذیر می‌گردد. به عنوان مثال، شاگردان یاد می‌گیرند که راه‌حل ساده‌تر مسائل کلامی (داستانی) در ریاضیّات مدرسه این است که از حرف x، برای مقدار مجهول استفاده کنند و با کمک معادلاتی که تشکیل می‌دهند، به جواب مسأله دست یابند (دریکسول، ۱۹۹٤ به نقل از سیف، ۱۳۸٤).

کاربردهای نظریّه‌ی ویگوتسکی در آموزش از جمله آموزش ریاضیّات قابل تأمّل است. در نظریّه‌ی او، بر اهمیّت زبان تأکید زیادی شده است و با توجّه به تأکیدش بر مسائل فرهنگی- اجتماعی لازم است مطالب درسی در یک بافت فرهنگی- اجتماعی آموزش داده شوند و در تمام مقاطع تحصیلی، این مسائل مورد غفلت قرار نگیرند.

مطالعات میان‌فرهنگی و آموزش ریاضیّات

رویکرد فرهنگی- اجتماعی، تأثیرات محیط اجتماعی فرهنگی بر رفتار فرد را مورد مطالعه قرار می‌دهد. این رویکرد می‌گوید: برای آنکه رفتار یک نفر را در عرصه‌های مختلف به‌طور کامل درک نماییم باید بافت فرهنگی- اجتماعی رفتار او را بشناسیم (سانتراک، ۲۰۰۳).

مطالعات میان‌فرهنگی[1] نیز اطلاعات جالب و مفیدی از وضعیّت تحصیلی و پیشرفت علمی شاگردان در حوزه‌های مختلف از جمله ریاضیّات را در اختیار ما قرار می‌دهد.

1. Cross- Cultural

Scanned by CamScanner

چگونگی رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان، رویکرد معلّمان و مربّیان ریاضی، والدین و برنامه‌ریزان در میان ملل و جوامع مختلف قابل توجّه و تأمّل است. این مطالعات به خوبی نشان می‌دهد که چگونه ویژگی‌های فرهنگی- اجتماعی، قومی و خانوادگی در کشورهای گوناگون دنیا بر عملکرد ریاضی فرزندان آنان و به‌طور کلّی توسعه‌ی ریاضیّات مؤثّر می‌باشد.

هارولد استیونسون و همکارانش (۱۹۹۲، ۱۹۹۵، ۱۹۹۷ و ۲۰۰۰ به نقل از سانتراک، ۲۰۰۳)، میان چند کشور از جمله آمریکا، چین، تایوان و ژاپن پنج مطالعه‌ی میان‌فرهنگی انجام دادند. در این پنج مطالعه، عملکرد دانش‌آموزان آسیایی همواره از عملکرد آمریکایی‌ها بهتر بود و هر چه سال‌های تحصیلی بیشتر می‌شد، فاصله‌ی عملکرد شاگردان آسیایی و آمریکایی بیشتر می‌شد. استیونسون و همکارانش برای فهمیدن این تفاوت‌های میان‌فرهنگی هزاران ساعت مشاهده‌ی کلاسی، مصاحبه و نظرسنجی از معلّمان، دانش‌آموزان و پدر و مادران انجام دادند و به نتایج زیر رسیدند:

۱- آنان پی بردند که معلّمان آسیایی، وقت بیشتری صرف آموزش ریاضیّات می‌کنند؛ به عنوان نمونه، در ژاپن بیش از یک‌چهارم کل وقت کلاس اوّل صرف آموزش ریاضی می‌شد؟ امّا در آمریکا، این زمان به یک‌دهم تقلیل می‌یافت. به علاوه، دانش‌آموزان آسیایی به‌طور متوسط سالانه ۲۴۰ روز مدرسه می‌رفتند؛ در حالی‌که در آمریکا ۱۷۸ روز در مدرسه درس می‌خواندند.

۲- پدر و مادران آسیایی و آمریکایی هم با یکدیگر متفاوت بودند. انتظارات تحصیلی و پیشرفت‌خواهی پدر و مادران آمریکایی خیلی کمتر بود و بیش از والدین آسیایی معتقد بودند که پیشرفت فرزندان‌شان در ریاضیّات بیشتر ناشی از توانایی‌های ذاتی آنان است. برعکس پدر و مادران آسیایی، پیشرفت ریاضی فرزندان خود را نتیجه‌ی تلاش‌شان می‌دانستند.

۳- دانش‌آموزان آسیایی بیش از آمریکایی‌ها در منزل تکلیف ریاضی انجام می‌دادند و پدر و مادران آسیایی بیشتر از والدین آمریکایی در انجام تکالیف ریاضی فرزندان‌شان در منزل به آنان کمک می‌نمودند.

محققان در مطالعه‌ی میان‌فرهنگی دیگری در زمینه‌ی آموزش ریاضی، سه کشور آمریکا، ژاپن و آلمان را با یکدیگر مقایسه کردند و به یافته‌های زیر رسیدند (استیگلر و هیبرت[1]، ۱۹۹۷).

---

1. Stigler & Hiebert

۱- دانش‌آموزان ژاپنی درمقایسه بادانش‌آموزان‌آمریکایی و ژاپنی، وقت کمتری را صرف مسائل معمولی‌ریاضی می‌نمودند و وقت خودرابیشترصرف ابداع، تحلیل و اثبات مسأله‌ها می‌کردند.
۲- روش تدریس معلّمان ژاپنی از تدریس معلّمان آمریکایی و آلمانی مستقیم‌تر بود.
۳- معلّمان ژاپنی بیشتر بر تفکّر ریاضی تأکید می‌کردند و معلّمان آمریکایی و آلمانی بیشتر بر مهارت‌های ریاضی مانند حل یک مسأله‌ی خاص یا استفاده از یک فرمول خاص توجّه داشتند.
٤- در ژاپن، بر یادگیری مشارکتی و همکاری با دیگران در یادگیری ریاضیّات تأکید جدّی می‌شد.

نتیجه‌ی مهمّی که از این مطالعات میان‌فرهنگی می‌توانیم بگیریم، اینست که یادگیری و پیشرفت، به زمان بستگی دارند. هر چه دانش‌آموزان وقت بیشتری را صرف یادگیری نمایند، احتمال یادگیری و دستیابی آنان به معیارهای سطح بالا بیشتر می‌شود (سانتراک، ۲۰۰۳).

✍ **پروژه!** آیا می‌توانید در قالب یک طرح پژوهشی یافته‌های فوق را درباره‌ی ایران مورد مطالعه قرار دهید؟

مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیّات و علوم (TIMSS)[1]

انجمن بین‌المللی تعلیم و تربیت در دهه‌ی ۱۹۶۰ شروع به کار کرد و در سه مرحله عملکرد کودکان کشورهای بسیاری را در ریاضیّات مورد مطالعه قرار داد. نخستین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیّات (FIMS)[2] در دهه‌ی ۱۹۶۰ انجام شد. دوّمین مطالعه (SIMS)[3]، در دهه‌ی ۱۹۸۰ و سوّمین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیّات و علوم (TIMSS) در دهه‌ی ۱۹۹۰ اجرا گردید.

این مطالعات، یافته‌های ارزشمندی در مورد عملکرد تطبیقی کودکان در جنبه‌های مختلف ریاضیّات داشته است. نتایج این آزمون‌ها نشان می‌دهد که دانش‌آموزان برخی از کشورهای جنوب شرق آسیا مثل سنگاپور، کره و هنگ‌کنگ عملکردی بالا و شاگردان کشورهایی مانند بلژیک و جمهوری چک نیز دارای عملکردی بالاتر از میانگین داشته‌اند. در آمریکا و انگلستان، عملکرد ریاضی شاگردان در این آزمون‌ها مطلوب نبوده است. در واقع، دانش‌اموزان این دو کشور گرایش به کسب نمرات متوسط دارند. با بررسی زیرمجموعه‌های این آزمون‌ها، آشکار می‌گردد که برای مثال دانش‌آموزان انگلیسی در هندسه نسبتاً خوب و در حل مسأله بسیار

1. Third International Mathematics and Science Study
2. First International Mathematics Study
3. Second International Mathematics Study

Scanned by CamScanner

خوب عمل می‌کنند؛ امّا عملکرد آنان در مهارت‌های عددی پایه و حساب بسیار ضعیف است. TIMSS در فاصله‌ی سال‌های ۱۹۹۱ تا ۱۹۹۵، عملکرد ریاضی بیش از پانصد هزار دانش‌آموز در سن‌های ۹، ۱۳ و ۱۸ سالگی در ٤۵ کشور دنیا را مورد مطالعه قرار داد. به منظور آشنایی با برنامه‌های درسی ریاضی، بیش از ۱٦۰۰ برنامه‌ی درسی و کتاب‌های مورد استفاده مورد مطالعه و بررسی قرار گرفتند. این‌که معلّمان ریاضی چه چیزهایی را درس می‌دهند، چگونه درس می‌دهند و چرا این شیوه‌های تدریس را برای بیان مفاهیم و مطالب ریاضی انتخاب کرده‌اند، از جمله موضوعات مورد علاقه‌ی مطالعه‌ی TIMSS بوده است. بررسی دلایل ضعف و قوّت شاگردان در بخش‌های مختلف ریاضی و چگونگی عملکرد آنان در حل مسأله، از جمله اهداف مهم این مطالعه‌ی بین‌المللی و در واقع میان‌فرهنگی بوده است.

به نظر می‌رسد که بنابر یافته‌های TIMSS، سیاست‌ها و الگوهای آموزشی برخی از کشورها برای سایرین قابل تأمّل باشد و حتّی با توجّه به ملاحظات بومی و فرهنگی‌شان قابل اقتباس باشد. هر چند چنین اقتباسی به آسانی میسّر نمی‌باشد، زیرا در این مطالعات ثابت شده است که ریشه‌های فرهنگی کشورها به عنوان عناصر کلیدی در اثربخشی شیوه‌ها و الگوهای آموزشی ریاضیّات در آن‌ها دخالت داشته‌اند. متأسفانه ایران به عنوان یکی از ٤۵ کشور شرکت‌کننده در مطالعات TIMSS، موفق به اخذ نتایج مطلوبی نشد و در جایگاه مناسبی قرار نگرفت. به عنوان مثال، بدون توجّه به عوامل اثرگذار، عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در پایه‌ی سوّم از ۳۷ کشور پایین‌تر می‌باشد و تفاوت مشاهده شده در همه‌ی ۳۷ مقایسه، از نظر آماری معنی‌دار است.

در پایه‌های بالا یعنی دوّم و سوّم راهنمایی، عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ما به ترتیب از ۳٦ و ۳۷ کشور شرکت‌کننده پایین‌تر است (کیامنش و نوری، ۱۳۷٦).

متأسفانه تحلیل یافته‌های TIMSS نشان می‌دهد که عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در سطوح استدلال منطقی، حل مسأله و توجیه منطقی ضعیف است؛ در حالی‌که اکثر معلّمان ریاضی در ایران معتقدند که توانایی تفکّر خلّاق و توانایی فراهم آوردن استدلال برای توجیه نتایج برای موفّقیّت شاگردان در درس ریاضی یک ضرورت است.

دشواری‌هایی در عرصه‌ی آموزش و یادگیری ریاضیات

پیچیدگی عمل تفکر و یادگیری در انسان از یک سو و دشواری طبیعی مفاهیم، مهارت‌ها و استدلال‌های ریاضی از سوی دیگر و نیز ضعف برخی از معلمان و شفاف نبودن هدف‌های برنامه‌ای و عامل‌هایی دیگر موجب ناکامی بسیاری از فراگیران در کسب نتایج مطلوب در

Scanned by CamScanner

دروس ریاضی و در نتیجه بیزاری و سردی آنان در این قلمروی مهم از دانش بشری شده است. در واقع، به اعتقاد بسیاری از صاحب نظران ریاضیات عرصه‌ای است دشوار هم برای تدریس و هم یادگیری.

امروزه نمی‌توان پذیرفت که ریاضیات حتی ریاضیات دوران قبل از دبستان توسط افراد ناآگاه و بی‌توجه به اصول و مبانی آموزش ریاضی ارائه شود؛ زیرا طبیعت دانش ریاضی و پیچیدگی‌های آموزش و یادگیری آن، به ویژه در دوران ریاضیات مدرسه دلالت بر این مهم دارد که کمترین بدآموزی موجب انحراف جدی فراگیران در یادگیری‌های بعدی ریاضی و نقصان رفتار ریاضی آنان خواهد شد.

گزارشی که به تازگی انجمن ملی معلمان ریاضی در آمریکا منتشر کرده است، خاطرنشان می‌سازد که حتی در کشور توسعه یافته‌ای مانند آمریکا بیش از ۴۰ درصد از معلمان ریاضی و ۳۰ درصد از معلمان علوم از آمادگی‌های لازم برای تدریس مباحث مورد نظرشان بهره‌مند نیستند؛ و بیش از ۳۰ درصد معلمان ریاضی در مقطع دبیرستان فاقد حداقل مدرک دانشگاهی در عرصه اصلی فعالیت‌های آموزشی‌شان هستند.

آموزش و یادگیری ریاضیات و سنجش رفتار ریاضی فراگیران فرایندهایی پیچیده هستندکه در آن معلمان و فراگیران به گونه‌ای مستقیم با یکدیگر مرتبط‌اند. ریشه این پیچیدگی‌ها در این واقعیت نهفته است که هر فراگیر فردی است با شخصیتی یگانه که دانش، مهارت‌ها و برداشت‌های خود را با شیوه‌ها و نگرش‌های متفاوت و در سطوح گوناگونی کسب می‌کند؛ زیرا فرایندهای ذهنی، سطوح آمادگی و شیوه‌های پاسخگویی افراد متفاوت است. به علاوه، برای برخی فراگیران ارزیابی شفاهی آنچه از ریاضی می‌دانند و می‌توانند انجام دهند بر شیوه ارزشیابی مکتوب برتری دارد یا برای دیگری انجام تکلیف عملی و تحقیق‌های درسی مناسب‌تر است.

بنابراین، شناخت نگرش‌های متفاوت به مقوله‌های آموزش، یادگیری، سنجش رفتار ریاضی و پرداختن به آن‌ها، پژوهشگران آموزش ریاضی را بیشتر متقاعد خواهد کرد که هر فردی شیوه‌های فهم خود را به کار می‌گیرد و فعالانه دانش ریاضی خویش را بنا می‌نهد. هر معلمی باید شرایطی فراهم آورد که فراگیران را قادر سازد تا دانش موجود و تجربه‌های قبلی‌شان را بیازمایند و در مراحل بالاتر دانش خود را سازمان دهند. تمام کسانی که به نحوی با تدریس ریاضیات عمومی دانشگاهی سروکار دارند، به خوبی آگاهند که بسیاری از

Scanned by CamScanner

دانشجویان رشته ریاضی یا سایر رشته‌هایی که به گونه‌ای در بدو ورود به آموزش عالی به این درس نیازمندند در این عرصه دچار گرفتاری‌های جدی هستند. این گرفتاری به مثابه امری عمومی و جهانی گریبان‌گیر همه کشورهاست و تا کنون هزینه‌ها، مباحثات و طرح دیدگاه‌های فراوانی را موجب شده است. این که به راحتی بپذیریم که مثلاً ۵۰ درصد یک کلاس در این درس باید مردود شوند، امری غیر علمی و اتفاقی غیر طبیعی می‌نماید و از دیدگاه متخصصان آموزش ریاضی جای درنگ و تأمل دارد. بدون بررسی همه جانبه مشکل، تنها دانشجو را مقصر دانستن نه عادلانه است و نه علمی! آیا نقش معلمان و نگرش جمعی به کلاس (که در این جا به نگرش موجی از آن تعبیر می‌کنیم) و اتخاذ شیوه‌های رفتاری و آموزشی، حجم مباحث درسی و... در این قبیل ناکامی‌ها سهیم نیستند؟

کاک کرافت[1] (۱۹۸۲)، معتقد است ریاضیات را باید به منزلهٔ دانشی ارائه داد که قابل استفاده و لذت‌بخش باشد. او سه عنصر شاخص را نه تنها در آموزش و یادگیری ریاضیات، بلکه در ارزیابی پیشرفت دانش‌آموزان معرفی می‌کند.

۱- حقیقت‌ها و مهارت‌ها

۲- ساختارهای مفهومی

۳- راهبردهای کلی و درک ارزش آن‌ها

آموزش مؤثر باید هوشیارانه بر این سه مقوله مبتنی باشد و شیوه‌ای که روند پیشرفت فراگیران را در ریاضی مورد ارزیابی قرار می‌دهد، باید موجب برانگیختگی این عناصر شود. در پژوهشی که در سال ۱۹۸۲ در انگلستان با هدایت پروفسور کاک کرافت صورت گرفت و به نام گزارش کاک کرافت مشهور شد، مهم‌ترین دستاوردش این بود که آموزش ریاضی در هر گروه سنی و هر سطحی از توانایی باید شامل فرصت‌هایی باشد که در آن کفایت، صلاحیت و علاقه‌مندی معلمان و بحث‌های علمی میان معلمان و فراگیران را با هم نمایش دهد. به علاوه، در انجام فعالیت‌های ریاضی و بروز رفتار ریاضی مناسب؛ کار عملی، تمرین و حل مسأله و پژوهش‌های متناسب با مباحث درسی جدی گرفته شود.

بنا بر گزارش کاک کرافت، آموزش ریاضیات در همه‌ی سطوح باید دربردارنده‌ی فرصت‌هایی چند باشد که عبارتند از:

۱- توصیف و توضیح مطالب توسط معلم ریاضی؛

۲- تقویت و گسترش بحث پیرامون مطالب درسی میان شاگردان و معلمان و شاگردان با یکدیگر؛
۳- انجام فعالیت‌های عملی مناسب در ریاضیات؛
٤- تمرین در خصوص مهارت‌های اساسی و معمولی ریاضیات و تحکیم آن‌ها؛
۵- حل مسأله شامل کاربرد ریاضیات در زندگی روزمرّه و موقعیت‌های ملموس؛
٦- گسترش و تقویت فعّالیت‌های تحقیقاتی

سند HMI (۱۹۸۵)، در خصوص ریاضیات ۵ تا ١٦ سالگی توصیه می‌کند که "کار عملی مناسب، حل مسأله و کار تحقیقی متناسب با این سن و سال، باید بخشی از رویکرد یاددهی-یادگیری کلاس ریاضی باشد."

امروز نکته قابل توجه در آموزش ریاضی این است که هر فراگیری اعم از کودک و نوجوان و بزرگسال، خود باید درگیر یادگیری مفاهیم و مهارت‌های ریاضی و حل مسأله شود و با هدایت معلم و مربی بکوشد تا مفاهیم ریاضی را از نو در ذهن و اندیشه‌اش بسازد. به عبارت دیگر، خودش ریاضی را انجام دهد تا یادگیری و فهم معنادار برای او اتفاق افتد و این باور در او تقویت شود که قادر به انجام این کار است و کارش نیز ارزشمند می‌باشد. در این‌جا اشاره به یک ضرب‌المثل قدیمی خالی از لطف نمی‌باشد:

- I hear, and I forget (من می‌شنوم و فراموش می‌کنم)؛
- I see, and I remember (من می‌بینم و به یاد می‌سپارم)؛
- I do, and I understand (من انجام می‌دهم و می‌فهمم)

به نظر می‌رسد، اکثر دانش‌آموزان و دانشجویان ما، در یادگیری ریاضی به دیدن و به‌خاطرسپاری و یادآوری مباحث و فرمول‌ها اکتفا می‌کنند، تا این که برای درک معنادار مفاهیم ریاضی تلاش کنند. در واقع تکرار، تمرین، تلقین و یادگیری‌های حافظه‌ای جایگزین رشد تفکر ریاضی و یادگیری معنادار شده است.

این امر مهم و حیاتی است که مدرسه‌ها و معلمان بکوشند تا سبک‌ها و شیوه‌های تفکر و یادگیری طبیعی را در آموزش ریاضی دقیقاً لحاظ کنند. بسیاری بر این باور نیستند که یادگیری امری طبیعی است که باید در شرایطی مهیج و رضایت بخش اتفاق افتد، بلکه معتقدند آموزش در مدرسه از جمله آموزش ریاضی روندی است ماشینی که در آن معلم به گونه‌ای مستقیم افکار دانش‌آموزان را به سمت بروندادهای از قبل تعیین شده سوق می‌دهد. بر این اساس،

Scanned by CamScanner

معلمان دقیقاً به آموزش سرفصل‌های از قبل مشخص شده می‌پردازند. این گروه معتقدند که میزان فهمیدن یک شخص به سهولت قابل اندازه‌گیری است و دانش‌آموزان باید با ابزارهایی چون پاداش و تشویق وادار به یادگیری شوند. چنین افرادی در واقع به نقش متقابل معلمان و شاگردان در فرایند آموزش و یادگیری ریاضی اعتقادی ندارند. بلکه بر عکس، دانش‌آموز را در یادگیری ریاضیات منفعل می‌دانند و وظیفه خود را انتقال یک دسته قاعده‌ها و روابط خشک به ذهن دانش‌آموزان می‌دانند.

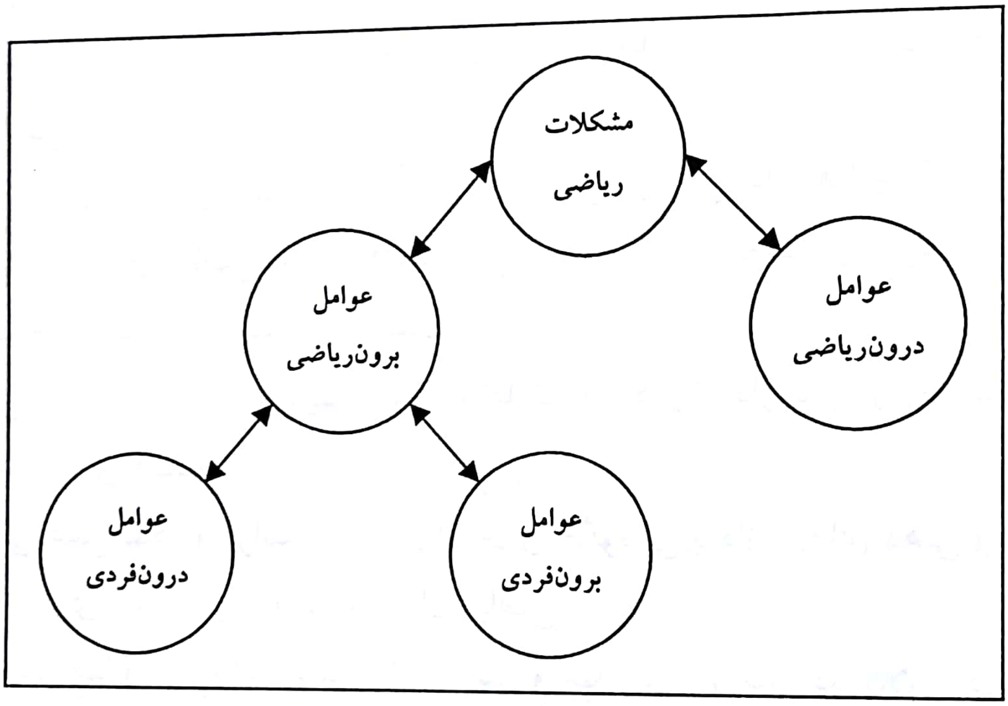
بسیاری از معلمان دوره‌ی ابتدایی یا راهنمایی و حتی دبیرستان از ضعف و عدم آمادگی دانش‌آموزان خود در بروز رفتار ریاضی مناسب گله دارند و سهم خویش را در بروز مشکلات یادگیری آنان اندک می‌شمارند؛ در حالی‌که اگر منصفانه بیاندیشیم طرز تلقی ما به‌عنوان یک معلم ریاضی از ریاضیات و شناختی که از مخاطبان خود داریم و نیز شیوه‌های آموزشی‌مان می‌توانند محل اشکال باشند. می‌خواهیم بدون توجه به آنچه در اندیشه‌ی فراگیران می‌گذرد و بدون در نظر گرفتن قابلیت‌ها و ظرفیت‌های ذهنی و اجتماعی و خانوادگی آنان، مطالب و مفاهیم جدید را با همان شیوه‌های کلاسیک و سنتی، که خود از معلمان خویش آموخته‌ایم، به دیگران نیز آموزش دهیم.

واقعیت این است که مشکلات تحمیل شده بر شاگردان در کار ریاضی یا منشأ درون‌ریاضی دارند و یا برون‌ریاضی. مشکلات برون‌ریاضی نیز یا درون‌فردی هستند و یا برون‌فردی. مشکلات درون‌ریاضی ناشی از محتوا، طبیعت و انتزاعی بودن دانش ریاضی و در واقع از جنس ریاضیات می‌باشد؛ در حالی‌که مشکلات برون‌ریاضی اگر منشأ درون‌فردی داشته باشند از ویژگی‌های فردی شاگردان در پردازش‌های ذهنی، یادگیری، انگیزش‌ها، نگرش‌ها سرچشمه می‌گیرند. امّا مشکلات برون‌ریاضی با منشأ برون‌فردی ریشه در مسائلی دارند که نه مرتبط با ریاضیات هستند و نه ارتباطی با ویژگی‌های فردی یادگیرنده دارند، بلکه متأثر از عوامل فرهنگی، اجتماعی،آموزشی و چگونگی تدریس و برخورد معلمان و... می‌باشند. شناسایی علمی مشکلات و آسیب‌شناختی رفتار و پیشرفت ریاضی فراگیران و تلاش واقع‌بینانه برای رفع آن‌ها موضوع جدی آموزش ریاضیات و رسالتی سنگین بر دوش همه‌ی کسانی است که به نوعی به تدریس و فعالیت در ریاضیات مشغول هستند. در نگاهی کوتاه می‌توان موارد بالا را در شکل زیر مورد توجه قرار داد:

گفته شد که مشکلات تحمیل شده بر فراگیران در کار ریاضی عمدتاً ناشی از عواملی است که در شکل ۱-۳ ارائه شده است. در واقع به نظر می‌آید ما نیازمند ایجاد یک فضای بهداشت

Scanned by CamScanner

روانی برای کار ریاضی هستیم، فضایی که مهارت‌های تفکر ریاضی و درک معنادار مفاهیم و مهارت‌های ریاضی را رشد دهد و از یادگیری‌های حافظه‌ای و غیرمعنادار بکاهد. عدم توانایی فراگیران در به کارگیری دانسته‌های ریاضی خود در موقعیت‌های مختلف یاددهی یادگیری و حل مسأله، ضعف در ارائه استدلال‌ها و راهبردهای خود ساخته، پنداشت‌های غلط و اختلال‌های یادگیری از جمله مشکلات جدی پیشرفت ریاضی فراگیران به حساب می‌آید.



شکل ۱-۳- عوامل مؤثر در مشکلات کار ریاضی

انجمن ملی معلمان ریاضی[1] (۱۹۸۹)، هدف‌هایی را برای انجام اصلاحات و تغییر در آموزش ریاضیات تعریف می‌کند که عبارتند از:

همه شاگردان باید:

- بیاموزند که به دانش ریاضی ارج نهند؛
- نسبت به قابلیت‌های خود در انجام کار ریاضی مطمئن باشند؛
- بتوانند مسائل ریاضی را حل کنند؛
- یاد بگیرند که ریاضیات را با دیگران در میان بگذارند (تبادل‌نظر و گفتمان درباره مفاهیم و اندیشه‌های ریاضی را یاد بگیرند).

1. NCTM

Scanned by CamScanner

آسیب‌شناختی رفتار و پیشرفت ریاضی فراگیران

شناسایی علمی مشکلات فراگیران در درس ریاضی و برنامه‌ریزی و تلاش برای رفع آن‌ها از سوی فراگیران، معلمان و برنامه‌ریزان و مؤلفان کتاب‌های درسی در حوزه آسیب شناختی کار ریاضی قرار می‌گیرد. در اینجا سعی می‌شود که از منظر درون و برون ریاضی برخی از مهم‌ترین مشکلات موجود در تدریس و یادگیری ریاضیات فهرست‌وار مطرح شوند:

۱- عدم شناخت لازم از این که یادگیری تفکر ریاضی چگونه اتفاق می‌افتد؛ چیستی تفکر ریاضی و تفاوت آن با فکر ریاضی؛ چگونگی ایجاد فضای تفکر ریاضی؛ و مشخصه‌های یک تفکر ریاضی.

۲- معنای تصمیم‌گیری[1] و تصمیم‌سازی[2] در کار ریاضی؛ ویژگی‌های فراگیران تصمیم‌گیر و تصمیم‌ساز در رفتار ریاضی؛ و مشکلات ناشی از فقدان و یا ضعف دو مقوله‌ی پیش‌گفته‌شده در فعالیت‌های ریاضی فراگیران و معلمان.

✍ **پرسش!** تصمیم‌گیری و تصمیم‌سازی چه تفاوتی با یکدیگر دارند و در ریاضیّات چگونه قابل به‌کارگیری هستند؟

۳- پیچیدگی عمل تفکر و فرایند یادگیری انسان و چگونگی پردازش‌های ذهنی و عدم آشنایی با آن‌ها از سوی آموزشگران و برنامه‌ریزان ریاضی.

۴- عدم ایجاد فضا و بسترهای رشد تفکر ریاضی و مهارت‌های تفکر در کلاس درس.

۵- دشواری‌های طبیعی مفاهیم و مقولات ریاضی و انتزاعی بودن آن‌ها. به قول اسکمپ مفاهیم ریاضی از جمله مفاهیم ثانویه[3] هستند و از جهان محسوس به سمت عالم مجرد در انتقالند. حتی مفهوم اعداد طبیعی برای شمارش که نخستین مرحله برای فراگیری ریاضیات است، از اشیای محسوس شروع می‌شود و به سمت انتزاع پیش می‌رود. اصولاً ریاضیات دقت و قوّت خود را از حرکت به سوی انتزاع و مجرد شدن به دست می‌آورد. مفاهیمی چون کسرها، درصدها، نسبت‌ها، ارزش مکان اعداد، تشابه، تساوی، رابطه، تابع، حد، بینهایت و... مقولاتی انتزاعی و ثانویه هستند.

۶- عدم توجه به تفاوت‌های فردی شاگردان در کار ریاضی و نگاه موجی به کلاس.

افراد همان گونه که از نظر ویژگی‌های ظاهری، جسمی و اخلاقی متفاوتند، مانند هم نیز فکر نمی‌کنند و یاد نمی‌گیرند. برداشت‌ها و ترجیحات آنان نسبت به موضوعات درسی متفاوت

Scanned by CamScanner

است. قابلیت‌های ذهنی، پردازشی، سبک‌های یادگیری و آمادگی‌های ریاضی و دانش قبلی‌شان هم با یکدیگر فرق می‌کند. حتی از وابستگی‌های فرهنگی، خانوادگی و اجتماعی و اقتصادی گوناگون برخوردارند. پژوهش‌ها نشان داده است که این تفاوت‌ها بر عملکرد تحصیلی شاگردان اثر بخشی جدی دارد.

۷- عدم توجه کافی به عامل‌های عاطفی هیجانی[1]، انگیزشی، نگرشی و هراس‌های ناشی از کار ریاضی.

نگرانی از خدشه‌دار شدن عزت نفس[2] و شخصیت فراگیران، وحشت‌زدگی‌های غیر واقعی در خصوص ریاضیات. پیشداوری‌های شاگردان در ارزیابی توانایی‌ها و استعداد ریاضی خواندن و نوع نگرش فراگیران به ریاضی و معلم و کلاس ریاضی نیز می‌توانند مشکل آفرین شوند و تأثیری جدی بر رفتار ریاضی فراگیران داشته باشند. به عنوان مثال، طبق پژوهش‌های انجام شده توسط پژوهشگران دانشگاه پلی‌موث به نظر می‌رسد نگرش کودکان سراسر جهان نسبت به معلمان ریاضی مثبت نیست. نگرانی برخاسته از وجود چنین نگرشی این است که ممکن است کودکان علاقه خود را به مطالعه ریاضی از دست بدهند.

۸- انتظارهای غیر واقع‌بینانه و غیر علمی از فراگیران در عرصه کار ریاضی از سوی معلمان، برنامه‌ریزان، والدین و مؤلفان کتاب‌های درسی.

۹- شفاف نبودن هدف‌های برنامه‌ای و مبتنی نبودن کتاب‌های درسی و کمک درسی و سبک‌های تدریس با یافته‌ها و مبانی جدید آموزش ریاضیات از جمله:

الف) حجم نامتناسب محتوای درسی با زمان مورد نیاز برای تدریس و یادگیری معنادار؛

ب) نامتناسب بودن محتوی درسی و شیوه‌ی ارائه‌ی آن با قابلیت‌ها و نیازهای علمی و علایق شاگردان؛

ج) مبهم بودن هدف‌های کلی، هدف‌های شناختی، هدف‌های مهارتی و هدف‌های رفتاری؛

د) پراکنده‌گویی و عدم انسجام و ارتباط درون‌ساختاری مباحث و موضوعات درسی با هم

۱۰- عدم کارآیی و کارآمدی مطلوب برخی از معلمان و مدرسان ریاضی در ارائه‌ی مطالب و تدریس آن‌ها.

کیفیت تجربه معلمان و دانش ریاضی آنان و مهارت‌های معلمی و تعامل مناسب با کلاس بدون تردید تأثیری جدّی بر عملکرد و پیشرفت ریاضی فراگیران خواهد داشت. قابلیت ارائه و

1. Affective factors
2. Self- esteem

Scanned by CamScanner

تدریس مباحث ریاضی برای مخاطبان مختلف تنها با گرفتن مدارک تحصیلی دانشگاهی در ریاضیات به وجود نمی‌آید. بسیارند افرادی که به‌رغم برخورداری از دانش نسبتاً خوب ریاضی و درجات تحصیلی بالا موفقیت چندانی در تدریس آن ندارند؛ این امر در مقاطع دانشگاهی بیشتر مشاهده می‌شود.

۱۱- عدم توجه و آشنایی لازم معلمان، به ویژه معلمان جدید، با دانش، تجربه و مهارت‌های قبلی فراگیران در بحث‌های پیش‌نیاز قبل از شروع به تدریس یک موضوع جدید ریاضی.

۱۲- سنجش‌ها و ارزیابی‌های غیرعلمی و گاه ناعادلانه از پیشرفت ریاضی فراگیران و عدم توجه به این اصل مهم در آموزش ریاضی که سنجش همواره نباید به عنوان بخش جدایی‌ناپذیر از مقوله یاددهی یادگیری ریاضیات مطرح باشد. سنجش رفتار ریاضی باید به صورت جزیی از یک فعالیت مداوم و پیوسته آموزشی تلقی شود و ناظر بر پیشرفت شاگردان در نیل به هدف‌های یادگیری باشد. سنجش حافظه‌ها و انباشته‌ها و نه اندازه‌گیری قابلیت استنباط و استدلال از جمله مشکلات عمده در خواندن ریاضیات مدرسه‌ای و دانشگاهی است.

۱۳- عدم اطمینان شاگردان نسبت به دانسته‌های ریاضی خود، ضعف در باورها و اطمینان ریاضی.

۱٤- توسل فراگیران به یادگیری‌های طوطی‌وار و غیرمعنادار و الگوریتمی. بسیارند فراگیرانی که معنای کارهایی را که در ریاضیات انجام می‌دهند به‌درستی نمی‌دانند. به خاطر سپردن فرمول‌ها و روش‌های الگوریتمی و تأکید بر مهارت‌ها و تمرین‌های تکراری آنان را از توجه به درک درست مفاهیم ریاضی باز می‌دارد و از انجام استدلال و استنباط و رشد تفکر ریاضی عاجز می‌سازد. در ریاضیات پیشرفته‌تر نیز این مشکل به قوت خود باقی است. فراگیر احتمالاً بتواند جواب حد و یا انتگرالی را به دست آورد، در حالی‌که با تعریف این قبیل مفاهیم ریاضی مشکل دارد.

۱۵- شرطی شدن شاگردان در یادگیری مهارت‌ها والگوریتم‌های ریاضی.

به عنوان مثال در تفریق دو عدد، فراگیران اغلب عدد کوچکتر را از عدد بزرگتر کسر می‌کنند؛ مثلاً در ۱٤=۱۷-۲۳ و ۱۵=۱۳-۲۸ فراگیر عدد ۳ را از ۸ و ۷ کم می‌کند. حل معادلات درجه دوم و یافتن جواب‌ها با استفاده از دستور b و b'، ضرب و تقسیم کسرها، محاسبه حد (صوت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب کردن)، استفاده از قاعده هوپیتال و... یا شرطی شدن شاگردان نسبت به نمره و امتحان، تنبیه و تشویق در کار ریاضی.

Scanned by CamScanner

۱۶- از جمله مشکلات دیگر در کار ریاضی، مقاومت فراگیران نسبت به دانسته‌های قبلی‌شان و تقسیم آن‌ها در شرایط جدید می‌باشد، مانند جمع و تفریق عددهای صحیح و یا بزرگتری و کوچکتری آن‌ها که مثلاً ۵- > ۷- است؛ مقاومت در برابر سبک تدریس معلم و یا حتی دانسته‌های ناقص پیشین خود و نیز ایستادگی در برابر به کارگیری برخی از نمادهای ریاضی که در به کارگیری آن‌ها عادت کرده‌اند.

۱۷- غیرمرتبط دیدن مفاهیم و گزاره‌ها و الگوریتم‌های ریاضی وعدم ملاحظه ارتباط‌های درون‌ساختاری مطالب ریاضی با یکدیگر.

بسیارند شاگردانی که خیلی از مفاهیم و عملیات ریاضی را غیر مرتبط و یا کم ارتباط با هم می‌یابند و از ایجاد ارتباط‌های ارگانیک میان آن‌ها و برداشت‌های یکپارچه عاجز هستند. به عنوان نمونه، ارتباط درون ساختاری میان چهار عمل اصلی، شکل‌های هندسی مثلاً مربع، مستطیل، لوزی، متوازی‌الاضلاع، مشتق و انتگرال، حد و پیوستگی، معادله و نامعادله، تابع و وارون آن و ترکیب تابع‌ها و... قابل تأمل هستند.

۱۸- مشکل‌آفرینی ناشی اززبان محاوره‌ای، زبان نمادین و زبان معانی واژه‌ها و مفاهیم ریاضی.

واژه‌هایی مانند متغیر، میل کردن، حد، پیوستگی، تساوی، تشابه، تقارن، هم‌ارزی، تناظر، فشردگی، همبندی و... در ریاضیات و شباهت‌های میان آن‌ها و واژه‌های زندگی روزمرّه می‌توانند مشکل آفرین باشند. رابطه برقرار نکردن با برخی نمادهای ریاضی و یا ترس از آن‌ها مثل تابع جزء صحیح ([x]) و یا X^x و ۲^x و انتگرال‌ها ($\int\int$) نیز از جمله گرفتاری‌های دیگر شاگردان است.

۱۹- روش‌های تدریس و سبک‌های یاددهی غیرعلمی و سلیقه‌ای و غیرمبتنی بر قابلیت‌های درسی و ذهنی فراگیران و واقعیت‌های موجود کلاس درس.

۲۰- عدم تعادل در استفاده از روش‌های آموزشی مختلف مانند روش‌های توصیفی، حل‌مسأله، پرسشگری، تصویری، استفاده از چندرسانه‌ای‌ها و وسایل کمک آموزشی، کارگروهی و پروژه‌ای و شیوه‌های مباحثه‌ای و مشارکتی.

۲۱- غفلت از تأکید بر رشد تفکر نقادانه، تفکر تصویری، تفکر کلامی و نوشتاری، تفکر تحلیلی و خلاصه تفکر ریاضی.

۲۲- بی‌توجهی نسبت به تشکیل طرحواره‌های[1] مفاهیم ریاضی و عدم ساماندهی ذهنی مطالب ریاضی نزد فراگیران.

1. Schemata

Scanned by CamScanner

۲۳- عدم توجه به تقویت قابلیت‌های پرسشگری، خودپرسشی در کار ریاضی و عدم استفاده از سئوالات پاسخ باز.

۲۴- بی توجهی به تنوع و تکثر در ارائه راه‌حل برای مسائل مختلف ریاضی و اتکای فراگیران به راهکارها و راهبردهای کلاسیک در حل مسائل و ضعف در استفاده از راهبردهای خود ساخته و میان‌بر توسط فراگیران.

رفتار ریاضی

چگونگی بروز دانش ریاضی‌فراگیران در موقعیت‌های مختلف کار ریاضی (آموزش، یادگیری، حل مسأله و سنجش و ارزیابی) که تحت تأثیر عامل‌های درونی[1] و بیرونی[2] واقع می‌شود را رفتار ریاضی می‌نامند. عامل‌های درونی و بیرونی در دو نقش بردارهای تسهیل‌گر و یا باز دارنده عمل می‌کنند، که در شکل ۱-٤ ارتباط‌های ساختاری آن‌ها تبیین شده‌اند. به نظر می‌رسد، بردارهای نشان داده شده مهم‌ترین عامل‌هایی باشند که می‌توانند با اثر گذاری بر عملکرد ریاضی فرد موجبات رشد یا بازدارندگی علمی او را در عرصه ریاضیات فراهم آورند.

کنکاش درباره‌ی این مدل، به تدریج در خلال این نوشتار، و به مثابه‌ی بحث‌های جدی و قابل طرح در عرصه آموزش و یادگیری ریاضیات خواهد آمد.

پیشرفت ریاضی

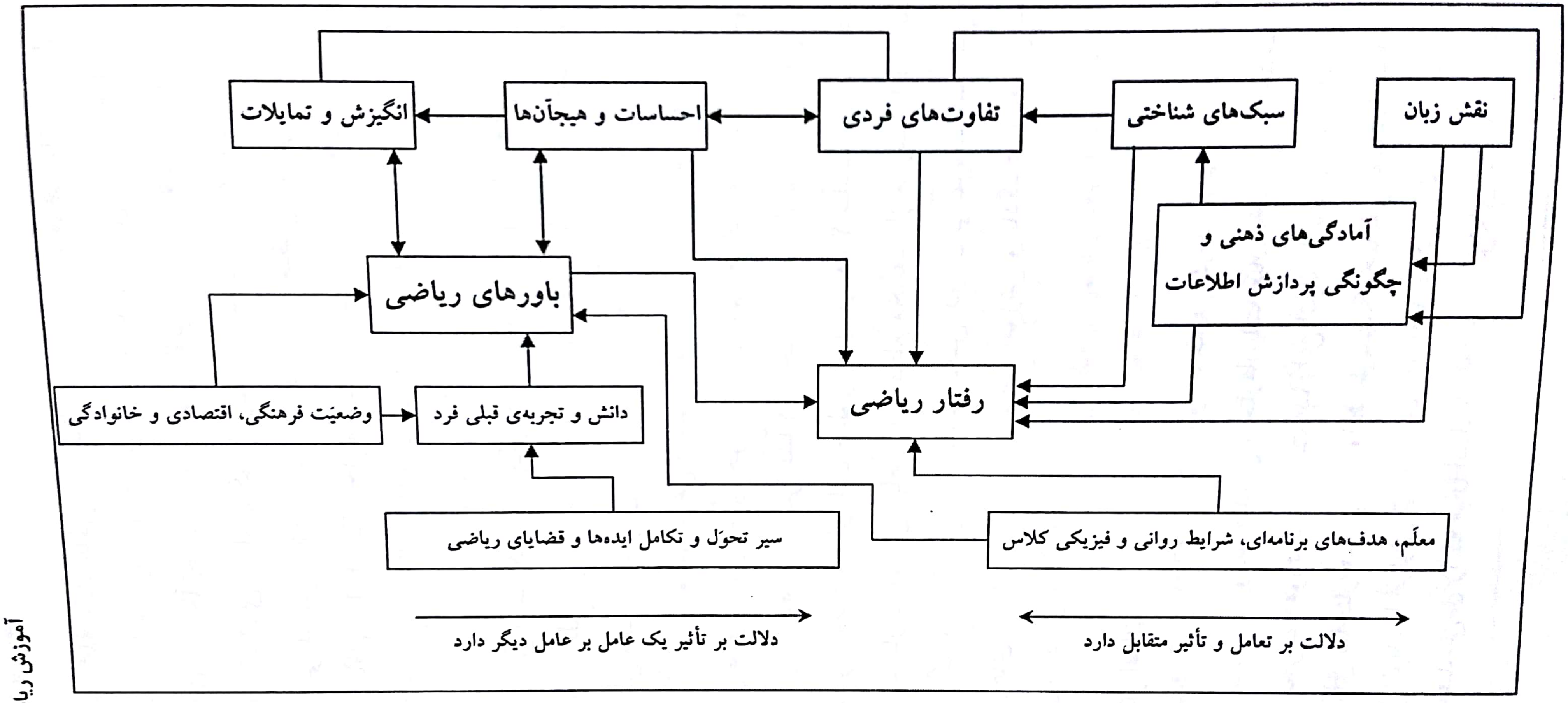
تغییرات کیفی و کمی رشد یابنده رفتار ریاضی شاگردان را پیشرفت ریاضی آنان گویند. چنانچه بخواهیم الگوی کلی و اجمالی رفتار ریاضی را نشان دهیم، الگویی که با رویکردی نظام‌مند اجزای آن با یکدیگر در تعامل باشند، می‌توانیم مدل ۱-٤ را مورد مطالعه و بررسی قرار دهیم که در واقع مقولات عمده در آموزش ریاضیات را ارائه می‌دهند.

✍ **تمرین:** درباره‌ی عوامل مؤثر بر رفتار و پیشرفت ریاضی با توجه به مدل ۱-٤، تحقیق و مطالعه نمایید.

فرایند تفکر انسان

فکر و روان انسان یک معما است. این که شما چگونه می‌اندیشید و یاد می‌گیرید و

Scanned by CamScanner



مدل ۱-٤- مدل رفتار ریاضی

فرایندهای پردازش اطلاعات علمی در مغزتان چگونه است موضوعاتی چندان آشکار نیستند. چرا برخی مطالب را یادمی‌گیرند و به خاطر می‌سپارند و برخی آن‌ها را فراموش می‌کنند؟، چرا و چطور احساسات و هیجان‌ها بر رفتار ریاضی دانش‌آموزان مؤثر می‌باشد؟ چگونه عمل یادگیری از جمله یادگیری مفاهیم گوناگون در قسمت‌های مختلف مغز آدمی صورت می‌پذیرد؟ چرا برخی فراگیران کندتر یاد می‌گیرند و بعضی دیگر سریع‌تر؟ چرا برخی شاگردان، مسائل ریاضی را راحت‌تر حل می‌کنند و بعضی هم با افزایش پیچیدگی تکلیف ریاضی، دچار مشکل می‌شوند؟ این‌ها و پرسش‌های فراوان دیگری در تدریس و یادگیری ریاضیات نباید مورد غفلت واقع شوند.

واقعیت علمی این است که ما از چگونگی عملکرد مغز و فرایندهای ذهنی و شناختی‌مان کم‌اطلاع هستیم و کم‌اطلاع‌تر از آنچه در ذهن و اندیشه‌ی دیگران و مخاطبان‌مان می‌گذرد. بنابراین، این پرسش مهم و راهبردی مطرح می‌شود که با این درک ناچیز از فرایندهای ذهنی خود و دیگران چگونه می‌توانیم مدعی باشیم که به عنوان یک معلم ریاضی دیگران را کمک کنیم تا قابلیت‌ها و ظرفیت‌های مغزی خود را برای فهم معنادار مباحث ریاضی به گونه‌ای مؤثر به کار گیرند و با ریاضیات آشتی کنند؟ در حالی‌که نمی‌دانیم یا اندک می‌دانیم که چگونه می‌اندیشند و یادگیری معنادار برای آنان چطور اتفاق می‌افتد؟ متأسفانه باید اذعان کرد که بسیاری از دست‌اندرکاران آموزش ریاضی در مقاطع مختلف، از مدرسه تا دانشگاه، از داشتن نگرش علمی به چگونه یاد گرفتن و اندیشیدن دانش‌اندوزان بی‌بهره‌اند که این خود آغازی برای تحمیل فشارهای نامتناسب درسی در عرصه آموزش و یادگیری ریاضی بر شاگردان و ترس و گریز آنان از دنیای ریاضیات است.

مدل ریاضی تفکر انسان

ویتکین و همکارانش[1] (۱۹۶۷) بر این باورند که در ادراک مرئی انسان و اولین مسأله در رشد شناختی او، شناخت روابط هندسی و سازمان‌یافته میان بخش‌های مختلف یک شیء - به عنوان یک میدان محرک- مورد توجه است؛ بنابراین اشیاء یا میدان‌های محرکی که قسمت‌های گوناگون آن‌ها دارای ساختار هندسی و روابط سیستمیک ضعیفی باشند، نسبتاً سازمان‌نایافته و غیرمنظم درک می‌شوند. با افزایش توان شناختی و رشد ذهنی و توانایی مفصل‌بندی، آدمی قادر است روابط هندسی‌ای را که میان اشیاء در خارج به گونه‌ای پراکنده و ضعیف وجود دارد

Scanned by CamScanner

کشف و آن‌ها را هماهنـگ و یکپارچـه کنـد. بـسیاری از پژوهـشگران معتقدنـد ریاضـی‌گونـه اندیشیدن، جریان تفکر انسان است و ساختارهای ذهنی و شناختی بشر به گونـه‌ای است کـه نظم و انسجام فکری را تقویت می‌نماید و بر زیبایی شناختی و روابط متوازن و متناسـب میـان پدیده‌های خلقت تأکید دارد. به نظر می‌رسـد، انـسان بـا تکیـه بـر سیـستم ادارکـی و سـاختار شناختی خود - که مبتنی بر یک مدل ریاضی بسیار انتزاعی و پیشرفته و دقیق است - می‌تواند و باید با دنیای درون و بیرون ارتباط برقرار کند. وقتی واقعیت‌های درونی و بیرونی برای انسان معنادار و قابل شناخت است که قابلیت تبدیل به عامل‌های شناختی او را داشته باشد و در یک مدل ریاضی، عملیات منطقی- ریاضی مغزش قابل تجزیه و تحلیل و تفسیر باشد.

انسان به یاری الگوی ریاضی ساختمان ذهنـی و شـناختی خـود قـادر اسـت قانونمنـدی، هرج‌ومرج، پایداری یا عدم پایداری سیستم‌ها را درک و آن‌ها را کنترل کنـد. بـا تبـدیل جهـان سه‌بعدی و ملموس به نمادها و روابط منطقی ریاضی و شناخت آن‌ها، پا را بسیار فراتر نهاده و از محیط مرئی $\mathbb{R}^3$ به میدان‌هایی با ابعاد بـالاتر $\mathbb{R}^n$ و فـضاهای بـسیار انتزاعـی توپولـوژیکی و جبری و... صعود می‌کند. او حتی قادر است این معرفت منطقی ریاضی و فلسفی را به معرفـت و شهود قلبی و باطنی تبدیل کند؛ بنابراین می‌توان مدعی شد که درک دینامیکی و فعّال انـسان درک و شناخت قانونمند ریاضی است.

جهان خلقت نیز خود از ساختاری قانونمند و ریاضی گونـه برخـوردار اسـت و عناصـر و اجزای موجود در سیستم آفرینش از اندازه‌ها و معیارهایی متناسـب و دقیـق برخوردارنـد. اگـر چنین نبود، عناصر موجود در سیستم جهان خلقت برای انـسان بـه صـورت رابطـه‌هـایی غیـر معنادار در می‌آمدند. اصولاً کشف ناشناخته‌هـا و درک نـسبت‌هـا و تبیـین رابطـه‌هـای علّـی و معلولی در طبیعت و پیشرفت‌های علمی و فناوری‌ها، دلایل گویایی بـر وجـود قانونمنـدی و حاکمیت ساختارهای منطقی- ریاضی در عرصه آفرینش است.

چهره‌ی ریاضی دستگاه طبیعت و جریان محاسبه‌ی دقیق و نظام‌وار خلقت را مـی‌تـوان در میان بسیاری از آیات قرآنی و نهج‌البلاغه و سخنان ائمه‌ی اطهار(علیهم‌السلام) به زیبـایی و وضـوح دریافت. معرفت به حق هم در واقع و کلیت کلام، آشنایی و درک مـدل قانونمنـد و پیچیـده‌ی ریاضی حـاکم بـر جهـان آفـرینش و تعامـل و تقابـل عناصـر آن اسـت. علامـه طباطبـایی در تفسیرالمیزان در تفسیر آیه مبارکه «هو اللـه الخالق الباری المصوّر له الاسماء الحسنی یسبح لـه ما فی السموات والارض و هو العزیز الحکیم»[1] می‌فرماید: کلمه خالق به معنای کسی است کـه

اشیایی را با اندازه‌گیری پدید آورده باشد. واژه باری به معنای همان کس است، اما از این نظر که اشیایی که پدید آورده از یکدیگر متمایزند و کلمه مصور هم به معنای کسی است که پدید آورده‌های خود را به گونه‌ای صورت‌گری کرده باشد که با هم اشتباه نشوند.

بنابراین، واژه‌های سه‌گانه خالق، باری و مصور هر سه دارای معنای ایجاد هستند، آن هم ایجادی که قانونمند و اندازه‌گیری شده است. در آیه دیگری نیز می‌خوانیم: انا کل شیی خلقناه بقدر[۱]، ما همه چیز را در اندازه معین آفریده‌ایم. امیر مؤمنان(ع) نیز در نخستین خطبه نهج‌البلاغه در قسمت خلق العالم می‌فرماید: احال الاشیاء لاوقاتها و لاءم بین مختلفاتها[۲]، (خدایی) که موجودات را در مجرای قانونی اوقات خود به جریان انداخت و حقایق گوناگون را در عالی‌ترین قانون‌مندی و نظم هماهنگ ساخت و هر یک از آن حقایق را به طبیعتی معین اختصاص داد و ملزم به تعیّن خود فرمود (یعنی هر یک از حقایق عالم طبیعت دارای موجودیتی خاص و تعیین یافته است).

هر چیز در پهنه خلقت دارای جریان طبیعی و ریاضی خود است. تعامل و تقابل اشیای مختلف و متضاد هم به گونه‌ای است که نه تنها موجب تخریب جریان طبیعی خلقت نمی‌شود، بلکه هماهنگی و همکاری نظام‌وار نیز میان آن‌ها حاکم است. بحث بیشتر در این عرصه مهم مجال و جایگاه دیگری را می‌طلبد و از حوصله این کتاب خارج است. آنچه در این‌جا طرح شد صرفاً به منظور ایجاد ذهنیت در خواننده بود تا در صورت علاقه‌مندی خود موضوع را دنبال کند.

تفکّر ریاضی

توسعه‌ی تفکّر ریاضی شاگردان و آموزش مهارت‌های تفکر در مدرسه مورد توجّه و تأکید محققان آموزش ریاضی است. آنان بر فراگیری ریاضیات با دلیل در هر سطحی از یادگیری تأکید دارند و معتقدند که حفظ کردن الگوریتم‌ها و فرمول‌ها، شاگردان را به سوی یادگیری‌های حافظه‌ای و غیرمعنادار سوق می‌دهد. از اینرو، به جای این‌که وقت کلاس را تنها صرف انتقال اطلاعات و یادآوری آن‌ها نماییم و شاگردان را به مرور تمرین‌های تکراری، یکنواخت و خسته‌کننده مشغول سازیم، لازم است روش‌ها و الگوهایی را برای یاددهی- یادگیری ریاضیات انتخاب نماییم که موجب رشد تفکر ریاضی آنان گردد و فضای چالش و

۱. سوره‌ی قمر، آیه‌ی ۴۹
۲. خطبه‌ی ۱، فراز ۱۱

Scanned by CamScanner

رقابت علمی را در کلاس فراهم آورد.

مویس و رینولدز (۲۰۰۱)، به پژوهش‌هایی اشاره می‌کنند که به رابطه‌ی میان مهارت‌های عمومی تفکّر دانش‌آموزان و پیشرفت آنان در درس‌هایی مانند ریاضیات دلالت دارند. این بدان معناست که داشتن انبوه اطلاعات و به خاطر سپردن آن‌ها کفایت نمی‌کند؛ بلکه کودکان و بزرگسالان باید مهارت‌های لازم را برای توسعه‌ی تفکر ریاضی بیابند. در این‌جا طبیعی است که این سؤال مهم را مطرح نماییم که "اصولاً تفکر ریاضی چیست، با فکر ریاضی چه تفاوت‌هایی دارد و مهارت‌های تفکر ریاضی را چگونه باید تقویت نمود؟"

صاحب‌نظران، تفکّر ریاضی را تفکّری منطقی، دقیق، شهودی، خلاق، پویا و تغییرپذیر تعریف می‌کنند که با عنصر مهم تصمیم‌سازی و تولید فکر در فعالیت‌های ریاضی آمیخته است.

ماسون، برتون و استاسی[1] (۱۹۸۵)، تفکر ریاضی را دربردارنده‌ی فرایندهای تحدید، تعمیم، تخمین و اثبات می‌دانند. کاوی[2] (۱۹۹۵) هم معتقد است که یک متفکّر، فردی است پرسشگر و مخاطره‌پذیر که همواره به دنبال یافتن ارتباطات میان اشیا است و اصولاً انسانی انعطاف‌پذیر، خلاق و مصرّ می‌باشد. یک متفکّر ریاضی، تمامی این ویژگی‌ها را دارا می‌باشد و علاوه بر این، دارای مهارت و درک درستی از محتوا و فرایندهای ریاضی و نیز توانایی تشخیص موارد کاربرد آن‌ها را دارا می‌باشد. مدل ۱-۵، مشخصه‌های به هم مرتبط یک متفکر ریاضی را با برداشت از دیدگاه کاوی نشان می‌دهد. توجه داشته باشیم که مفاهیم به کار رفته در مدل، هر کدام در روان‌شناسی و آموزش ریاضی، دارای تعریف و جایگاه مربوط به خود است که در این درس، به تدریج مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

توسعه‌ی تفکّر ریاضی در هر سطحی از یاددهی- یادگیری ریاضیات، نیازمند ریاضی‌گونه اندیشیدن است و آن‌گونه که شوئنفلد (۱۹۹۲) معتقد است، ریاضی‌گونه اندیشیدن به معنای:

الف- کسب یک دیدگاه ریاضی، درک اهمیت فرایندهای ریاضی‌سازی و مجرّدسازی، تمایل جدی در به‌کار بستن این رویکرد؛

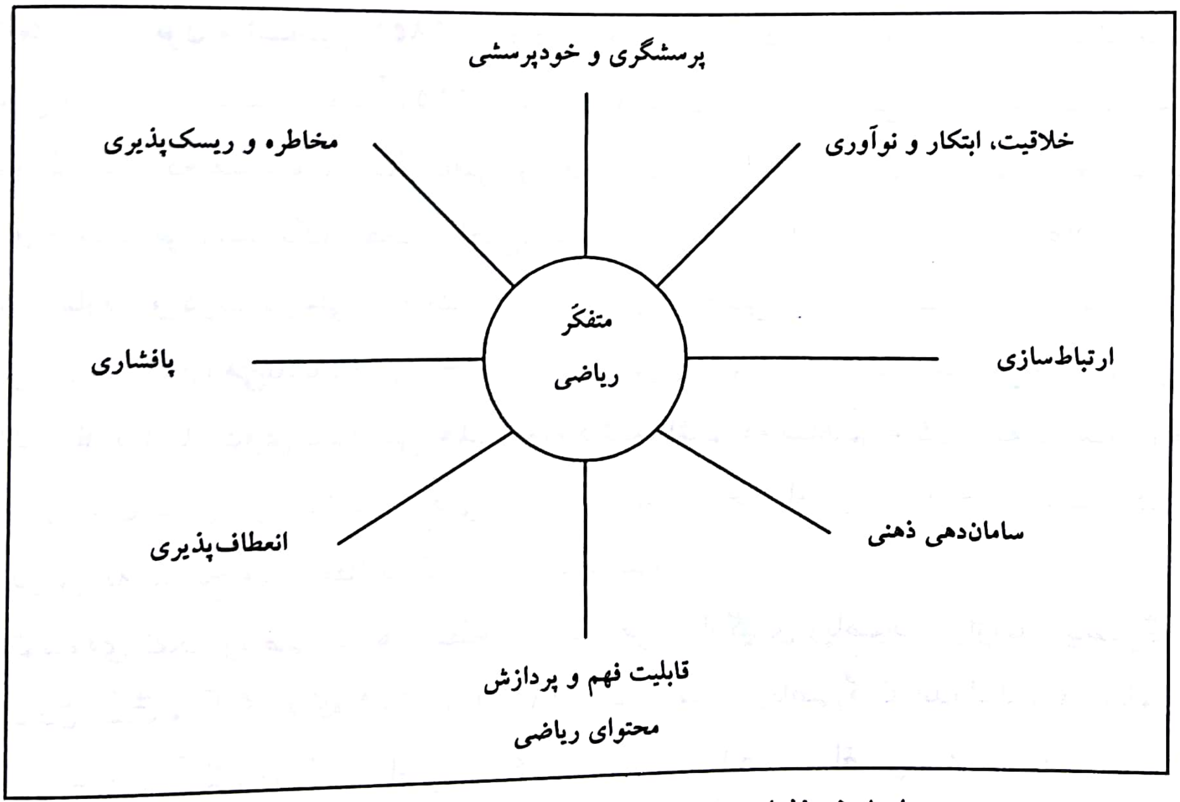
ب- کسب مهارت در استفاده از ابزارها و روش‌ها می‌باشد.

نکته‌ی مهم و قابل توجّه این است که باید میان تفکر ریاضی و فکر ریاضی تفاوت قائل شد؛ هر چند که هر دو در ارتباط دوسویه و عجین‌شده با یکدیگرند. گسترش دانش ریاضی اساساً مدیون توسعه‌ی تفکر ریاضی و ریاضی‌گونه اندیشیدن است که با تولید فکر و خلاقیت

1. Mason, Burton & Stacey
2. Cowie

Scanned by CamScanner

آمیخته است. فکر ریاضی، محصول تفکر ریاضی افـراد و ریاضـی‌دانـان اسـت کـه بـا عنصر تصمیم‌گیری در فعالیت‌های ریاضی آمیخته مـی‌باشـد. شـیوه‌هـای آموزشـی مـا در مـدارس و دانشگاه‌ها، بیش از آن‌که متوجه تقویت تفکر ریاضی فراگیران باشد و آنان را در موقعیـت‌هـای یادگیری و حل مسأله، اندیشنده و تصمیم‌ساز تربیت نمایـد، مـصرف‌کننـده و حافظـه‌گـرا بـار می‌آورد که به هنگام حل مسائل پیچیـده‌تـر، درمانـدگی آموختـه‌شـده‌ای را تجربـه مـی‌کننـد. واقعیت‌های موجود نشان می‌دهد که دانشجویان غالباً ریاضـیات دانـشگاهی را هـم بـا تکـرار تعریف‌ها و قضایا و پرداختن به مسائل حل شده و به صورت انباشتی از اطلاعـات و حـداکثر تلاش برای مـرور فکـر ریاضـی دیگـران - آن هـم بیـشتر در جـزوات بعـضاً بـه‌روز نـشده- می‌آموزند!



مدل ۱-۵- نشان‌دهنده‌ی مؤلفه‌های تفکر یک متفکر ریاضی

بدیهی است که در این سازوکار آموزشی جای زیادی برای تولید فکر ریاضی و توسـعه‌ی تفکر انتقادی و خلاق باقی نمی‌ماند.

تقویت تفکّر ریاضی

اکنون سؤال مهم این است که تفکر ریاضی را در هـر سـطحی از آمـوزش‌هـای رسـمی و

Scanned by CamScanner

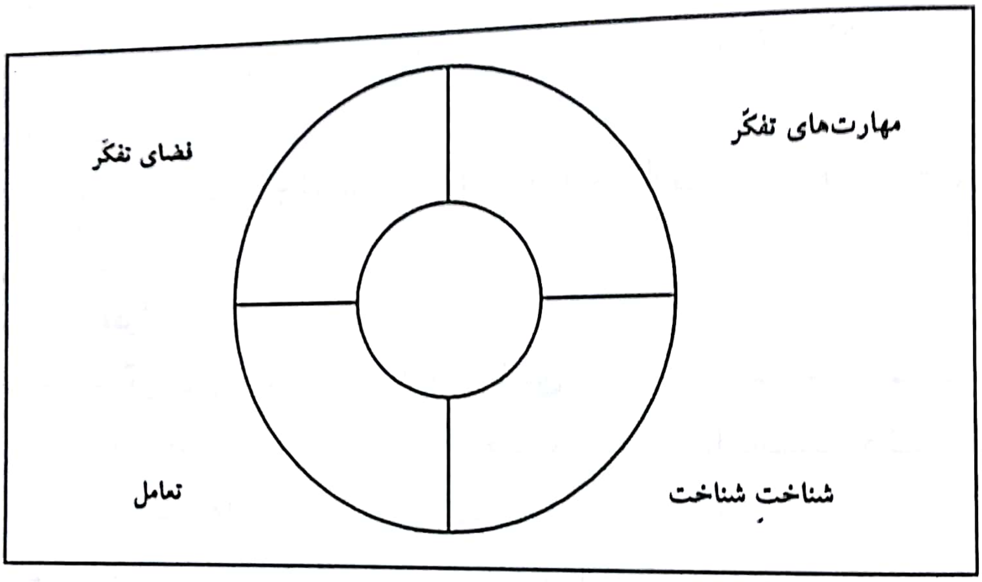
غیررسمی چگونه می‌توان تقویت نمود و راهکارهای مناسب و علمی برای این منظور کدامند؟ مدل کاوی (۱۹۹۵)، این پاسخ را در اختیار ما می‌گذارد؛ مدلی که مؤلفه‌های آن عبارتند از:

۱- ایجاد فضای تفکر ریاضی[1]؛

۲- تعامل[2] (توانایی ایجاد ارتباط در درون و برون دنیای ریاضی)؛

۳- مهارت‌های تفکّر[3]؛

۴- شناختِ شناخت[4] (دانستن درباره‌ی دانستن)



شکل ۱-۶- مدل کاوی در مورد تقویت تفکر ریاضی

ایجاد فضای مناسب و پرتحرک آموزشی در کلاس ریاضی، فضایی که تولید اندیشه و تفکّر نقّاد را تقویت نماید و نقش جدّی‌تر را به شاگردان بدهد، نخستین گام برای تقویت و توسعه‌ی تفکّر ریاضی است. فوگارتی و بلانکا (۱۹۸۷ به نقل از کاوی، ۱۹۹۵)، الگویی با چارچوب زیر را برای آموزش ریاضیات پیشنهاد می‌نمایند تا فضای مناسب تفکر را در کلاس درس به وجود آورد.

• آموزش برای تفکّر[5]

یعنی ایجاد فضایی در کلاس ریاضی که در آن، تنوّع فعالیت‌ها پذیرفته و ارج نهاده می‌شود و جسارت گفتمان و شهود ریاضی در میان شاگردان، مورد توجّه و تأکید قرار می‌گیرد.

1. Climate for Thinking
2. Interaction
3. Skills of Thinking
4. Metacognition
5. Teaching for Thinking

Scanned by CamScanner

• آموزش تفکّر[۱]

در این‌جا، آموزش ریاضیات به گونه‌ای است که در آن، استفاده از مهارت‌های تفکّر، مانند طوفان یا بارش ذهنی[۲]، تفکّر نقّاد[۳]، تفکّر تصویری[٤] و... مورد توجّه قرار می‌گیرد.

✍ **تمرین:** درباره‌ی تعریف و کاربرد مفاهیمی مانند طوفان ذهنی، تفکّر نقّاد و تفکّر تصویری در یاددهی- یادگیری ریاضیات مطالعه و بحث نمایید.

• آموزش با تفکّر[۵]

در این شیوه‌ی آموزشی، عامل و ارتباط میان شاگردان از طریق تشکیل گروه‌های کاری[٦] و مباحثه‌ای در کلاس ریاضی، پرسشگری، بحث و گفت‌وگوی علمی درباره‌ی مباحث درسی مورد تأکید قرار می‌گیرد.

✍ **تمرین:** درباره‌ی ضرورت و چگونگی تشکیل گروه‌های کاری در کلاس ریاضی و مزایای آموزشی آن بحث نمایید.

• آموزش درباره‌ی تفکّر[۷]

این آموزش، شاگردان را کمک می‌نماید تا درباره‌ی تفکّر و شناخت عمیق‌تر دانسته‌های خود تأمل نمایند؛ یعنی ضمن آشنایی با استراتژی‌های فراشناخت یا دانستنِ دانستن، آن‌ها را درباره‌ی اطلاعات و دانسته‌های خود و دلایل فهم آن‌ها به کار گیرند.

نظر به این‌که در این درس، با واژه‌ها و مفاهیمی چون شناخت و فراشناخت زیاد سروکار داریم، اجمالاً رویکردهای شناختی و فراشناختی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

شناخت و فراشناخت

رویکرد شناختی بر فرایندهای شناخت و تفکّر متمرکز است. لغت شناخت (Cognition)، ریشه‌ی لاتین دارد و به معنی دانستن است. روانشناسان شناختی، در صدد کشف و شناخت چگونگی عملکرد فرایندهای شناختی هستند.

از جمله‌ی فرایندهای شناختی مورد توجّه می‌توان دقّت، ادراک، حافظه، تفکّر و حل مسأله را نام برد. روان‌شناسان شناختی می‌خواهند بدانند که "وقتی یک مسأله‌ی ریاضی را حل می‌کنیم، چه فعل و انفعالات ذهنی و پردازشی اتفاق می‌افتد؟"، "ما چطور یک معادله‌ی جبری

1. Teaching of Thinking
2. Brain Storming
3. Critical Thinking
4. ... Thinking

Scanned by CamScanner

یا یک مسأله‌ی هندسی را حل می‌کنیم؟" و "چرا برخی مطالب و رویدادها برای مدّت کوتاهی در ذهن ما – حافظه‌ی درازمدّت – می‌ماند و برخی چیزها برای تمام عمر؟". یک روانشناس شناختی به ذهن به عنوان یک سیستم فعّال و آماده‌ی حلّ مسأله می‌نگرد.

پردازش اطلاعات[1] از پذیرفته‌ترین و وسیع‌ترین شاخه‌ها و حوزه‌های روان‌شناسی شناختی است. فناوری کامپیوتر نقش مهمّی در شکل‌گیری دیدگاه پردازش اطلاعات ایفا کرده است. شناخت به فرایندهای درونی ذهنی یا راه‌هایی که در آن‌ها اطلاعات پردازش می‌شوند، گفته می‌شود؛ یعنی راه‌هایی که ما توسط آن‌ها به اطلاعات توجه می‌کنیم، آن‌ها را تشخیص می‌دهیم و به رمز درمی‌آوریم و در حافظه ذخیره می‌کنیم و به هنگام نیاز، با فراخوانی آن‌ها را مورد استفاده قرار می‌دهیم (بایلر و اسنومن[2]، ۱۹۹۳).

فراشناخت به دانش و آگاهی ما درباره‌ی فرایندهای شناختی خودمان و چگونگی استفاده‌ی بهینه از آن‌ها برای رسیدن به هدف‌های یادگیری گفته می‌شود (بایلر و استومن، ۱۹۹۳).

در واقع، شناخت دانستن و یادگیری است و فراشناخت، دانستن و اطلاع از چگونگی یادگیری و تفکر یا به عبارت دیگر، دانستنِ دانستن است. روان‌شناس آمریکایی، جان فلاول (۱۹۸۱)، از جمله‌ی نخستین پژوهشگران برجسته‌ای است که در حوزه‌ی فراشناخت، مطالعات سودمندی انجام داده است. او معتقد است که افراد نه تنها می‌توانند راهبردهای شناختی خود را توسعه دهند؛ بلکه قادرند آن‌ها را به گونه‌ای مناسب مورد استفاده قرار دهند. این مکانیزم، همان چیزی است که آن را فرایندهای فراشناختی می‌نامند؛ فرایندهایی که به کمک آن‌ها نسبت به پردازش‌های ذهنی خود و کنترل آن‌ها اطلاع بیشتر می‌یابیم. می‌توان گفت که راهبردهای شناختی برای ایجاد پیشرفت شناختی و راهبردهای فراشناختی برای بازبینی آن مورد استفاده قرار می‌گیرند. بازبینی پیشرفت خود در یک تکلیف (درسی)، فعالیت شناختی بسیار مهمّی است (فلاول، ۱۹۸۸).

در دهه‌های ۶۰ و ۷۰ میلادی، فلاول و همکارانش، تحقیقات کاربردی فراوانی را برای شناسایی چگونگی رشد فراحافظه‌ی کودکان انجام داده‌اند. آنچه مسلّم است، بزرگسالان در مقایسه با کودکان در استفاده از استراتژی‌های فراشناختی توانایی بیشتری از خود نشان می‌دهند. به عنوان مثال، هنگامی که یک دانش‌آموز دبستانی یا حتّی دبیرستانی یک مسأله‌ی

1. Information Processing
2. Bieler & Snowman

ریاضی را نادرست حل می‌کند، کمتر می‌تواند دلایل نادرستی راه‌حل خود را بیابد و آن‌ها را رفع نماید و یا در موقعیت‌های یادگیری ریاضی، مشکلات مفهومی خود را شناسایی کند و راه‌های غلبه بر آن‌ها را جستجو نماید. وایت‌برد[1] (۱۹۹۵)، معتقد است که می‌توان توانایی‌های فراشناختی افراد، به ویژه کودکان را در کلاس ریاضی با شیوه‌های گوناگون از جمله پرسشگری و خودپرسشی تقویت نمود. برخی محققان نیز بر این باورند که انتخاب یک مسأله یا قضیه‌ی ریاضی و تشریح گام‌به‌گام حل یا اثبات آن‌ها توسط معلمان ریاضی می‌تواند در رشد راهبردهای فراشناختی شاگردان مؤثر افتد. در روشی دیگر، می‌توانیم با انتخاب مسائل متنوع فراگیران را وادار نماییم تا با تجزیه‌وتحلیل یک تکلیف ریاضی، خود از راه‌حل‌های موردنظر دفاع کنند. جیمز (۱۹۸۵)، ارزش کار گروهی و فعالیت‌های مشارکتی را در یادگیری و حل مسائل ریاضی مورد توجّه قرار می‌دهد؛ زیرا این شیوه، موجب می‌شود که شاگردان چگونگی شناخت و تفکّر خود را درباره‌ی موضوعات و مسائل ریاضی آشکار سازند و از آن‌ها دفاع نمایند.

اتکینسون[2] (۱۹۹۲)، از یادگیری ریاضیات بادلیل در هر سن‌وسالی حمایت می‌کند و معتقد است که شاگردان در هر مقطعی از فراگیری دانش ریاضی باید نسبت به دانسته‌های خود اشراف و آگاهی لازم داشته باشند و بیاموزند که هیچ چیزی را بدون استدلال نپذیرند. بدیهی است که یادگیری‌های بادلیل ضمن تقویت راهبردهای فراشناختی موجب توسعه‌ی تفکر ریاضی شاگردان خواهد شد و آنان را از یادگیری‌های حافظه‌ای و غیرمعنادار بازمی‌دارد.

به‌طور کلی می‌توان استراتژی فراشناخت را با دو مؤلفه‌ی زیر معرفی نمود:

۱- آگاهی فرد از فعالیت‌ها و فرایندهای شناخت و تفکرش؛

۲- به‌کارگیری روش‌هایی برای تنظیم فرایندهای شناختی و فعالیت‌های ذهنی که در واقع نوعی نظارت بر یادگیری و کنترل آن‌هاست (براون، ۱۹۹۷).

توان ریاضی[3]

واقعیت‌ها نشان می‌دهد که برخی شاگردان در کار ریاضی و انجام تکالیف از خود توانمندی و علاقه‌ی بیشتری بروز می‌دهند و پیشرفت ریاضی آنان مطلوب‌تر است. بعضی مسائل ریاضی را راحت‌تر حل می‌کنند و به پرسش‌های معلم در کلاس درس سریع‌تر پاسخ

Scanned by CamScanner

می‌دهند؛ برعکس، شاگردانی در کلاس ریاضی هستند که در مقایسه با همکلاسان خود کندتر عمل می‌کنند و پیشرفت ریاضی آنان رضایت‌بخش نمی‌باشد. در این‌جا، سؤال مهم این است که آیا ریاضی خواندن نیازمند نوعی استعداد ذاتی و تمایل درونی است یا این‌که همه‌ی افراد به گونه‌ای از توانایی و استعداد طبیعی برای پیشرفت در ریاضیات برخوردارند و چنانچه در فضای آموزشی مناسبی قرار گیرند، توانمندی‌های خود را نشان خواهند داد. برخی ویژگی‌های ذاتی و ژنتیکی را عامل موفقیت در ریاضیات می‌دانند و سهم آموزش و فضای مناسب یاددهی- یادگیری را اندک به حساب می‌آورند. این رویکرد با ایجاد نگرش منفی نسبت به ریاضیات و پیش‌داوری‌های عجولانه موجب می‌شود که بسیاری از شاگردان از درس‌های ریاضی و رشته‌های مرتبط با آن بیم و هراس داشته باشند و ریاضیات را شاخه‌ای برای افراد برتر بدانند.

سؤال مهم دیگر اینست که "پسران و دختران در عرصه‌ی ریاضی خواندن چه تفاوت‌هایی با هم دارند؟" و "کدام گروه موفق‌تر عمل می‌کنند؟"، "آیا پسران در مقایسه با دختران به‌طور طبیعی از استعداد و توانمندی بالاتری در ریاضیات برخوردارند؟" یا این‌که یافته‌های علمی و واقعیت‌های موجود، تفاوت چندانی را نشان نمی‌دهد؟"

اساسی‌ترین مطالعه درباره‌ی توانایی ریاضی بچه‌ها توسط پژوهشگر و روان‌شناس روسی، کراتسکی[1] (۱۹۷۶) انجام شده است. بنابر مطالعات کراتسکی که عمدتاً با شیوه‌ی مشاهده و گفت‌وگو صورت گرفته است، توانایی ریاضی بچه‌ها ریشه در نوعی تمایل ذاتی و مادرزادی آنان دارد. او در کتاب "روان‌شناسی توانایی‌های ریاضی شاگردان مدرسه"[2] می‌نویسد «توانایی‌های ریاضی، امور فطری نیستند؛ بلکه سرمایه‌هایی در زندگی فرد می‌باشند که بر مبنای تمایلات قطعی او شکل می‌گیرند... برخی افراد، ویژگی‌های مادرزادی‌ای در ساختار و مشخصه‌های عملکردی مغز خود دارند که آنان را به‌طور قابل ملاحظه‌ای به توسعه‌ی توانایی‌های ریاضی‌شان متمایل می‌سازد... هر فردی می‌تواند یک ریاضی‌دان معمولی شود و برخی نیز با استعداد برجسته‌ای متولّد می‌شوند». کراتسلی، در عین حال توانمندی‌های متفاوتی را برای شاگردان مطرح می‌نماید. او معتقد است که بعضی دانش‌آموزان از ذهن تحلیلی برخوردارند و شیوه‌های کلامی و منطقی را ترجیح می‌دهند. برخی دیگر دارای تفکر هندسی هستند و رویکردی تصویری را می‌پسندند. گروهی از شاگردان هم از ذهن هارمونیک

1. Krutetskii
2. The psychology of mathematical abilities ...

Scanned by CamScanner

برخوردارند و قادرند که ترکیبی از ویژگی‌های تفکر تحلیلی و تفکّر تصویری را بروز دهند؛ هر چند که ممکن است به یکی از این دو رویکرد تمایل بیشتری نشان دهند. فراگیزانی که از ذهنی هارمونیک بهره‌مندند، عمدتاً استعداد واقعی بیشتری را در فعالیت‌های ریاضی بروز می‌دهند.

آدمارد (۱۹۴۵)، در مطالعه پیرامون زندگی برخی از ریاضی‌دانان مشهور به این نتیجه‌ی مهم دست یافت که استعداد ریاضی افراد، جدا از استعداد کلی آنان نمی‌باشد. او این یافته‌ی خود را به دو روش توجیه می‌کند؛ اول این‌که شاگردانی که عملکردی عالی در ریاضیات داشتند، معمولاً در سایر حوزه‌های دانش بشری از خود توفیقی نشان نداده‌اند. ثانیاً، بسیاری از ریاضی‌دانان خلاق، در سایر عرصه‌های علمی هم خلاقیت و نبوغ خود را بروز داده‌اند؛ به عنوان مثال می‌توان از گاوس، نیوتن، دکارت و لایب‌نیتز نام برد که این ادعای آدمارد را تأیید می‌کنند.

واقعیت‌های علمی و تجربی نشان می‌دهند که به لحاظ استعداد و قابلیت‌های فردی با فراگیری ریاضیات مدرسه و حتّی ریاضیات دانشگاهی – در سطح کارشناسی- مشکل خاصّی ندارند. اتخاذ شیوه‌های مناسب آموزشی و فضای مطلوب یادگیری می‌توانند بسترهای لازم را برای فراگیری ریاضیات مدرسه فراهم سازد. ویگوتسکی[۱]، دانشمند روسی، با طرح نظریه‌ی منطقه‌ی تقریبی رشد[۲] نشان می‌دهد که کودکان به کمک بزرگسالان و یا دوستان بالغ‌تر خود بهتر می‌توانند تکالیف‌شان را انجام دهند. به باور ویگوتسکی، آنچه کودکان به کمک دیگران می‌توانند انجام دهند، معرّف توانایی واقعی آنان است تا آنچه به تنهایی از عهده‌اش برمی‌آیند (سیف، ۱۳۸۴).

شورای ملی معلّمان ریاضی[۳] (۱۹۹۱)، توان ریاضی را توانایی در تفحّص، حدس زدن و استدلال منطقی برای حل مسائل غیرمعمول می‌داند. به علاوه، از نظر شورای مذکور، توانایی ایجاد ارتباط میان مفاهیم ریاضی و ارتباط ریاضیات با سایر علوم و حوزه‌های فکری از جمله مؤلفه‌های توان ریاضی به شمار می‌آید. همچنین توان ریاضی، دربرگیرنده‌ی رشد اعتمادبه‌نفس فراگیر و اراده‌ی وی جهت جستجو، ارزشیابی و بهره‌گیری از اطلاعات کلی و فضایی برای حل مسأله و تصمیم‌سازی است.

Scanned by CamScanner

انعطاف‌پذیری، پشتکار، علاقه، کنجکاوی و خلاقیت شاگردان نیز بر تحقّق تـوان ریاضـی تأثیرگذار است.

یادگیری، عملی فعّال و نه انفعالی

یادگیری نه تنها در زندگی انسان، بلکه در زندگی حیوانات رده‌پایین نیز نقشی حیاتی دارد. حیوانات، از جمله موش‌ها و خرگوش‌ها برای زنده ماندن و کار کردن، باید همچون انسان، یاد بگیرند و خود را تطبیق دهند. شما یـاد مـی‌گیریـد کـه چگونـه بنویـسید، چگونـه راننـدگی و اسب‌سواری کنید، یاد می‌گیرید که چگونه با زبانی غیر از زبان مـادری‌تـان صـحبت کنیـد. بـه تجربه یاد گرفته‌اید که مسائل گوناگون ریاضی را چگونه حل کنید و رفتار ریاضی خـوبی را از خود نشان دهید. این مثال‌ها، ما را به تعریف یادگیری هدایت می‌کند که سـانتراک (۲۰۰۳)، آن را تغییر نسبتاً پایدار در رفتار بر اثر تجربه می‌داند.

شاگردان، در یادگیری مفاهیم ریاضی لزوماً یک مسیر خطی را که مستقیماً از یک واقعیـت ریاضی به واقعیت و واقعیت‌های دیگری می‌رود طی نمی‌کنند، بلکه مـسیرهای یـادگیری آنـان شامل کار کردن کند و تند و متناوب با ایده‌ها، تعریف‌ها و ساختمآن‌های ریاضـی اسـت. غالباً بدون داشتن طرح و نقشه مشخص و تنها براساس درک و احساس خود بـه هنگـام فراگیـری، جهش‌های شهودی، درک مفاهیم و ایده‌های قبلی به شکل جدید مـی‌باشـد. بـه عنـوان مثـال، یادگیری مفهوم تابع جزء صحیح یا دو مفهوم سوپریمم و اینفیمم یک مجموعه یـا آشـنایی بـا مشتق‌پذیری چپ و راست، مستلزم فراگیری مفاهیم چندی است که یادگیری آن‌ها به گونـه‌ای سر راست و لزوماً خطّی اتفاق نمی‌افتد.

دیدگاه نـوین آمـوزش ریاضـی بـر ایـن مهـم تأکیـد دارد کـه انتقـال منفعلانـه مفـاهیم و مهارت‌های ریاضی توسط معلمان یادگیری معنادار را برای فراگیران به همراه نمی‌آورد و هرگز موجب رشد و پویایی تفکر ریاضی آنان نخواهد شد. ایـن فراگیـران هـستند کـه بـا مـشارکت فعالشان در عرصه آموزش و یادگیری ریاضـی بـر مبنـای دانـش و تجربـه‌هـای پیـشین خـود ریاضیات را امری قابل فهم و لذت‌بخش می‌سازند. تولید، تثبیت و تقویت تفکر ریاضـی بـرای فراگیران هنگامی روی می‌دهد که با هدایت معلم؛ خود در ساختن مفاهیم، مهارت‌هـای جدیـد ریاضی و نیل به آن‌ها مشارکت مؤثر داشته باشند. به گفته نوربرت وینر (نقل از فقیهی، ۱۳۷۱) اعجوبه آمریکایی کـه در هفـده سـالگی از دانـشگاه هـاروارد دکتـرای ریاضـی گرفـت؛ **«هنـر ریاضیات، هنر طرح پرسش‌های درست است و قطعه اصلی کار در ریاضی تخیل است و آنچه**

Scanned by CamScanner

این قطعه اصلی را به حرکت در می‌آورد، منطق می‌باشد و امکان استدلال منطقی آن زمانی پدید می‌آید که ما پرسش‌های خود را درست مطرح کرده باشیم.»

این موضوع که چگونه فراگیران می‌توانند دانش و تجربه‌های پیشین خود را در موقعیت‌های جدید یادگیری به کار گیرند و با طرح پرسش‌های مناسب در ساخت مفاهیم ریاضی شرکت داشته باشند، جای بحث و تأمل بسیار دارد. در قلمروی کار ریاضی، متخصصان با طرح نظریه‌هایی به این مهم پرداخته‌اند و ما در فرصت‌های مناسب به آن‌ها خواهیم پرداخت.

به هر حال، چنانچه اطلاعات عرضه شده به فراگیران در درس ریاضی به صورت قطعه‌های خبری مجزا، ناپیوسته و گاه غیر مرتبط با هم دیده شوند، انتظاری برای چنین مشارکتی نمی‌توان داشت. به علاوه، باید متوجه باشیم که یادگیری در ریاضی با سرعتی یکسان و هماهنگ برای دانش‌آموزان یک کلاس درس اتفاق نمی‌افتد. از این‌رو، یادگیری‌های انفعالی که به شتاب و چگونگی یادگیری در افراد توجهی ندارد، طبعاً به بروز یادگیری‌های طوطی‌وار می‌انجامد. از سوی دیگر، بسیاری از مشکلاتی که در نگرش به آموزش و یادگیری ریاضیات اتفاق می‌افتد، به واقع ناشی از برداشت‌های غلط در مورد طبیعت ریاضیات است. این مهم در ساختن باورهای فراگیر در عرصه کار ریاضی تأثیری قابل تأمل دارد.

هدایت نگرش‌ها و ادراک شاگردان در آموزش ریاضی

مربیان اعم از پدران، مادران، معلمان، مشاوران و اداره‌کنندگان مدرسه در شکل‌گیری طرز تلقی فراگیران نسبت به ریاضیات و ادراک آنان از مفاهیم ریاضی تأثیر بسزایی دارند. این طرز تلقی‌ها و ادراکات از عالم ریاضی در سال‌های اولیه کودک و در خلال بازی‌ها و الگوسازی‌های کودکانه شکل می‌گیرند و در دوران تحصیلات مدرسه‌ای تقویت و تثبیت می‌شوند. همان‌گونه که پیش‌تر نیز بدان اشاره شد، رمز توفیق دانش آموزان و دانشجویان در درس‌های ریاضی این است که باورکنند با اتکا به ظرفیت‌ها و پشتکارشان قادر به انجام فعالیت ریاضی هستند و آن را نیز سودمند بیابند. تقویت این اعتقاد به ویژه درانجام ریاضیات دوران مدرسه که موفقیت فرد در ریاضی بیشتر مرهون تلاش او و فرصت‌های یادگیری است تا توانایی‌ها و هوش ذاتی‌اش از جایگاه ارزشمندی برخورداراست.

در گذر از ریاضیات مدرسه، دانش آموزان عمدتاً ازسه مرحله یا دوره مهم عبور می‌کنند که هر دوره هم ازسوی فراگیر و هم معلمان و برنامه‌ریزان دارای ویژگی‌هایی است که اجمالاً

Scanned by CamScanner

به آن‌ها خواهیم پرداخت.

الف) ریاضیات دوران ابتدایی

آموزش رسمی ریاضی از دوره ابتدایی آغاز می‌شود و باید به گونه‌ای پایه گذاری شود که تا زمانی دراز ادامه یابد. در این مرحله کودک با علاقه طبیعی، کنجکاوی، اشتیاق و عدم پیچیدگی‌های ذهنی برای یادگیری وارد مدرسه می‌شود. در گذر از ریاضیات ابتدایی، مربیان نوع نگرش کودکان را نسبت به ریاضی شکل می‌دهند؛ به طوری که این نگرش‌ها رشد رفتار ریاضی کودک را مورد حمایت قرار دهند. با برقراری پیوند بین ریاضیات با تجربیات زندگی روزمره و واقعیت‌های دنیای ملموس ریاضیات خانه، مربیان کودکان را یاری می‌دهند که نه تنها مفاهیم و مهارت‌های ریاضی برای آنان معنادار باشد، بلکه تلقی‌شان از ریاضی به مثابه علمی سودمند و کارآمد در زندگی درآید؛ نه همچون نمادهایی بی‌فایده و غیرقابل استفاده در عمل. در این دوره فراگیران نباید وادار به حفظ آن دسته از قاعده‌ها و مهارت‌های ریاضی بشوند که فهم معناداری از آن‌ها ندارند.

به علاوه، تأثیر حالت‌های عاطفی و هیجانی به ویژه اضطراب در رفتار ریاضی نیز از این دوران آغاز می‌شود و در مراحل بعدی تثبیت و تقویت می‌شود، تا جایی که به صورت عاملی مخرب در زندگی علمی فراگیران درمی‌آید. از این رو، نوع رابطه میان معلم و فراگیران و این که چه ریاضیاتی باید به آنان آموخته شود و ضرورت ارتباط میان عالم ریاضی با دنیای واقعی و بازی‌های کودکانه و تجربه‌های پیشین کودک در دوران قبل از دبستان، از جایگاهی بس مهم در آموزش ریاضی دوران ابتدایی برخوردار است و باید مورد تأمل قرار گیرند.

بچه‌ها با دانش و تجربه ریاضی‌ای بیش از آنچه ما برای آن ارزش قائل هستیم وارد مدرسه می‌شوند و ریاضیات رسمی را که گاه خشک و بی‌روح می‌یابند، آغاز می‌کنند. متأسفانه پژوهش‌های انجام شده نشان می‌دهند که بین ریاضیات مدرسه وریاضیات خانه، که در زمینه‌های واقعی اجتماعی آموخته می‌شود، شکاف وجود دارد. ریاضیات خانه در صحنه‌های واقعی و برای هدف‌های واقعی یادگرفته می‌شود و ریاضیاتی طبیعی به نظر می‌رسد که برای بچه‌ها ملموس و معنادار است. دانش و مهارت‌های ریاضی مقولاتی نیستند که باگوش دادن به معلم و نگاه کردن به وی و تکرار و تقلید و خواندن کتاب و جزوه درسی به دست آید، بلکه باید با شیوه‌ای فعال و در خلال جستجوی معانی و ایجاد ارتباط‌های ذهنی ساخته شوند. بنابراین، تأکید بر این است که فراگیران به عنوان اندیشه‌ورزان فعال با نظارت و هدایت دقیق و

Scanned by CamScanner

گاه نامریی معلمان و کتاب‌های درسی به سوی انجام کار مطلوب ریاضی سوق داده شوند. از عمده‌ترین نقش‌های معلمان سامان‌دهی و فراهم آوردن انواع تجربه است که به کمک آن شاگردان بتوانند فهم خود را از ریاضیات بنا نهند و توسعه دهند. مهم این است که بچه‌ها با خودباوری و اطمینان به نفس با ریاضیات و مسائل آن روبه‌رو شوند و از تردید در انجام کار ریاضی بپرهیزند.

☜ **توجّه!** درباره‌ی ریاضیّات کودکان بیش‌تر تحقیق نمایید و ویژگی‌های آن را بیابید.

ب) ریاضیات دوران راهنمایی تحصیلی

در خلال این دوران انتظار داریم دانش‌آموزان بزرگترین تغییرات رشدی جسمانی، عاطفی، روانی و فکری خود را تجربه کنند. در این سال‌هاست که مربیان ریاضی باید زمینه‌های تشویق بیشتر دانش‌آموزان را فراهم آورند و آنان را قادر سازند که اعتماد به نفس و خودکارآمدی - اطمینان به توانایی‌های- خود را در فهم معنادار ریاضیات تقویت کنند. در این گروه سنی برقراری پیوند میان ریاضیات و انتخاب‌های آینده تحصیلی و شغلی نیز دارای اهمیت به سزایی است؛ به طوری که انتخاب‌های تحصیلی و شغلی دانش‌آموز حتی‌الامکان با یکدیگر نزدیک باشند.

در این دوران سازمان‌دهی چگونگی رابطه میان معلم ریاضی و دانش‌آموزان از اهمیت بالایی برخوردار است. این که معلمان چگونه مسئولیت‌هایی را به دانش‌آموزان تفویض و آنان را در انتقال این مسئولیت‌ها هدایت می‌کنند؛ چه تأثیری بر دانش، تفکر، استدلال و شناخت معنادار مفاهیم ریاضی خواهد گذاشت، امری راهبردی و حیاتی است. یادگیری‌های حافظه‌ای و غیر هوشمند در عرصه ریاضیات و نیز نگرانی‌ها و نومیدی‌ها شاگردان درکار ریاضی عمدتاً از این دوران آغاز می‌شود. به علاوه، پایه‌ریزی ارتباط پیوسته و معنادار میان ریاضیات ابتدایی و متوسطه نیز در این مقطع انجام خواهد گرفت. شاگردان آرام آرام به سمت یادگیری‌های انتزاعی و مجردتر گام برمی‌دارند و با استدلال‌های ریاضی آشنا می‌شوند. این مهم آمادگی‌های بعدی آنان را در یادگیری مطالب پیچیده‌تر ریاضی در آینده فراهم خواهد آورد.

ج) ریاضیات دوران دبیرستان

در مقطع دبیرستان، دانش‌آموزان باید بر اهمیت ارتباط میان انتخاب‌های علمی و سایر انتخاب‌های دوران زندگی خود آگاه شوند. این مسأله حیاتی است که مربیان ریاضی بکوشند تا باور دانش‌آموزان را نسبت به ارزش دانش ریاضی و کارآمدی آن در جامعه تقویت نمایند و

Scanned by CamScanner

آنان را متقاعد سازند که توان و ظرفیت انجام فعالیت‌های ریاضی را در حال و آینده دارند و به گونه‌ای پیوسته اطلاعات به روز و قابل اعتمادی را در عرصه مقولات زیر فراهم آورند.

۱- چگونگی مرتبط ساختن آنچه دانش‌آموزان در ریاضی می‌آموزند با انتخاب‌های تحصیلی و شغلی آنان.

۲- افزایش فرصت‌هایی در زندگی دانش‌آموزان که در نتیجه مطالعات آینده در ریاضی برای آنان فراهم خواهد شد. به عبارتی دیگر، دوران دبیرستان می‌تواند فرصت‌هایی را برای تقویت و تثبیت مفاهیم و مهارت‌های ریاضی دانش‌آموزان فراهم آورد که یادگیری‌های بعدی آنان را به ویژه در تحصیلات دانشگاهی تسهیل نماید.

۳- چگونگی اتکای فزاینده سایر عرصه‌های علم و زندگی بر دانش ریاضی.

۴- لازمه‌ی فارغ‌التحصیلی فراگیر از دبیرستان یادگیری موفقیت‌آمیز بخش‌هایی از ریاضی است؛ بنابراین باید در این مقطع پیش‌نیازهای آینده‌ی تحصیلی خود را در ریاضیّات بیاموزد.

۵- مشکلات مربوط به مرتبط ساختن ریاضیات متوسطه و دوران قبلی، ریاضیات متوسطه و آموزش عالی و دنیای واقعی کار و حرفه به‌ویژه کارآفرینی.

بنابراین همه‌ی کسانی که به گونه‌ای در امر تعلیم و تربیت ریاضی دخیل هستند، اعم از والدین، معلمان، مربیان و برنامه‌ریزان، باید با یاری یکدیگر و هم‌اندیشی‌های سودمند بکوشند تا طرز تلقی‌ها، ادراکات و تصمیم سازی‌های فراگیران را در عرصه ریاضیات شکل‌دهی و هدایت کنند. از مهم‌ترین هدف‌های آموزش ریاضی، آن‌گونه که NCTM و سایر پژوهشگران اعلام کرده‌اند، این است که دانش‌اندوزان بیاموزند که برای ریاضیات ارزش قائل شوند و به کارآیی آن در جریان زندگی و پرورش نیروی تفکر واستدلال و تحلیل واقف شوند. به‌علاوه، نسبت به قابلیت‌ها و ظرفیت‌های خویش در انجام تکلیف‌های ریاضی و موقعیت‌های مختلف حل مسأله اعتماد و اطمینان یابند تا جایی که کار و تلاش در ریاضی برای آنان همچون عملی رضایت‌بخش و مسرت‌آفرین درآید، نه عملی اضطراب‌زا و ملامت‌بار!

Scanned by CamScanner

فصل دوّم

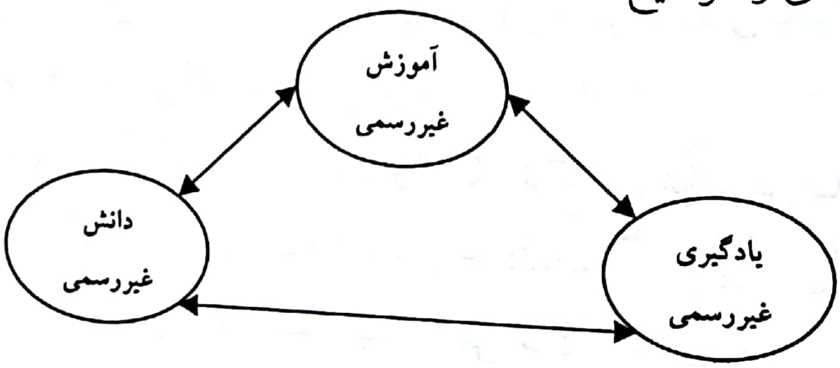
یاددهی- یادگیری ریاضیّات

متخصصان آموزش ریاضی بر این مهم متفقّند که یادگیری ریاضیات نه در کلاس درس شروع می‌شود و نه پایان می‌یابد. کودکان مفاهیم مقدماتی ریاضی را مانند سایر مفاهیم در تعامل با محیط و اطرافیان و قبل از ورود به مدرسه یاد می‌گیرند. یافته‌های مختلف علمی نشان می‌دهد که کودکان بسیار خردسال هم درک درستی از عدد و شمارش دارند و به فعالیت‌هایی می‌پردازند که مبنای ریاضی دارند. آنان چیزهایی مثل شکلات، کیک و... را میان خود تقسیم می‌کنند و غالباً در انجام دادن جمع و تفریق ساده موفق می‌شوند (اوبری، ۱۹۹۳ و آنیلری، ۱۹۹۵). درست برخلاف دیدگاه پیاژه که فهم بچه‌ها از اعداد را قبل از ورود به مدرسه و شروع آموزش‌های رسمی ناچیز می‌داند. بچه‌ها با داشتن تجربه و مهارت‌هایی در ریاضی بیش از آنچه ما برای آن اهمیت قائل می‌شویم وارد مدرسه می‌شوند و ریاضیات رسمی را آغاز می‌کنند. از این رو است که در بررسی وضعیت شاگردان در درس ریاضی میان ریاضیات مدرسه و ریاضیات خانه تفاوت قایل می‌شوند.(آنیلری، ۱۹۹۵). دانش غیررسمی ریاضیات یا ریاضیات خانه در صحنه های واقعی زندگی و در فضایی طبیعی، غیررسمی، آزاد و به دور از آموزش‌ها و برنامه‌ریزی‌های کلاسیک، امتحان و نمره یادگرفته می‌شود. برعکس ریاضیات مدرسه به گونه‌ای رسمی، با نمادها و الگوریتم‌هایی ساختگی و تعاریفی منطقی و عمدتاً نامرتبط با زندگی روزمره بچه ها آموزش داده می‌شود و اصولاً با تنبیه و تشویق و نمره تقویت می‌گردد. بنابراین بچه ها ریاضیات مدرسه را در مقایسه با تجربه های خود از ریاضیات خانه،

Scanned by CamScanner

خشک، اجباری و غیر طبیعی می‌یابند و از آن لذت نمی‌برند. در سال های اخیر، تحقیقات فراوانی صورت گرفته است تا دانش و تجربه مرتبط با زندگی واقعی کودکان در ساختن دانش و مهارت ریاضی آنان نقش داشته باشد و موجب یادگیری معنی دارتر و پایدارتر آنان گردد (ماک، ۱۹۹۰). در عین حال، بین دانش قبلی خارج از مدرسه و یادگیری ریاضیات توسط کودکان در مدرسه رابطه شفاف و ساده ای برقرار نیست (اوبری، ۱۹۹۳ و انیلری، ۱۹۹۵). دانش غیر رسمی ریاضیات یا همان ریاضیات خانه، منشاء یادگیری غیررسمی کودکان قبل و بیرون از مدرسه می‌شود.

سؤال مهم و اساسی این است که در یک سازوکار شناختی، عملیاتی و منطقی دانش و تجربه غیررسمی بچه ها از مفاهیم و عملیات ریاضی چگونه می‌تواند مرتبط با آموزش های رسمی و کلاسیک آنان شود؟ به عبارت دیگر چگونه ممکن است ارتباط تعریف شده و ساختاری یادگیری غیررسمی و رسمی ریاضیات موجب تقویت و بسط تفکر ریاضی و توانایی حل مساله در آنان گردد؟ به عنوان مثال آیا دانش و یادگیری غیررسمی کودکان از مفاهیم و اشکال هندسی، شمارش اعداد و عملیات حسابی، کسرها، نسبت ها و عملیات مربوطه می‌تواند مبنایی برای توسعه فهم نمادها و روابط مجرد ریاضی گردد؟ مدل ۲-۱ در زیر می‌تواند ساختار ارتباطی میان سه مقوله آموزش، دانش و یادگیری غیررسمی در حوزه ریاضیات مدرسه‌ای را توضیح دهد.



مدل ۲-۱

برای پرداختن به پرسش فوق ضروری به نظر می‌رسد که یادگیری غیر رسمی را مورد بررسی قرار دهیم.

یادگیری غیررسمی، یادگیری رسمی

در یکی- دو دهه‌ی اخیر برخی محققان با تحقیقات خود در عرصه‌های مختلف علوم بر

Scanned by CamScanner

بی‌مانندی موقعیت‌ها و فرصت‌های یادگیری غیررسمی و مزیت‌های آن به عنوان مکمل یادگیری رسمی تأکید نموده‌اند (بوئکائرت و مینائرت، ۱۹۹۹ و رابینسون، ۱۹۹۶). هر چند که در ادبیات آموزشی و تربیتی، تحقیقات کمی وجود دارد که بر مزایا و اهمیت محیط‌های غیررسمی یادگیری به طور شفاف تأکید نماید، در عین حال این فرضیه که یادگیری غیررسمی موجب تقویت هدف‌های یادگیری می‌شود، مورد پذیرش جمعی از روان‌شناسان یادگیری است. کران (۱۹۹٤)، یادگیری غیررسمی را فعالیت‌هایی می‌داند که عمدتاً در خارج از محیط مدرسه اتفاق می‌افتد و به عنوان بخشی از برنامه‌های مدرسه به شمار نمی‌آید و بر خلاف مشارکت اجباری در برنامه‌های آموزشی مدرسه، داوطلبانه و اختیاری است. چند مشخصه‌ی عمده‌ی یادگیری غیررسمی را با توجه به دیدگاه‌های برخی از صاحب‌نظران می‌توان این‌گونه خلاصه کرد: (به عنوان مثال بوئکائرت و مینائرت، ۱۹۹۹؛ آسنسوویل، ۱۹۹۸؛ آشمن، ۱۹۹۷؛ اسکاوبل، بین، کورتز، مارتین و استرلینگ، ۱۹۹٦).

۱- در یادگیری غیررسمی، فرایند یادگیری فعّال، داوطلبانه، کران باز، مبتنی بر خوداکتشافی و کاوشگرانه، لذت‌بخش و غیردلهره‌آور است؛

۲- یادگیری غیررسمی عمدتاً در متن جامعه اتفاق می‌افتد و شاگردان را در فعالیت‌های مبتنی بر یادگیری مشارکتی ترغیب می‌نماید؛

۳- یادگیرنده‌ها در یادگیری غیررسمی همزمان تعدادی از فرایندهای خودتنظیمی[1] مانند خودنظارتی[2] و خودانگیختگی[3] را به کار می‌گیرند؛

٤- این فرایندهای خودتنظیمی موجب تقویت و آشکارتر شدن انگیزش‌های درونی فرد می‌شود و بر عکس انگیزش درونی هم فرایندهای خودتنظیمی را تسهیل می‌نماید؛

۵- تجربه‌ی یادگیری در یادگیری غیررسمی بیشتر کیفی است تا کمّی، فرایندمحور است تا محصول‌محور، بیشتر ترکیبی است تا تحلیلی و بیشتر خودهدایت‌شونده است؛

٦- یادگیری غیررسمی فی نفسه کران باز و زمان نابسته است و فراگیر کمتر تحت فشار و محدودیت زمانی برای یادگیری قرار می‌گیرد؛

۷- یادگیری غیررسمی عمدتاً غیراجباری، انتخابی و بعضاً تصادفی است. امتحان و نمره‌ای در

1. Self-regulation

کار نیست؛ بلکه در ذات آن نوعی سنجش و خودسنجشی غیررسمی و داوطلبانه وجود دارد که نشان‌دهنده‌ی بازخورد یادگیری است و در مقایسه با یادگیری رسمی هدف‌های گسترده‌تری را دنبال می‌کند.

ویژگی‌های فوق، یادگیری غیررسمی را متفاوت با یادگیری رسمی مدرسه‌ای می‌سازد که اساساً زمان‌بسته، کلاس‌محور و مؤسسه‌مدار، برنامه‌ای‌محور، معلم‌محور و کتاب‌محور هستند. در این نوع یادگیری، امتحان ابزاری برای فشار و یادگیری است و عمدتاً بخشی جداناپذیر و طبیعی از فرایند یادگیری به شمار نمی‌آید. شاگردان وادار می‌شوند که مباحثی را بیاموزند که ضرورت آن‌ها را احساس نمی‌کنند و یا تکالیف و تمرین‌هایی را انجام دهند که انگیزه و علاقه‌ی چندانی برای انجام آن‌ها ندارند. با وجود این، محققان، یادگیری‌های رسمی و غیررسمی را از هم جدا نمی‌دانند و حتی معتقدند که بسیاری از یادگیری‌های غیررسمی هم ممکن است در یافت آموزش‌های رسمی اتفاق افتد؛ درست مانند بسیاری از یادگیری‌های رسمی که ممکن است در خارج از محیط مدرسه رخ دهد. یادگیری موسیقی نمونه ای از این نوع است (رسنیک، ۱۹۸۷).

برخی محققان از جمله آشمن (۱۹۹۷)، عدم توجه به یادگیری غیررسمی در کلاس درس را مورد سرزنش قرار می‌دهند. آنان بر این اعتقادند که شاگردان اغلب با باورها و احساساتی فردی درباره‌ی یادگیری و حل مسأله وارد زمینه‌های یادگیری رسمی می‌شوند که از تجربیات زندگی واقعی خود به دست آورده‌اند. در عین حال نکته‌ی مهم و اساسی برای صاحب‌نظران این است که دریابند چگونه پارامترهای متغیر یادگیری رسمی و غیررسمی با یکدیگر در تعامل قرار می‌گیرند و چگونه با خودآگاهی شاگردان و فرایندهای خودتنظیمی آنان مرتبط می‌شوند (بونکائرت و مینائرت، ۱۹۹۹).

جنبه‌های شناختی یادگیری غیررسمی

یادگیری غیررسمی به طور آشکاری برای رشد شناختی و عقلانی بچه‌ها در سال‌های اولیه‌ی زندگی ضروری است؛ همانگونه که برای یادگیری بزرگسالان نیز دارای اهمیت است. بسیاری از محققان (ازجمله وود هد و همکاران، ۱۹۸۶ و تراورتن، ۱۹۹۵) معتقدند که بیشترین یادگیری شناختی در اوایل خردسالی و در نتیجه‌ی تعاملات غیررسمی میان والدین با دیگر بزرگسالان و همسالان اتفاق می‌افتد؛ تعاملاتی که ضرورتاً از جنبه‌های فرهنگی، اجتماعی و

Scanned by CamScanner

فعالیت‌های محاوره‌ای روزمره ناشی نمی‌شود (گاوین، ۱۹۹۵ و ۲۰۰۰). یک مثال ساده‌ی یادگیری، مفهوم نصف ($\frac{1}{2}$) یا ثلث ($\frac{1}{3}$) است که بچه ها از دو یا سه قسمت نمودن یک کیک، شکلات و یا یک برگه کاغذ و غیره می‌آموزند. در این‌جا معنای نصف و ثلث تدریجاً به عنوان یک مقوله‌ی شناختی برای کودکان درمی‌آید، بدون اینکه یادگیری هوشمندآن‌های در خصوص آن اتفاق افتد. اسکافر (۱۹۹۶)، معتقد است که ریشه‌ی شناختی در سال‌های اولیه‌ی زندگی به گونه‌ای مؤثر در متن رویدادهای وابسته و در تعامل میان کودکان با اطرافیان صورت می‌گیرد. کودکان توانمندی‌های شناختی خود را در ارتباط با اعداد و شمارش در خلال فرصت‌های روزآن‌های که در زندگی برای آنان رخ می‌دهد به دست می‌آورند. امروزه تأکید بر جنبه‌های شناختی و یادگیری غیررسمی برای کودکان و بزرگسالان دچار تحولاتی شده است. ایده‌ی موردنظر این است که بزرگسالان با کارورزی‌های غیررسمی در کنار افراد ماهر و متخصص تدریجاً دانش و مهارت خود را تقویت می‌کنند و بر میزان قابلیت‌های شناختی و حتّی فراشناختی خویش می‌افزایند (لاو وونگر، ۱۹۹۱). به علاوه در دوره‌های آموزش رسمی، عجین شدن یادگیری‌های غیررسمی موجب ارتقای سطح دانش و مهارت کارورزان می‌گردد. کارورزی در مشاغلی چون معلمی، مهندسی، هنری، درمانی و پزشکی موجب می‌شود که فراگیران در کنار آموزش‌های رسمی و برنامه‌ریزی شده‌ی خود، آموزش‌های غیررسمی زیادی را ببینند که ارزش شناختی فراوانی دارد. این قبیل آموزش‌های غیررسمی و در عین حال علمی و آزاد با تقویت مهارت‌های فراشناختی فراگیران قابلیت‌های حل مسأله در آنان را می‌افزاید و در خوداتکایی شغلی آینده‌شان نقش مهمی ایفا می‌نماید. تحقیقات در ایالات متحده نشان می‌دهد که در دهه‌ی اخیر بیش از یک میلیون نفر از کودکان به جای مدرسه در خانه تحصیل می‌کنند (لاینز، ۱۹۹۸). به نظر می‌رسد که یکی از بهترین منابع و روش‌های علمی برای یادگیری غیررسمی بچه‌ها در سن مدرسه، آموزش خانگی آنان است. در واقع والدینی که در کشورهای توسعه‌یافته به آموزش در خانه برای بچه‌های در سن مدرسه‌ی خود روی آورده‌اند و مشاورین آنان در این امر دریافته‌اند که در خیلی موارد یادگیری غیررسمی نقش زیادی در رشد عقلانی و شناختی بچه‌ها ایفا نموده است.

ریاضیات و یادگیری غیررسمی

تا هنگام سن مدرسه، بسیاری از کودکان حداقل مفاهیم اساسی ریاضی (حساب) مانند

شمارش، جمع، تفریق، تقسیم، اعداد کاردینال و اوردینال را آزادانه می‌آموزند. البته نه با روش‌ها و مهارت‌هایی که بعداً به‌طور رسمی یاد می‌گیرند. مستندات علمی فراوانی موجود است که نشان می‌دهد بچه‌ها و بزرگسالان با داشتن ذخیره‌ای از دانش، تجربه و مهارت‌های غیررسمی خود مرتبط با حوزه‌های متنوع ریاضیات قادرند مسائل زندگی خود را حل‌وفصل نمایند (کاراهر و همکاران، ۱۹۸۷). این یافته‌ها تأکید می‌کند که این دانش‌های غیررسمی بیشتر غیرمرتبط با نمادها و شیوه‌های اجرایی و کلاسیک ریاضیات هستند. فهم کسرها و نسبت‌ها و عملیات مرتبط با آن‌ها از جمله مباحثی در ریاضیات هستند که بچه‌ها با آن‌ها مشکل دارند. برخی تحقیقات نشان می‌دهد که کودکان با دانشی غنی از یادگیری‌های غیررسمی درباره‌ی کسرها وارد عرصه‌ی آموزش‌های رسمی می‌شوند و این یادگیری‌ها به آنان کمک می‌کنند که نمادهای صوری و اعمال ریاضی مرتبط با کسرها را معنی‌دارتر بیاموزند و دانش رسمی خود را براساس آن‌ها بنا نهند. در عین حال تحقیقات بیشتری لازم است تا مشخص شود که چگونه دانش و یادگیری غیررسمی بچه‌ها می‌تواند موجب بسط فهم آنان از کسرها و عملیات مرتبط با آن‌ها گردد؛ به عبارت دیگر تعامل میان دانش رسمی و غیررسمی، یادگیری رسمی و غیررسمی بچه‌ها در این حوزه و حوزه‌های دیگر ریاضی چگونه است؟ تحقیقات انجام شده مرتبط با کسرها بیش از آن که به دانش و یادگیری رسمی و غیررسمی آنان در این حوزه بپردازد و چگونگی ارتباط میان آن‌ها را شفاف نماید، به پنداشت‌های غلط شاگردان از مفهوم کسر و اعمال ریاضی مربوطه اختصاص یافته است. در واقع تحقیقات مذکور، درک شاگردان را پس از دریافت آموزش‌های رسمی مورد مطالعه قرار می‌دهد و دانش‌های غیررسمی آنان را از کسرها نادیده می‌انگارد (ماک، ۱۹۹۰). ناهماهنگی‌ها و فقدان ارتباطی که میان روش‌های رسمی و غیررسمی در آموختن ریاضیات به کودکان وجود دارد و این‌که معمولاً دانش و یادگیری غیررسمی آنان را نادیده می‌گیرد، از جمله دلایل عمده‌ی فقدان اعتماد و علاقه‌ی شاگردان به ریاضیات مدرسه‌ای به شمار می‌آید. اتکینسون (۱۹۹۲)، در مروری که بر چگونگی ریاضی خواندن بچه‌ها دارد، بر این مهم تأکید می‌نماید که بچه‌ها در حل مسائل ریاضی و محاسبات عددی عمدتاً استراتژی‌های خود را برگزینند و معمولاً امتناع دارند که از استراتژی‌ها و الگوریتم هایی که قبلاً آموخته‌اند استفاده نمایند. نمونه‌ی جالبی که از یادگیری غیررسمی ریاضی می‌توان ذکر کرد، فعالیت‌هایی است که توسط بچه‌های کار خیابانی در برزیل صورت می‌گیرد و بی‌ارتباط با وضعیت ریاضی مدرسه‌ای آن می‌باشد. کاراهر، کاراهرو اسکلیمان (۱۹۸۵)، تحقیقی را انجام دادند که در آن ریاضیاتی را که بچه‌های برزیلی در مدرسه آموخته

بودند با آنچه در خیابان و در خلال خرید و فروش اجناس به مردم یاد گرفته بودند، مورد مطالعه و مقایسه قرار دادند. محققان مذکور با مراجعه به این بچه‌های کار خیابانی، با آنان وارد معامله می‌شدند و مشاهده می‌نمودند که بچه‌های موردنظر در انجام معاملات و حساب و کتاب‌های مالی با مشتریان هیچگونه مشکلی ندارند. بر عکس هنگامی که همین عملیات در قالب مسائل داستانی (کلامی) ریاضی در کلاس درس از آنان خواسته می‌شد، دچار اشتباهات و مشکلات زیادی بودند! کلاین (۱۹۹۸)، نشان داد شاگردان دبستانی‌ای که یادگیری اکتشافی در ریاضیات را ترجیح می‌دهند، موقعیت‌های رسمی تقویت شده برای آموزش ریاضی را وضعیتی می‌شناسند که محیطی فشارآور و حتی فاقد معنا را تبیین می‌نماید. در واقع چنین دانش‌آموزانی با روش‌های غیررسمی پرسشگری، جستجو و خلاقیت به دنبال فهم مطالب ریاضی هستند و برای انجام این کار، شرایط طبیعی و آزادآن‌های را می‌طلبند که با شرایط آموزش‌های رسمی، خشک و برنامه‌ها و مطالب از قبل تعیین شده مغایرت دارد. برعکس شاگردانی که تسلط بر مهارت‌های ریاضی را در یک فضای رسمی و اجباری می‌آموزند، عمدتاً بسترها و روش‌های غیررسمی یادگیری را بدیهی، سبک و حتی غیرمنطقی می‌دانند. در واقع رویکرد این دو گروه دانش‌آموزی نسبت به نوع آموزش‌ها و شرایط یادگیری که موجب آموختن ریاضیات می‌شود متفاوت است.

امروزه بسیاری از یاددهی- یادگیری‌های غیررسمی در ریاضیات مدرسه می‌تواند توسط فناوری رایآن‌های و یادگیری چندرسانه‌ای صورت گیرد. طراحی علمی، مناسب و هوشمند چندرسانه‌ای در مباحث مختلف ریاضی در نقش مکمل یاددهی- یادگیری مدرسه‌ای می‌تواند با ترغیب بیشتر شاگردان در خانه و مدرسه یادگیری آنان را تسهیل نماید. ویژگی غیرخطّی آموزش چندرسانه‌ای و جستجوی آزاد در آن، علاقه و کنجکاوی بچه‌ها را برای پی‌گیری مطالب درسی برمی‌انگیزاند. هید (۲۰۰۱) به نقل از پی (۱۹۸۷)، تکنولوژی شناختی را به عنوان رسانه‌ای تعریف می‌کند که به چیره شدن بر محدودیت‌های ذهن در تفکر و یادگیری حل مسأله کمک می‌کند. یادگیری رسانه‌ای بر این باور استوار شده است که پیام‌های آموزشی باید با در نظر گرفتن ذهن انسان طراحی شوند. در منطق چندرسانه‌ای، پردازش اطلاعات در دو قالب کلامی و تصویری (دیداری) مورد توجه قرار می‌گیرد که با ویژگی‌های یادگیری طبیعی انسان سازگارتر است. یادگیری چندرسانه‌ای هنگامی روی خواهد داد که یادگیرنده خود را در فرایندهای پردازشی چون انتخاب کلمات و تصاویر، ساماندهی کلمات و مفاهیم، ساماندهی تصاویر و تلفیق کلمات و تصاویر دخیل کند. در نظریه‌ی شناختی یادگیری چندرسانه‌ای،

Scanned by CamScanner

یادگیری فرایندی فعال محسوب می‌شود که فراگیر را به درک مطلب ارائه شده ترغیب می‌کند. هنگامی‌که مطالب ریاضی صرفاً به صورت کلامی ارائه شوند نقش بالقوه‌ی ظرفیت شاگرد در پردازش اطلاعات تصویری نادیده گرفته می‌شود. درک مطالب هنگامی موفقیت‌آمیز خواهد بود که بتوان کلمات، نمادها و تصاویر مرتبط را در حافظه‌ی فعال به صورت ذهنی تلفیق کرد (مایر، ۲۰۰۱).

پارک‌های ریاضی هم مکان‌های مناسبی برای یادهی- یادگیری غیررسمی و طبیعی ریاضیات به بچه‌ها و بزرگسالان هستند؛ پارک‌هایی که طراحی آن‌ها در همه‌ی زمینه‌ها و بازی‌ها نشان‌دهنده‌ی نمادها، اشکال و روابط هندسی و ریاضی است. از سوی دیگر، شعار سال جهانی ریاضیات یعنی "مردمی بودن ریاضیات" یا همگانی کردن ریاضیات بر این واقعیت دلالت دارد که با آموزش‌های غیررسمی و پیوسته، ریاضیات وارد زندگی مردم شود؛ به گونه‌ای که کوچک و بزرگ با نمونه‌های عینی و ارزشمند کاربرد ریاضی در زندگی خود آشنا شوند و از آن لذت ببرند. ریاضیات قومی نیز با مؤلفه‌های فرهنگی- اجتماعی خود تلفیقی از دانش‌های رسمی و غیررسمی ریاضیات هر قوم و ملّتی است که می‌تواند بسیار الهام‌بخش باشد و یادگیری‌های رسمی ریاضی را به ویژه برای کودکان تقویت نماید.

بنابر شرایط جغرافیایی و فرهنگی اجتماعی در کشورهای گوناگون، بچه‌ها در پایان ۵ یا ٦ سالگی وارد مدرسه می‌شوند تا یادگیری‌های رسمی و مدرسه‌ای خود را آغاز نمایند. برنامه‌ها، محتوای درسی، شیوه‌های آموزشی، ساعات حضور، امتحان و... همه از قبل مشخص شده است و معلمان موظّف به رعایت آن‌ها می‌باشند؛ شاگردان نیز مجبورند آنچه که معلمان‌شان می‌گویند، بیاموزند. بسیارند مدارس و معلمانی که به خوبی این آموزش‌های رسمی را ساماندهی می‌کنند. سؤال مهم این است که آیا تنها شیوه‌ی یادهی- یادگیری مؤثر همین شیوه‌ی رسمی مدرسه‌ای و کاملاً قالب‌بندی شده است یا شیوه‌های دیگری هم به عنوان مکمل و تسهیل‌گر این شیوه وجود دارد؟!

واقعیت این است که هیچ مبنای علمی وجود ندارد که این شیوه‌ی رسمی و مورد اتفاق و تأیید جهانی، تنها شیوه‌ی ممکن برای یادگیری مباحث درسی از جمله ریاضیات مدرسه‌ای باشد. باید توجه داشت هنگامی که بچه‌ها در موقعیت یادگیری رسمی ریاضی قرار می‌گیرند، شیوه و فرایندهای خودشان را برای یادگیری دنبال می‌کنند. منطق برنامه‌ریزی و منطق بچه‌ها برای یادگیری لزوماً منطبق نیست. منطق بچه‌ها فردی و با تعامل پیچیده و فعال میان دانش موجود آنان و اطلاعات رسیده، علاقه، انگیزش، کنجکاوی و تمایلات آنان در چالش قرار

Scanned by CamScanner

می‌گیرد؛ گویی هر بچه‌ای تئوری و روش خود را برای یـادگیری برمـی‌گزینـد. هـر تعریـف و مفهوم ریاضی برای بچه‌ها لزوماً همان معنایی را که برای معلمانشان دارد، ندارد. مـا ریاضیات را با ترتیب منطقی آموزش می‌دهیم؛ در حالی که شاگردان با خصیصه‌های فردی خود آن را با ترتیب روان‌شناختی یاد می‌گیرند. به عبـارت دیگـر افـراد از یـک تعریـف یـا رابطـه ریاضی، برداشت ذهنی خود را دارند که ممکن است با برداشت ذهنی معلم یا همـشاگردی هـای شان متفاوت باشد. یادگیری غیررسمی به نوعی از منطق فازی و غیر خطی پیروی می کند به گونـه ای که برای هر بچه منحصر به فرد است. یـادگیری غیررسـمی مـشابهت بـا زبـان آمـوزی در کودکان داردکه هرچند با شیوه ای نظیر هم صورت می گیرد ولی در عـین حـال کـاملاً فـردی است. شاید یادگیری غیررسمی به دلیلی ارتباطات و شبکه های بی شماری که در قـشر مغـزی ایجاد می کند، طبیعی تر به نظر می رسد و در هر صـورت بـدون تـلاش بـرای همـاهنگی بـا یادگیری رسمی اتفاق می افتد.

نکته‌ی اساسی این است که شاگردان هنگامی که اجازه می‌یابند در یـک فـضای واقعـی و نسبتاً آزادانه به یادگیری بپردازند بهتر مـی‌تواننـد سـاختارهای ذهنـی موردنیـاز خـود را بـرای عملیات ریاضی توسعه دهند. شاید دیدگاه روان‌شناس روسی ویگوتسکی که معتقد بود همه‌ی یادگیری‌ها به نوعی اجتماعی‌محورند و ریشه در تعاملات اجتماعی و گفتمان با یکدیگر دارنـد در مورد یادگیری غیررسمی به خوبی قابل تبیین باشد. به قـول آشـمن (۱۹۹۷)، معلمـان بایـد شاگردان را تشویق نمایند که استراتژی‌های یادگیری و حلّ مسأله را به همان راحتی‌ای کـه در خارج از مدرسه مورد استفاده قرار می‌دهند – مانند بچه‌های برزیلی- به کـار گیرنـد و همیـشه آنان را تحت فشار برای بکارگیری استراتژی‌ها و روش‌هـای کلاسـیک قـرار ندهنـد. کودکـان بیشتر وقت خود را در خارج از موقعیت یادگیری رسمی کلاس ریاضی می‌گذراننـد؛ بنـابراین معلمان و خود آنان باید بیشتر درباره‌ی فرایندهایی بداننـد کـه خـودتنظیمی آنـان را در چنین موقعیت‌هایی شکل می‌دهد.

امروزه معلمان و صاحب‌نظران آموزش ریاضی متقاعد شده‌اند که بـرای یـادگیری مـؤثر و لذت‌بخش ریاضیات، شیوه‌های آموزشی باید به گونه ای باشد که تمایلات و انگیـزش درونـی بچه‌ها را مورد توجه قرار دهد و دانش و تجربیات آنان را خارج از فضای یادگیری رسمی نیز مورد غفلت قرار ندهند. زیرا یادگیری ریاضیات نه از کلاس درس شروع می‌شـود و نـه در آن پایان می‌یابد!

Scanned by CamScanner

✍ تمرین: با انتخاب یک مفهوم ریاضی دوران مدرسه درباره‌ی آموزش رسمی و غیررسمی آن به شاگردان، طرّاحی و بحث نمایید.

رویکرد باز و بسته در یاددهی- یادگیری ریاضیّات

نظریّه‌ها و سبک‌های تدریس باید بیان‌کننده، پیش‌بینی‌کننده و کنترل‌کننده‌ی وضعیّتی باشد که در آن عملکرد معلّم، موجب تغییر رفتار و پیشرفت ریاضی و توسعه‌ی تفکّر شاگردان گردد. در یک تقسیم‌بندی کلّی، می‌توان عمدتاً دو رویکرد را در آموزش ریاضیّات مطرح نمود که با توجّه به ویژگی‌های‌شان در دو قطب مقابل قرار می‌گیرند. به‌علاوه رویکرد سوّمی نیز قابل ارائه است که در واقع تلفیقی از این دو می‌باشد.

رویکردهای سه‌گانه‌ی موردنظر عبارتند از:

۱- روش آموزش بسته (CTM)[1]؛

۲- روش آموزش باز (OTM)[2]؛

۳- روش تلفیقی (COTM)[3].

در بررسی رویکردهای فوق، ابتدا به مهم‌ترین ویژگی‌های روش آموزش بسته و باز می‌پردازیم که در جدول‌های ۲-۱ و ۲-۲ خلاصه شده است:

جدول ۲-۱

روش آموزش بسته
• عمدتاً معلّم- محـــور است و معلّم مسئول انتقال دانش ریاضی به شاگردان می‌باشد؛ • کتاب بسته و جزوه- محور است و در بسیاری موارد، کتاب‌ها و جزوه‌های درسی زمان گذشته می‌باشند؛ • یادگیری، عمدتاً غیرفعّال می‌باشد و شاگردان پذیرنده‌ی منفعل مباحث ریاضی هستند؛ • عنوان‌ها و مطالب درسی کاملاً مشخّص است و سرفصل‌گرایی با دقّت تعقیب می‌گردد. • معلّم، روش توصیفی و تمرین (درس و تمرین) را به عنوان روش اساسی یاددهی و آموزشی خود برمی‌گزیند؛ • یادگیری ریاضیّات بیشتر متمرکز بر مجموعه‌ای از روش‌ها، فرمول‌های ریاضی، تمرین‌های تکراری و انباشتگی حافظه می‌باشد و یادگیری حافظه‌ای و غیرمعنادار شاگردان تقویت می‌گردد؛ • تمرین‌ها و مثال‌های درسی بیشتر پاسخ‌بسته می‌باشد؛ • امتحان به عنوان ابزاری برای به کار واداشتن شاگردان می‌باشد و نه بخشی جدایی‌ناپذیر از فرایند یاددهی- یادگیری ریاضیّات؛ • نمره به عنوان یک انگیزش بیرونی و تعیین‌کننده در روابط میان شاگرد و معلّم است و ابزاری برای تشویق و تنبیه به شمار می‌آید.

1. Closed Teaching Method
2. Open Teaching Method
3. Closed -Open Teaching Method

Scanned by CamScanner

جدول ۲-۲

روش آموزش باز
♦ شاگردان در مرکز فعالیّت‌های آموزشی قرار می‌گیرند. یا به عبارت دیگر شاگرد- محور است؛
♦ شاگرد مسئول یادگیری خویش است و در یادگیری مفاهیم ریاضی فعّالانه عمل می‌کند؛
♦ سبک تدریس با تأکید بر حلّ مسأله، پرسشگری و شیوه‌های تحقیقی و کاوشگرانه صورت می‌گیرد؛
♦ فعّالیّت‌های ریاضی به جای کتاب و جزوه‌ی معیّن و مباحث کاملاً از پیش تعیین شده، پروژه- بسته است؛
♦ بر یادگیری معنادار و غیرحافظه‌ای شاگردان و شکل‌گیری و فعّال‌سازی طرحواره‌های ذهنی مفاهیم ریاضی تأکید جدّی می‌شود؛
♦ با تأکید بر پروژه‌ها و تمرین‌های پاسخ- باز و استراتژی- باز، پرسشگری و خودپرسشی توسط شاگردان قابلت‌های تفکّر ریاضی شاگردان تقویت می‌گردد؛
♦ توانمندی شاگردان در به‌کارگیری دانسته‌ها و تجربه‌های ریاضی‌شان در موقعیّت‌های مختلف افزایش می‌یابد؛
♦ سنجش و اندازه‌گیری پیشرفت ریاضی شاگردان به عنوان بخش جدایی‌ناپذیر فرایند یاددهی- یادگیری به حساب می‌آید و سنجش‌های کیفی با شیوه‌های مختلف صورت می‌گیرد. بنابراین سنجش کمّی و نمره، تنها ملاک توانایی فراگیر و پیشرفت درسی او نمی‌باشد؛
♦ آموزش به جای فراگیر بودن در کلاس، بیشتر در گروه‌های کار کوچک صورت می‌گیرد.

در یک مطالعه‌ی طولی در انگلستان، بوئلر[1] (۱۹۹۸) به مدّت سه سال، روش‌های متفاوت یاددهی- یادگیری ریاضیّات را در دو مدرسه مورد بررسی قرار داد.

در یک مدرسه، معلّمان ریاضی با شیوه‌ی سنّتی (معمول) و رویکرد بسته و در مدرسه دیگر با شیوه‌ی جدید و رویکرد باز به آموزش موضوعات ریاضی می‌پرداختند. در روش اوّل، مطالب ریاضی با استفاده از یک کتاب درسی و برای هر کلاسی تدریس می‌شد؛ شاگردان با جدّیت درس می‌خواندند و اغلب از آنان امتحان به عمل می‌آمد. در مدرسه‌ی دیگر و در روش دوّم، شاگردان به لحاظ توانایی‌شان در هر درس ریاضی در گروه‌های کاری کوچک و همگون دسته‌بندی شده بودند و به جای کتاب درسی مشخصی روی پروژه‌های کران باز کار می‌کردند. آموزش‌ها به ندرت برای همه کلاس اجرا می‌شد و از مقررات خشک کلاسی خبری نبود. در این سه سال و با این دو شیوه‌ی متفاوت، صد درس ریاضی برای هر مدرسه تدریس گردید. در پایان این مدت نتیجه مطالعات نشان داد که شیوه‌های متفاوت آموزشی موجب عملکرد و پیشرفت درسی گوناگون شاگردان شده است. در مدرسه‌ای که شیوه باز و پروژه محور برای تدریس ریاضیات انتخاب شده بود، دانش و تفکر ریاضی شاگردان به نحو مؤثری گسترش یافته بود و عملکرد مطلوب‌تری در امتحانات GCSE از خود نشان داده بودند. این موفقّیت به دلیل وسعت اطلاعات بچه‌ها از مطالب ریاضی نبود بلکه آنان توانسته بودند دانش و تجربه

Scanned by CamScanner

ریاضی خود را با شیوه‌های مؤثر و متنوع‌تری به کار گیرند. برعکس، در مدرسه‌ای که با روش معمولی، کتاب‌محور و با مقررات خشک و غیرقابل انعطاف آموزشی به تدریس ریاضیّات همّت گمارده بودند، شاگردان اکثراً نمی‌توانستند از دانش و مهارت‌های ریاضی خود در موقعیّت‌های مختلف به شکل مؤثری استفاده نمایند. دلیل ناتوانی شاگردان این بود که آموزش ریاضیّات برای آنان عمدتاً بر مجموعه‌ای از روش‌ها و فرمول‌ها متکّی بود و بیشتر بر یادگیری حافظه‌ای بچه‌ها تأکید می‌شد. در این شیوه و در پایان دوره‌ی آموزشی، تلقّی شاگردان از ریاضیّات یک شیوه‌ی تفکر و با انعطاف‌پذیری مناسب نبود بلکه ریاضیّات را تنها در کلاس درس و کتاب‌های مربوطه مفید و قابل استفاده می‌یافتند.

در شیوه‌ی باز و پروژه محور، شاگردان تا چند هفته قبل از امتحانات پایانی GCSE با قاعده‌ها و شیوه‌های استاندارد ریاضی آشنا نمی‌شدند و فعالیّت‌های آنان مرتبط با هیچ کتاب درسی معیّنی نبود. آنان می‌آموختند که چگونه یک مسأله‌ی ریاضی را تعمیم دهند و آن را حل کنند. در این فرایند تعمیم و حل مسائل، آنان با موضوعات و نکات جدیدتری آشنا می‌شدند و به این ترتیب عرصه‌ی یادگیری خویش را توسعه می‌دادند. به علاوه شاگردان ترغیب می‌شدند که همواره با پرسشگری و تفکّر نقّاد با مسائل ریاضی روبرو شوند. در نتیجه چنین رویکردی بود که فراگیران توانستند ریاضیّات را در موقعیت‌های متفاوت و ناشناخته از جمله امتحان GCSE به خوبی به کار گیرند.

تفاوت جدّی و واقعی میان عملکرد شاگردان دو مدرسه‌ی مورد مطالعه، عمدتاً مرتبط با انعطاف‌پذیری و توانایی به کارگیری دانش و تجربه آنان در موقعیت‌های مختلف فعالیت‌های ریاضی بود. شاگردانی که با روش سنّتی و کتاب محور آموزش دیده بودند تنها در عرصه‌های محدودی از امتحانات و تمرین‌ها می‌توانستند دانش و اطلاعات ریاضی خود را مورد استفاده قرار دهند. این مطالعه می‌تواند دربردارنده‌ی این پیام باشد که چنانچه شاگردان بیاموزند که چگونه دانش و مهارت‌های خود را در شرایط واقعی به کار گیرند به نحو قابل ملاحظه‌ای از روش کتاب‌محور و غیرقابل انعطاف در توسعه‌ی تفکر و رفتار کیفی ریاضی‌شان مؤثرتر است.

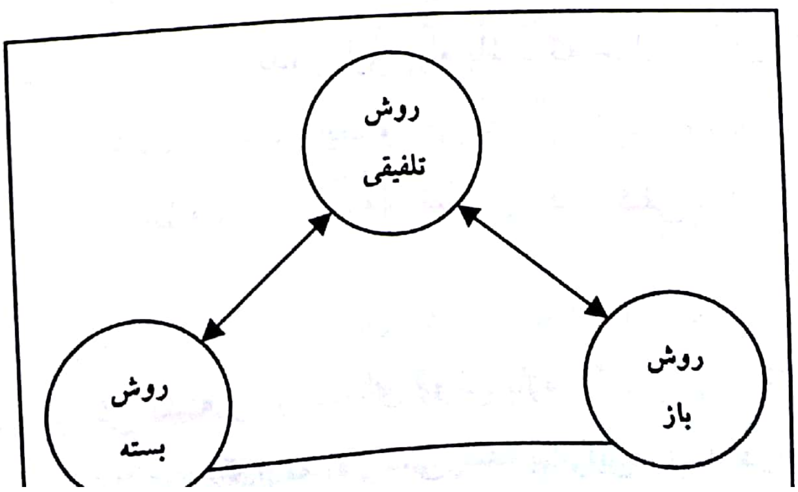
روش تلفیقی

علی‌رغم نقص‌های روش بسته و مزیت‌های روش باز، ترک روش اوّل و به‌کارگیری روش دوّم به سادگی و در کوتاه مدّت ممکن به نظر نمی‌رسد. بنابراین، باید در یک برنامه‌ی میان مدّت آموزشی با تلفیقی منطقی و عملی از دو رویکرد موردنظر، آرام‌آرام به سمت و سوی

Scanned by CamScanner

روش‌های جدید یاددهی- یادگیری ریاضیّات در مدرسه و دانشگاه حرکت نمود. تأکید بر مسئولیّت‌پذیری شاگردان در انجام فعالیّت‌های ریاضی، تقویت انگیزش آنان در درس ریاضی، به کارگیری شیوه‌های آموزشی توأم با پرسشگری، خودپرسشی، طرح سؤال و حل مسأله، انجام پروژه‌های تحقیقی و درسی در کنار سرفصل‌های معین و کتاب مشخص آموزشی، تشکیل گروه‌های کاری همگون، پرورش روحیه و تفکّر نقّاد در شاگردان، سنجش‌های کیفی و نظارت‌های مرئی و نامرئی معلّمان و... می‌تواند روش تلفیقی مورد نظر را شکل دهد.

کار تحقیقی باید جزئی از تجربه‌ی ریاضی هر یادگیرنده باشد. کار تحقیقی در سطوح مختلف تحصیلی متناسب با آن مقطع قابل تعریف است و لزوماً پیچیده و طولانی نیست و به عنوان بخش مکمل درسی به حساب می‌آید. کار تحقیقی می‌تواند فعالیتی باشد که شناخت و تجربه ارزشمندی از فرایندهای ریاضی را به همره آورد و معلّمان را کمک نماید که آشنایی بیشتری در خصوص چگونگی تفکّر و یادگیری شاگردان پیدا کنند. مسائل معمولی ریاضی معمولاً هدف خاصی را دنبال می‌کنند، در حالی‌که یک تحقیق فرایندی است که برای حل یک مسأله یا معمّا در عرصه‌ای وسیع‌تر به‌کار گرفته می‌شود. یک مسأله مشخص دارای نقطه‌ای پایانی است امّا تحقیق در طیف گسترده‌تری عمل می‌کند و نقطه‌ی پایانی دورتری دارد؛ به علاوه تحقیق شکلی از اکتشاف و یادگیری اکتشافی است. تحقیق در ریاضیّات مدرسه می‌تواند در گروه‌های کاری کوچک انجام شود و فرصت کار جمعی و مشارکتی را برای شاگردان فراهم آورد و موجب تشویق مباحثه و گفت‌وگوی عملی میان آنان گردد. تحقیق می‌تواند با بسط قابلیت‌های تفکّر انتقادی در بچه‌ها، فرصت بروز خلاقیت و لذّت بردن از کار ریاضی را به آنان بدهد. مدل ۲-۲ در زیر روش تلفیقی و ارتباط آن را با روش دیگر نشان می‌دهد.



Scanned by CamScanner

✍ **تمرین:** آیا می‌توانید با طرح یک پروژه‌ی مناسب در سطح ریاضیات مدرسه، شاگردان را به تحقیق در حوزه‌ی درسی خود وادار نمایید؟

مسائل پاسخ باز- مسائل فرایند باز

به منظور شروع فعالیت‌های پروژه محور و تحقیقی ریاضیات در هر مقطع تحصیلی، طرح و ارائه مسائل پاسخ باز و فرایند باز شیوه‌ی مناسب و کارآمدی می‌باشد. واقعیت این است که در روش‌های معمول آموزش ریاضی مسائل به گونه‌ای طراحی می‌شوند که عمدتاً دارای یک پاسخ درست باشند. اصطلاحاً چنین مسائلی را بسته یا کامل می‌گویند؛ به عنوان مثال از شاگردان می‌خواهیم حاصلضرب چند عدد را به دست آورند، چند کسر را با هم جمع کنند، جذر یک عدد را تا ۰/۰۱ اعشار محاسبه نمایند. مقدار انتگرال موردنظر را به دست آورند و بالاخره حدّ تابع f را در نقطه‌ی دلخواه a به دست آورند و... در مقابل، مسائل ریاضی ممکن است به گونه‌ای طراحی شوند که دارای جواب‌های درست چندگانه باشند؛ چنین مسائلی را پاسخ‌باز می‌نامند. در این قبیل سؤالات ریاضی، شاگردان باید جواب‌های بیشتری را جستجو نمایند که همه‌ی آن‌ها می‌توانند درست باشند. بنابراین شاگردان را در محدودیت پاسخ درست منحصربه‌فرد قرار نمی‌دهد و موجب می‌شود که اطلاعات متنوع و بیشتری را مرور نمایند. در عین حال، در مسائل کران باز تعدد جوابها و تنوع و پیچیدگی آن‌ها می‌تواند متفاوت باشد و از یک مسأله به مسأله‌ی دیگر تغییر کند. با وجود این توجه داشته باشیم که دانش و تجربه معلّمان ریاضی در طراحی این قبیل سؤالات ریاضی از اهمّیت زیادی برخوردار است. هنگامی که از یک شاگرد سال اوّل دبستان می‌خواهیم عددهایی را معرفی کند که حاصل جمع آن‌ها برابر ۱۰ شود. در واقع سؤال کران بازی را مطرح نموده ایم که متناسب با عرصه‌ی کاری اوست. سؤالات زیر نمونه‌هایی از پرسش‌های کران باز ریاضی هستند.

۱- مستطیل، مربع، لوزی و متوازی‌الاضلاع دارای چه تفاوت‌ها و شباهت‌هایی هستند؟

۲- تابع‌هایی را مثال بزنید که با تابع $f(x)=\sqrt{۲-x}$ هم‌دامنه باشند.

۳- تابع‌هایی را تعریف کنید که فقط از راست (چپ) پیوسته باشند.

۴- تابع‌هایی را مثال بزنید که در نقطه‌ی x=۰ مشتق‌پذیر نباشند و مشتق‌ناپذیری آن‌ها را اثبات نمایید.

✍ **تمرین:** چند مسأله‌ی کران باز ریاضی مرتبط با مقاطع مختلف تحصیلی را مورد بررسی قرار دهید.

Scanned by CamScanner

در کنار مسائل کران‌باز، مسائل فرایند باز نیز قابل ارائه هستند. در مسائل فرایند باز، از شاگردان می‌خواهیم که برای حل یک مسأله ریاضی و یا حتّی اثبات یک قضیه یا لِم از روش‌های مختلف استفاده نمایند و خود را فقط اسیر یک شیوه‌ی کلاسیک نکنند. به عبارت دیگر، به شاگردان آموزش می‌دهیم که هر مسأله‌ی ریاضی می‌تواند با روش‌های مختلفی حل گردد؛ روش‌هایی که چه بسا خلاقّانه و نوآورانه‌تر هستند. متأسفانه بسیاری از فراگیران گله و شکایت دارند که معلّم و یا استاد ریاضی ما تنها شیوه و راه‌حل خود را برای حل مسائل و اثبات گزاره‌های ریاضی می‌پسندد و توجّهی به نقطه نظرات و پیشنهادهای دیگران در این خصوص ندارد و آن‌ها را نمی‌پذیرد.

بدیهی است که چنین رویکردی در کلاس ریاضی موجب تضعیف اعتماد به نفس و خوداتکایی شاگردان می‌شود و حس کنجکاوی و انگیزش کاری آنان را سرکوب می‌کند. حتّی راه‌حل‌ها و پیشنهادهای غلط شاگردان برای مسائل ریاضی نیز می‌تواند سودمند باشد زیرا آنان اندیشیده‌اند و این از فکر نکردن بهتر است.

به علاوه، فرایند باز را می‌توان به عنوان یک روش یاددهی- یادگیری ریاضیّات نیز انتخاب نمود؛ به ویژه هنگامی که حل مسأله به‌عنوان شیوه‌ی غالب آموزشی در نظر گرفته می‌شود. در این روش، معلّم ریاضی طرح درس خود را در قالب یک مسأله در زمان‌بندی معیّنی در یک جلسه‌ی درسی و بر اساس چارچوب اجرایی زیر تدوین می‌نماید.

۱- معرفی مسأله‌ی موردنظر؛

۲- آنالیز تکلیف و آشنایی شاگردان با داده‌ها و خواسته‌های مسأله‌ی موردنظر؛

۳- حل مسأله با کمک و همفکری شاگردان و ارائه‌ی روش‌های پیشنهادی توسط آنان؛

٤- مقایسه‌ی راه‌حل‌های پیشنهادی شاگردان و بررسی درستی یا نادرستی آن‌ها توسط خودشان با راهنمایی معلّم؛

۵- انتخاب بهترین راه‌حل برای مسأله‌ی موردنظر و اصلاح راه‌حل‌های مشکل‌دار.

در پایان درس از شاگردان خواسته می‌شود که برداشت‌ها و دیدگاه‌های خود از کلاس را در قالب یادداشتی بنویسند و به معلّم‌شان ارائه دهند.

✍ **مسأله:** چه راه‌حل‌هایی را برای یافتن جواب‌های معادله‌ی درجه دوّم $٤x^{۲} = (۳۰ - x)^{۲}$ پیشنهاد می‌کنید؟

راه‌حل‌های زیر قابل تأمل هستند:

۱- حل مسأله با استفاده از اتحّاد مزدوج؛

Scanned by CamScanner

۲- استفاده از دستورهای b و b'؛

۳- رسم دو گراف‌های متقاطع $y = x^۲$ و $y = (۳۰ - x)^۲$؛

٤- جذر گرفتن.

آیا راه‌حل دیگری را پیشنهاد می‌دهید؟

تمرین: چند مسأله‌ی مختلف در مقاطع ریاضیّات مدرسه‌ای و دانشگاهی ارائه دهید که با راه‌حل‌های مختلف قابل حل باشند و درباره‌ی حل‌های پیشنهادی خود و مناسب‌ترین‌شان بحث کنید.

در رویکرد تلفیقی استفاده از یک بسته‌ی آموزشی در قالب مسائل کران باز و فرایند باز ریاضی در هر مقطع تحصیلی می‌توانـد بخشی از ضعف‌هـای روش‌هـای سـنّتی و معمولی آموزش ریاضی را جبران نماید. به‌علاوه از نقش چندرسانه‌ای و نرم‌افزارهای هوشمند آموزشی در یاددهی- یادگیری ریاضیّات مقدماتی و پیشرفته نیز نمی‌توان غافل ماند.

یاددهی- یادگیری چندرسانه‌ای[1]

ظهور و گسترش سریع فناوری‌های نوین به‌ویژه در عرصه‌ی رایآن‌های، موجب تحـول و تغییر شگرفی در همه‌ی جنبه‌های زندگی انسان شده است. در این میان، فناوری چندرسانه‌ای و ابزارهای مورد استفاده در ارائه‌ی مطالب دیداری، کلامی و نوشتاری نقش مهمّی در عرصه‌ی تعلیم و تربیت بر عهده گرفته است. نکته‌ی مهم این است که چگونه فناوری تلفیـق و ترکیـب تصویر، کلام، نوشتار و انیمیشن[2] می‌تواند به عنوان روشی مکمّل برای توسعه‌ی آموزش کیفی و یادگیری معنادار ریاضیّات به کمک شاگردان بیاید.

کمک به فهم بیشتر مفاهیم ریاضی، سرعت و حجـم بـالای ارائـه‌ی مطالـب، بـه‌کارگیری شیوه‌ی غیرخطّی و شبکه‌ای به‌جای روش‌های خطّی و سلسله‌مراتبی، امکان تعامـل دوجانبـه‌ی شاگرد و چندرسانه‌ای، قابلیّت استفاده در هر زمان و مکانی بـرای آمـوزش مباحـث درسـی از جمله‌ی مهم‌ترین مزایای فناوری چندرسانه‌ای است. به‌علاوه هوشمند بودن چندرسانه‌ای امکان ارتباط بیشتر کاربر را فراهم می‌سازد تا مشکلات درسی و مفهومی خود را برطرف نماید.

در عین حال باید توجّه داشت که افراط و تفریط در استفاده از چندرسانه‌ای، گرفتاری‌های خاص خود را به دنبال خواهد داشت. چندرسانه‌ای هرگز نمی‌تواند جایگزین کلاس و فـضای

1. Multimedia
2. Animation

Scanned by CamScanner

ارتباطات معلّم با شاگردان و شاگردان با یکدیگر شود. تماس‌های رودررو در کلاس و گفتمان‌های درسی در یک فضای واقعی و غیرمجازی، می‌تواند موجب ارتقای تفکّر شاگردان گردد و جنبه‌های عاطفی، روانی و رفتارهای اخلاقی و اجتماعی آنان را تقویت نماید.

یادگیری چندرسانه‌ای بر این باور استوار شده است که پیام‌های آموزشی باید با در نظر گرفتن فرایند عملکرد ذهن انسان طراحی شوند. از آن‌جایی که انسان‌ها دارای دو سیستم پردازش اطلاعات به‌صورت کلامی و تصویری هستند، ارائه‌ی مطالب درسی تنها به صورت کلامی و یا نوشتاری در واقع نادیده انگاشتن ظرفیت‌های تصویری و دیداری افراد است. نقش تفکّر تصویری در یاددهی- یادگیری ریاضیّات مدرسه، جای تأمّل بسیار دارد که در این مجال، پرداختن به آن میسّر نمی‌باشد. در منطق چندرسانه‌ای، پردازش اطلاعات در دو قالب تصویری و کلامی مورد توجّه قرار گرفته است و در نظریه شناختی یادگیری چندرسانه‌ای، یادگیری فرایندی فعّال به حساب می‌آید که فراگیر را به درک بهتر مطالب ارائه شده ترغیب می‌نماید. (مایر، ۱۹۸٤)، فهم مفاهیم درسی نیز هنگامی آسان‌تر خواهد بود که بتوان کلمات و تصاویر مرتبط را در حافظه‌ی فعّال[۱] به صورت ذهنی تلفیق و هماهنگ نمود. باید توجّه داشت که عمده‌ی فرایند یادگیری چندرسانه‌ای در حافظه‌ی فعال شاگردان صورت می‌گیرد که در جای خود نیازمند بحث و بررسی بیشتر است. مایر (۱۳۸٤)، معتقد است که طبق فرضیه‌ی انتقال اطلاعات، ارائه‌ی مطالب به سه صورت مختلف یعنی "تصاویر"، "کلمات گفتاری" و "کلمات نوشتاری" موجب افزایش مسیرهای انتقال و در نتیجه افزایش میزان یادگیری شاگردان خواهد شد. در عین حال به هنگام طراحی یک برنامه‌ی درسی چندرسانه‌ای در ریاضیّات -به‌ویژه ریاضیّات مدرسه- باید مراقبت نمود که شاگردان از تلفیق سه مسیر گوناگون ارائه‌ی مطالب دچار بار اضافی در حافظه‌ی فعّال خود و در نتیجه مشکل یادگیری نشوند. استفاده از چندرسانه‌ای و نرم‌افزارهای هوشمند ریاضی در مقاطع مختلف ریاضیّات مدرسه می‌تواند به‌عنوان بخشی اثرگذار از روش تلفیقی در یاددهی- یادگیری ریاضی مورد استفاده قرار گیرد.

به‌طور کلّی، چندرسانه‌ای دو هدف عمده در یاددهی- یادگیری ریاضیّات را دنبال می‌کند که عبارتند از:

الف- کمک به ایجاد ساختارهای درست مفهومی؛

ب- کمک به ایجاد تجربه‌های مفید ریاضی، مانند رسم معادله‌ی خط، رسم منحنی‌ها و گراف‌ها، مفهوم هندسی مشتق در توابع درجه‌ی دوّم، رسم توابع پیچیده و ترکیبی

ریاضی، رسم معادله‌های سه‌بعدی و امکان متحرک‌سازی

به منظور تحقق هدف‌های فوق، توجه به راهبردهای زیر ضروری است:

- فهمیدن به‌جای حفظ کردن؛
- یادگیری از محسوس به مجرد و برعکس؛
- تفکر و فعالیت ریاضی به‌جای ریاضیات تقلیدی؛
- هر اشتباه در ریاضی، فرصتی دیگر برای یادگیری است.

نقش تاریخ ریاضیات در آموزش و یادگیری ریاضی

بسیارند معلمانی که نمی‌پذیرند اوقات دانش‌پژوهان خود را با توجه به کمبود زمان و حجم بالای درس‌ها، به آشنایی با فرایند تحول و تکامل مفاهیم و گزاره‌های ریاضی بگذرانند. اینان بر این اعتقادند که آنچه در عرصه‌ی دگرگونی و رشد ریاضیات در طول سالیان دراز و بعضاً قرن‌ها اتفاق افتاده است و دربردارنده‌ی اندیشه‌ها و روش‌های صواب و ناصواب ریاضی‌دانان می‌باشد دارای جنبه‌های الهام‌بخشی در آموزش و یادگیری ریاضی نیست. بر عکس باورهای مغالطه‌آمیزی را در ذهن ما و شاگردان‌مان به‌وجود می‌آورد و مغز و اندیشه‌ی آنان را با مسائلی زاید و بعضاً بی‌ثمر انباشته خواهد نمود. بنابراین برای جلوگیری از این امور، تنها پرداختن به نتایج و گزاره‌های درست ریاضی ثمربخش می‌باشد. اینان در واقع ریاضیات را به مثابه‌ی مجموعه‌ای از حقایق و نتایج اثبات شده می‌نگرند و توجه به این واقعیت را چندان مهم نمی‌دانند که قضیه‌ی X یا مفهوم Y مثلاً در زمان T و در تحت چه شرایطی متولد شده و توسعه یافته است؟ بلکه بر این باورند که با افزوده شدن قضیه‌ای اثبات شده به دانش ریاضیات، زمینه و بافت تاریخی پیدایش خود را از دست می‌دهد و تنها محصول و نتیجه‌ی چنین تلاش‌های تاریخی، در عرصه‌ی فعالیت‌های آموزشی و پژوهشی ضروری می‌نماید (پلهام، ۱۹۹۳). از این رو، بسیاری از دست‌اندرکاران ریاضی، به‌ویژه در سال‌های اخیر، به سیر تاریخی مفاهیم و قضایای ریاضی و عبرت‌ها و الهام‌های ناشی از آن در کار و تلاش ریاضی خود و شاگردان‌شان توجهی ندارند!

در مقابل، معتقدان به تأثیر و تأثر تاریخ ریاضیات در آموزش و یادگیری مفاهیم و مهارت‌های ریاضی معتقدند که معلمان ریاضی کم‌اطلاع یا ناآگاه از تاریخ ریاضیات، در واقع ریاضی را بی‌روح و در انزوا به یادگیرنده‌ها یاد می‌دهند. به نظر اینان، سخن در این نیست که یادگیرنده‌های امروز در عرصه‌ی یاددهی- یادگیری ریاضیات، تمام اشتباهات و تصورهای

Scanned by CamScanner

درست و نادرست گذشتگان را متحمّل شوند؛ بلکه بصیرت اجمالی در باب آنچه موجب نیل پیشینیان به این اندیشه‌های صواب و ناصواب گردیده است، می‌تواند سازنده و آموزنده باشد. ریاضیّات، دانشی زنده و پویاست و حقایق کنونی ریاضی بر پایه‌ی وضعیت‌های ساده و گذشته‌ی آن‌ها در طول سالیان دراز بنا شده است؛ درست همان‌گونه که بسط و توسعه‌ی مفهوم‌ها و قضایا در آینده از وضعیّت‌های فعلی‌شان نشأت می‌گیرد.

تاریخ ریاضیّات به مثابه‌ی یک میراث غنی فرهنگی سرشار از اندیشه‌ها، خلّاقیت‌ها و روش‌های ریاضی‌دانان گذشته است که عجین شدن با آن‌ها می‌تواند گستره‌ی فهم ما را بیافزاید و نگرش جدیدی را در عرصه‌ی آموزش ریاضی فراهم آورد. بنابراین نباید ریاضیّات گذشته و تلاش‌های خستگی‌ناپذیر گذشتگان را فاقد اعتبار و غیرالهام‌بخش در تعلیم ریاضیّات مدرسه‌ای تا دانشگاهی دانست.

از این رویکردهای موافق و مخالف در جایگاه تاریخ ریاضیات و ضرورت پرداختن به آن که بگذریم، سخن در این است که چگونه دانش و معرفتی به نام تاریخ ریاضیّات می‌تواند در عرصه‌ی مهم آموزش و یادگیری ریاضی دارای نقشی پویا و سازنده باشد؟ در عین حال، توجّه داریم که در بحث پیرامون نقش تاریخ در تعلیم ریاضیّات، باید میان تاریخ ریاضی به عنوان یک علم با مشخصّه‌ها و روانشناسی مربوطه‌اش، و به‌کارگیری عبرت‌ها و الهام‌های ناشی از آن در کلاس و کار ریاضی تفاوت قائل شد؛ هر چند که این دو با یکدیگر در رابطه هستند.

امّا در پاسخ به سؤال بالا، ناگزیر از پرداختن به پرسش‌های زیر هستیم که در این نوشتار برخی از آن‌ها بررسی شده است:

۱- طبیعت دانش ریاضی چیست و یادگیری ریاضیّات چگونه اتّفاق می‌افتد؟

۲- چرا جذب جنبه‌هایی از تاریخ ریاضی در آموزش و یادگیری ریاضیّات یک ضرورت علمی است؟

۳- پرداختن به فرایند تغییر و تکامل چه نمونه‌هایی از مباحث ریاضی در کار ریاضی و در کلاس درس دارای اولویت است؟

۴- چه راهکارهای علمی برای بهره‌جویی از تاریخ ریاضیّات در آموزش و یادگیری آن وجود دارد؟

۱- طبیعت دانش ریاضی چیست و یادگیری ریاضیّات چگونه اتّفاق می‌افتد؟

یکی از ملاحظات بنیادین در آموزش و یادگیری ریاضیّات باور افراد به این مهم است که

Scanned by CamScanner

ریاضی چگونه دانشی است؟ چه مشخّصه‌ها و طبیعتی دارد؟ هر چند در این باب دیدگاه‌های گوناگونی وجود دارد که پرداختن به آن‌ها از حوصله‌ی این کتاب خارج است، ولی همه بر تفاوت ذاتی مفاهیم و حقایق ریاضی با سایر علوم متفق‌اند و در این اندیشه اشتراک نظر دارند که تعریف‌ها، مفاهیم، گزاره‌ها و ساختمان‌های ریاضی اموری مجرّدند و این تجرّد در ریاضیّات نوین هم تقویت شده است.

در عین حال، اندیشمندان از جمله ریاضی‌دانان، فیلسوفان، روانشناسان، متخصصان آموزش ریاضی و... هر کدام با توجّه به وابستگی‌شان به الگوهای فکری مختلف، پاسخ‌های متفاوتی را برای پرسش‌های زیر ارائه می‌دهند:

الف- آیا مقولات ریاضی مستقل از افراد بشر و ذهن‌های هوشمند، همواره به گونه‌ای مستقل و یکسان وجود دارند؟

ب- مفاهیم جدید ریاضی و حقایق قوی آن چگونه پدید می‌آیند؟ آیا انسان‌ها آن‌ها را ابداع می‌کنند و یا همواره به طریقی موجودند و تنها افراد خلاق و مستعد آن‌ها را کشف می‌نمایند؟

به نظر می‌رسد که ریاضیدانان و فیلسوفان عموماً بر این اعتقادند که مقولات ریاضی فارغ از ذهن‌های هوشمند وجود دارند و این ذهن‌ها هستند که آن‌ها را کشف می‌کنند و دانش ما با کشف‌های بیشتر در این عرصه تغییر می‌کند. ما اندیشه‌های ریاضی را داریم؛ در حالی که حقایق ریاضی خارج از ذهن و اندیشه‌ی ما وجود دارند (گهرک، ۱۹۹۴).

روانشناسان شناختی غالباً و متخصّصان روانشناسی یادگیری ریاضیات عموماً معتقدند که ریاضیات تنها در ذهن‌ها و اندیشه‌های هوشمند وجود دارند و این ذهن‌های خلاق‌اند که آن‌ها را ابداع می‌کنند. ریاضیّات دربردارنده‌ی ایده‌هاست و هنگامی که مقدار بیشتری از آن‌ها را ابداع می‌کنیم دچار تغییر و تحوّل می‌شود و با جرح و تعدیل برخی از ابعاد آن رشد و توسعه می‌یابد. ما ایده‌های ریاضی را داریم و آن‌ها تنها در ذهن و اندیشه‌ی ما وجود دارند. در هر صورت، ریاضیّات مجبور است که با ایده‌های موجود در ذهن هوشمند بشر کار کند. بنابراین پژوهشگری که در عرصه‌ی روانشناسی یادگیری ریاضی کار می‌کند، بر این باور است که اندیشه‌های نو و دانش جدید ریاضی توسط انسان‌ها ساخته می‌شوند و آنان در این ساخت و کار و همگانی نمودن مفاهیم یکدیگر را یاری می‌دهند.

اسکمپ (۱۹۸۶) می‌گوید که یادگیری و آموزش ریاضی از مقولات روانشناختی است و ما پیشرفت قابل توجّهی در ریاضیّات نخواهیم داشت؛ مگر این‌که بدانیم این شاخه از معرفت

Scanned by CamScanner

بشری چگونه یاد گرفته و فهم می‌شود. در عرصه‌ی روانشناسی یادگیری ریاضی، متخصصان می‌کوشند تا دریابند که چگونه عامل‌های گوناگون اعم از بیرونی و درونی بر رفتار ریاضی شاگردان مؤثر می‌افتند و این‌که واقعاً تفکّر ریاضی چیست و ریاضیّات چگونه یاد گرفته می‌شود، در مرکزیّت این مطالعه قرار دارد. بنابراین توجّه جدی به فرایندهای ذهنی و پردازشی افراد در انجام تکلیف‌های دشوار و پیچیده‌ی ریاضی و این‌که آنان چطور و به چه میزانی از ظرفیّت‌های ذهنی و سبک‌های شناختی خود بهره می‌جویند، از جایگاه بالایی برخوردار است. این دیدگاه که به رویکرد روانشناختی در تعلیم و تربیت ریاضیّات موسوم است در برابر دیدگاه دیگری قرار می‌گیرد که به رویکرد منطقی موسوم است. باید اذعان نمود که توسعه‌ی ریاضیّات و تبیین رفتار ریاضی یادگیرنده‌ها، عمدتاً با رویکرد سنّتی و خالص منطقی صورت می‌پذیرد که تنها به محصول نهایی کشف ریاضی توجّه دارد و به فرایندهای ذهنی، فعل و انفعالات پردازشی و تفاوت‌های فردی که در نتیجه‌ی آن، ریاضیّات یاد گرفته می‌شود عنایتی ندارد. ترتیب روان‌شناختی و ترتیب منطقی یادگیری ریاضیّات، دو مقوله‌ای است که مترتّب بر این دو رویکرد می‌باشد (علم‌الهدایی، ۱۹۹۶). به هر حال دو رویکرد روان‌شناختی و منطقی به یادگیری ریاضی، روش‌ها و سبک‌های متفاوتی را در امر آموزش ریاضیّات به معلمان و مربّیان توصیه می‌کند و هر کدام با توجه به دیدگاه‌های خود نسبت به بدفهمی‌ها و نافهمی‌های یادگیرنده‌ها و تدوین برنامه‌ها و ارزشیابی رفتار ریاضی یادگیرنده‌ها اقدام می‌کنند.

این دو دیدگاه –روان‌شناختی و منطقی– در این‌که تاریخ ریاضیّات چگونه می‌تواند در ارتباط با آموزش و یادگیری آن قرار گیرد و ضرورت پرداختن به سیر تحوّل و تکامل حقایق و قضایای ریاضی دارای نظریّات مختلف و بلکه متضادی خواهند بود. با توجّه به آنچه تا کنون در این کتاب آمده است، چنین به نظر می‌رسد که از رویکرد روان‌شناختی به یادگیری ریاضی حداقل به مثابه‌ی یک عامل بیرونی بر رفتار ریاضی شاگردان نمی‌توان غافل ماند. در حالی که نتیجه‌ی طبیعی رویکرد منطقی که صرفاً به محصول نهایی و حقایق موجود ریاضی بدون توجه به پیشینه‌ی آن علاقمند است، حدّاقل تأثیر و تأثّر تاریخ ریاضیّات در عرصه‌ی آموزش و یادگیری آن است.

۲–چرا جذب جنبه‌هایی از تاریخ ریاضی در آموزش ریاضیّات یک ضرورت علمی است؟

بنابر آنچه گفته شد، می‌توان ادعا کرد که تاریخ ریاضیّات قادر است همچون رویکرد واسطه‌ای در میان رویکرد خالص منطقی و رویکرد روان‌شناختی قرار گیرد و با به وجود

Scanned by CamScanner

آوردن مدلی جدید، موجبات فهم معنی‌دارتر و یک‌پارچه‌تر ریاضیّات را فراهم آورد و این واقعیّت را آشکارتر سازد که تنها یک راه و یک رویکرد لزوماً تبیین‌کننده‌ی بهترین شیوه‌ی آموزش و یادگیری هر جنبه‌ی خاصّی از ریاضیّات نیست.

هال -روانشناس آمریکایی- معتقد است که آگاهی و بصیرت نسبت به تاریخ هر علمی می‌تواند تبیین‌کننده‌ی مراحلی باشد که هر فرد باید برای یادگیری از آن‌ها عبور کند. فلگ (۱۹۸۷)، با تعدیل این ادّعا، از باید به احتمالاً نتیجه می‌گیرد که آشنایی با سیر تحوّل و توسعه‌ی هر دانشی موجب شفّافیّت مراحلی می‌شود که یادگیرنده، احتمالاً در فرایند یادگیری خود از آن‌ها عبور خواهد نمود و طبعاً پاسخ‌هایی را برای چراها و ابهام‌های ذهنی جستجوگر دانش‌پژوهان، به ویژه آنانی که استعداد بیشتری دارند، به همراه خواهد داشت. اگر بپذیریم که هنر ریاضیّات در واقع ایجاد تفکّر پویا و توانایی حلّ مسأله در فرد است، با مطالعه و الهام از تاریخ ریاضی و توجّه به آن در امور آموزشی و پژوهشی، نکات برجسته‌ای را می‌یابیم که چگونه ریاضی‌دانان گذشته، بن‌بست‌ها و مشکلات علمی خود را در زمان‌های نسبتاً دراز حل کرده‌اند و ریشه‌های درستی یا نادرستی ایده‌های آنان در ارائه‌ی یک قضیه‌ی ریاضی و اثبات آن چه بوده است. نتیجه‌های متناقض و پارادوکس‌ها چگونه به وجود آمده‌اند و یا در بُعد زیباشناختی و دقّت و کوتاه شدن اثبات‌ها و استدلال‌ها چه اتّفاقاتی افتاده است. چرا مفاهیم ریاضی امروزی به این شکل آموزش داده می‌شوند؟ مفاهیمی مانند تابع، حد و پیوستگی، مشتق و انتگرال‌پذیری که در توسعه و تکامل حسابان و آنالیز ریاضی نقش دارند و منجر به ارائه و آموزش مثلاً آنالیز ریاضی، توپولوژی، نظریه‌ی اندازه، آنالیز فوریه و... در وضعیّت‌های فعلی‌شان شده‌اند.

ریاضی‌دانان و خصوصاً معلّمان ریاضی در هر سطحی از فعّالیّت‌های آموزشی و پژوهشی خود باید کنجکاوانه و علاقمندانه به دنبال یافتن پاسخ‌های مناسبی برای واژه‌هایی مانند "چرا"، "چه کسی"، "چه وقت"، "کجا" و "چطور" باشند. این‌ها در واقع پرسش‌های بنیادینی هستند که در عرصه‌ی هر علمی از جمله ریاضیّات می‌توان جواب‌هایی قانع‌کننده و الهام‌بخش برای آن‌ها یافت. بدون تردید یک پژوهشگر یا معلّم ریاضی که دارای درکی از تاریخ ریاضی است، بصیرت و فهم ژرف‌تری را در کار تحقیق و طبعاً ارائه‌ی شیوه‌های آموزشی خود می‌یابد. تاریخ ریاضیّات ما را به سؤالات مهمی در باب این‌که طبیعت دانش ریاضی چیست و چگونه پاسخ به این پرسش‌ها در طی قرن‌های متمادی تغییر یافته است، رهنمون می‌سازد که این خود حکایت از جنبه‌های پویایی تکامل ریاضی دارد.

Scanned by CamScanner

جواب به این سؤالات که چرا اثبات‌ها به این طریق حک و اصلاح شده و دقّت و ظرافت یافته‌اند و مفاهیم ریاضی به این شکل توسعه یافته‌اند، پارادوکس‌ها و بن‌بست‌ها، تعریف‌ها و حرکت‌ها به چه دلیل بوده‌اند، همه و همه در تاریخ ریاضی یافت می‌شود و در عمل موجب انگیزش و علاقمندی بیشتر دانش‌پژوهان می‌گردد و کار ریاضی را برای آنان لذّت‌بخش‌تر خواهد نمود.

به قول فلگ (۱۹۸۷)، تاریخ ریاضیّات گنجینه‌ای از ریاضیّات واقعی را در مقابل ریاضیّات فرضی فراهم می‌آورد. ریاضیّات واقعی، ریاضیّاتی است که در گذشته به کار رفته و مورد بهره‌برداری قرار گرفته است و طبعاً قابل اعتمادتر از مباحث و موارد فرضی‌ای است که می‌تواند قبل از اینکه متقاعدکننده باشد، بعضاً مغالطه‌آمیز به نظر آید.

به علاوه، ریاضیّات یک محصول تاریخی و فرهنگی انسان است و زبان تفاهم علوم و فناوری ملّت‌ها در عرصه‌ی توسعه‌ی ملّی و فناوری می‌باشد. به قول وایلدر (۱۹۶۸)، ریاضیّات یکی از مهم‌ترین مؤلّفه‌های فرهنگی هر جامعه‌ی مدرن امروزی است.

تأثیر ریاضیّات بر سایر عناصر علمی، فرهنگی، اقتصادی و اجتماعی چنان گسترده و زیربنایی است که باید اذعان نمود امروز رشد فرهنگ توسعه و بسترسازی علمی- فرهنگی، تقریباً بدون اثرگذاری ریاضیّات غیرمحتمل به نظر می‌رسد.

بنابراین وقتی که ریاضیّات را به مثابه‌ی یک عامل بنیادین در بسترسازی فرهنگی و تمدّن بشری بدانیم، به عنوان یک ریاضیدان و یا معلّم ریاضیّات به سختی می‌توانیم از توجّه و فهم مراحل مسلّم رشد و توسعه‌ی تاریخی حقیقت‌ها، مفاهیم و قضیه‌های ریاضی و آنچه بشر در طول سالیان دراز به آن پرداخته است و انگیزه‌های این پرداختن‌ها اجتناب نماییم.

۳- پرداختن به فرایند تغییر و تکامل چه نمونه‌هایی از مباحث ریاضی در عرصه‌ی آموزش و یادگیری از اولویّت برخوردار است؟

اکنون که متخصّصان آموزش ریاضی اصرار بر یادگیری معنی‌دار ریاضیّات دارند، به نظر می‌رسد که این یادگیری، زمانی روان‌تر می‌گردد که آموزش مفاهیم و قضایای ریاضی در بطن تاریخی‌شان صورت پذیرد و این از واقع‌بینی به دور نیست که ادعا کنیم ریاضیّات تنها در متن تاریخی تحول و تکامل آن به درستی آموزش داده می‌شود. مهم این است که متخصّصان تاریخ ریاضیّات و معلّمان ریاضی با یکدیگر همکاری داشته باشند. معلّمان می‌توانند با طرح مسائل و مشکلات آموزش ویادگیری‌ازکارشناسان تاریخ ریاضیّات کمک بخواهند تا جنبه‌ها و نکته‌هایی از تاریخ ریاضیّات را که می‌توانند در حلّ این مشکلات مؤثّر افتند، به آنان پیشنهاد نمایند.

Scanned by CamScanner

حسابان، شاخه‌ی مهمّی از دانش ریاضی است که با بسط و تکامل تدریجی خود به مثابه‌ی ابزاری توانمند در اختیار توسعه‌ی ریاضیّات محض و کاربردی و نیز سایر شاخه‌های علوم قرار گرفته است. در واقع روش افنای یونان (بیش از ۲۰۰۰ سال قبل) در تعیین مساحت‌ها اندک‌اندک به ایده‌ی حساب انتگرال تبدیل گردید و این شاخه از ریاضیّات که برخی از کیفیّت‌های روش اشباع در آن حفظ شده است تکامل خود را مرهون تلاش‌های نیوتن (۱۷۲۷-۱۳٤۲) و لایب نیتس (۱۷۱٦-۱٦٤٦) می‌باشد که پس از آن توسط ریاضیدانانی چون کوشی (۱۸۵۷-۱۷۸۹) و ریمان (۱۸٦٦-۱۸۲٦) بر پایه‌ی دقّت‌های ریاضی محکمی استوار گردید که هنوز هم تهذیب‌ها و توسعه‌های دیگری از این نظریّه در ریاضیّات ادامه دارد (آپوستل، ۱۹٦۷). چرا امروز مفاهیمی مانند تابع، پیوستگی، مشتق‌پذیری، انتگرال‌پذیری و... در حسابان و آنالیز به این شکل آموزش داده می‌شوند؟ مثلاً واژه‌ی تابع، اوّلین بار توسط لایب نیتس به ریاضیّات راه یافت و او این اصطلاح را ابتدا در مورد انواع مشخّصی از دستورهای ریاضی به کار برد. امّا بعدها معلوم شد که فکر لایب نیتس و تمام ریاضیدانان قرن هجدهم برای تعریف تابع محدود بوده است. مفهوم تابع و تعریف حد که بسیار به آن وابسته است، موضوع مطالعات گسترده‌ای شد که منجر به بسط ریاضیّات گردید.

امروزه آموزش و یادگیری بسیاری از مفاهیم موجود در عرصه‌ی حسابان و آنالیز ریاضی از سوی معلّمان و شاگردان توأم با دشواری‌هایی می‌باشد. مثلاً نگرش (ε-δ) در تعریف حد و پیوستگی تابع‌ها و یافتن عدد مثبت و مناسبی برای تبیین مقداری که تابع در حد به آن میل می‌کند، چه در مقطع دبیرستان و چه در دانشگاه، همواره برای بسیاری از یادگیرنده‌ها گمراه‌کننده بوده است. آشنایان با تاریخ ریاضیّات معتقدند که مطالعه‌ی برخی از سؤالاتی که توسط تاریخ ریاضی مطرح شده است، می‌تواند بسیاری از ابهام‌های معلّمان و دانش‌آموزان را برطرف نماید. به عنوان مثال، مفهوم حد چگونه تکامل یافت؟

گاوس و کوشی و لاگرانژ (۱۸۵۷-۱۷۸۹) چگونه با گسستن از ایده‌های شهودی معیارهای عالی جدیدی برای دقّت ریاضی و رها ساختن آنالیز از شهودگرایی ابداع کردند؟ و چگونه کوشی توانست پیشنهاد دالامبر را با توسعه‌ی قابل قبولی از حد و پیوستگی و مشتق‌پذیری و انتگرال‌پذیری بر مبنای مفهوم حد با موفّقیّت به اجرا بگذارد؟ آنچه که در کتاب‌های حسابان و انالیز امروزی نیز دیده می‌شوند.

در آموزش میدان اعداد حقیقی (R) و مفهوم بی‌نهایت، تاریخ ریاضی عرصه‌ی دیگری را برای ما می‌گشاید که طبعاً الهام‌بخش است. این مفاهیم در نتیجه‌ی شرایط و مسائل ویژه‌ای

Scanned by CamScanner

تکامل و توسعه یافته‌اند. اهمیّت بسیار زیاد دستگاه اعداد حقیقی برای مبانی ریاضیّات و توسعه‌ی آنالیز غیرقابل‌مناقشه است و چون قسمت عمده‌ی ریاضیّات موجود را می‌توان بر دستگاه اعداد حقیقی استوار نمود؛ طبعاً این پرسش مطرح می‌گردد که آیا همواره می‌توان در عمیق‌تر نمودن این مبانی کوشید؟ بنا بر آن‌چه راوز (۱۹۸۳) معتقد است، نظریه‌ی حدود، پیوستگی و... در ابتدا براساس تصوّر شهودی ساده‌ای از R ساخته شد؛ امّا بعداً روشن گردید که این نظریّه به خواصّی از اعداد حقیقی، پیچیده‌تر از آنچه تصوّر می‌شود، بستگی دارد. از این‌رو وایرشتراس، ریاضیدان آلمانی، مدّعی شد که خود دستگاه اعداد حقیقی باید دارای دقّت ریاضی بیشتری گردد و آنگاه مفاهیم بنیادی آنالیز از آن استخراج شود. این کار بعداً در اواخر قرن ۱۹ توسط ریاضیدانانی چون ددکیند، کانتور و پئانو تعقیب گردید. شاید یکی از تعجّب‌آمیزترین حقایق این باشد که بنا بر تاریخ ریاضی، اعداد مختلط به گونه‌ای ترکیبی و تحلیلی قبل از اعداد منفی شناخته شده‌اند (بل، ۱۹۴۵). منظور از ترکیبی، اشاره به ایده‌هایی است که با نمودار آرگان یا نمودار والیس شناخته می‌شود و منظور از تحلیلی، ایده‌هایی است مربوط به گاوس و هامیلتون، که اعداد مختلط را همچون جفت‌های مرتّبی از اعداد حقیقی (x,y) تبیین می‌نمایند که در سه شرط تعریف‌کننده‌ی اعداد مختلط صدق می‌کند.

چگونگی پیدایش قضیه‌های ریاضی و اثبات آن‌ها

از طرح جنبه‌های عمومی و اثبات‌های ناشی از آن‌ها در آموزش و یادگیری ریاضی که بگذریم، خالی از لطف نیست که اشاره‌ای هم به ابعاد تخصّصی‌تر موضوع داشته باشیم. رویه‌ی معمول اینست که قضیه‌ها و نتیجه‌های مرتبط با آن‌ها به گونه‌ای مختصر و دقیق –توجّه به محصول نهایی– منتشر می‌شود و هرگز اشاره‌ای به مراحل تفکّری که ریاضیدان در رسیدن به صورت نهایی قضیه پیموده است، نمی‌شود. در واقع قضایای ریاضی دربردارنده‌ی اطلاعاتی بیشتر از صورت گزاره‌های درست اثبات شده نمی‌باشند. خوانندگان مقالاتی که در آن‌ها قضیه‌های جدید اثبات شده است نیز اغلب علاقمند نیستند که اطلاعاتی در مورد اندیشه‌ی درست و نادرست ریاضیدانان و سیر تحوّل و تکامل یک ایده و قضیه‌ی ریاضی داشته باشند. در حالی‌که هر قضیه‌ی اثبات شده‌ی ریاضی که امروز در ریاضیّات عالی و پیشرفته مورد مطالعه‌ی دانشجویان و پژوهشگران قرار می‌گیرد، از مشخّصه‌ها و طبیعت ویژه‌ای برخوردار بوده است و در شرایط و لحظاتی خاص تولّد یافته و با چالش‌های فراوانی تکامل پیدا کرده است. بنابراین هر قضیه‌ی ریاضی دارای حیات و دورانی است و تا پختگی و بسط

Scanned by CamScanner

همه‌جانبه‌اش با خطاها، صواب‌ها و پارادوکس‌هایی بعضاً مأیوس‌کننده روبه‌رو بوده و بر مبنای سبک خاص خود توسعه یافته است.

آشنایی با چگونگی پیدایش و توسعه‌ی قضیه‌های ریاضی، محققان و دانشجویان دوره‌های تخصّصی را قادر می‌سازد تا با بصیرت و کنجکاوی بیشتری در عرصه‌های مختلف ریاضی به تلاش بپردازند و با الهام از جریان بسط و تکامل هر ایده و قضیه‌ای شیوه‌های تحقیق شفاف‌تری را برای کارهای بعدی خود به کار گیرند و خود را برای چالش‌های آینده آماده‌تر سازند.

گوزمن (۱۹۹۳)، قویاً معتقد است که بصیرت لازم در یک عرصه از تحقیق ریاضی زمانی فراهم می‌آید که دانشجو و پژوهشگر به دنبال دریافت دانش و آگاهی عمیقی از مبانی و چگونگی زایش و تکامل قضیه‌ای باشد که در ارتباط با آن به فعالیّت می‌پردازد تا سبک‌ها و روش‌های فکری‌ای را بشناسد. وی بر این باور است که این مهم زمانی محقق می‌شود که دانشجو به دنبال شناخت درباره‌ی ۱- انگیزه‌هایی باشد که محرّک جدّی گذشتگان بوده است؛ ۲- شرایط تاریخی- اجتماعی و شخصی به وجودآورنده‌ی مبانی و اصول قضیه‌ی موردنظر باشد؛ ۳- به دنبال یافتن راه‌یافتن‌های درست طرح سؤال باشد که به قول نوربرت وینر هنر ریاضیّات، هنر پرسیدن پرسش‌های درست است.

بنابراین آشنایی با مبانی و چگونگی تکامل یک قضیه‌ی ریاضی ضمن ژرفا بخشیدن به درس، به ویژه در دوران تحصیلات تکمیلی، به وسوسه، دغدغه‌ی خاطر، انگیزه‌ها و ترجیح‌های مطلوب‌تر دانشجویان کمک خواهد کرد تا ضمن تلاش بیشتر، از اندیشه‌های گذشتگان و سبک‌های تفکّر آنان و نیز تناقض‌ها و ابهام‌هایی که در عمل با آن مواجه بوده‌اند الهام لازم را بگیرند. اکنون بدون ورود به جنبه‌های تخصّصی و تکنیکی کار به یکی- دو مثال در این باره می‌پردازیم که تأمّل در آن از دیدگاه آموزشی و یادگیری می‌تواند برای استادان و دانشجویان ریاضیّات پیشرفته خالی از لطف و زیبایی نباشد.

پرداختن به نظریه‌ی اندازه در آنالیز ریاضی، انتگرال‌گیری و مشتق‌پذیری لبگ، ارتباط‌شان با انتگرال‌های مأنوس ریمانی و توسعه‌ی آن‌ها از جمله‌ی مباحثی است که دانشجویان دوره‌های عالی ریاضی و آمار مطالعه می‌کنند. نو بودن و تنوع مطالب هم به گونه‌ای است که معمولاً دانشجو در مراحل اوّلیه‌ی آموزش و یادگیری این قبیل مطالب دچار اشکال و ابهام خواهد شد.

ریمان مفهوم انتگرال‌پذیری را با تعریف رایج امروزی آن به عنوان انتگرال ریمانی وارد

عرصه‌ی ریاضیّات نمود و این کار در اوایل قرن بیستم توسط هانری لبگ (۱۹۴۹–۱۸۷۵) به مفهوم توسعه‌یافته‌تر انتگرال لبگ و سپس به تعمیم‌های بیشتر انتگرال منجر شد (پیر، ۱۹۸۳). لبگ در سال ۱۹۰۴ با مطالعه‌ی تابع‌های حقیقی کراندار تعریف‌شده بر R که در شش خاصیّت معیّن صدق کنند، نظریه‌ی انتگرال ریمان را به تابع‌های اندازه‌پذیر تعمیم داد و از آنجا که زیرمجموعه‌های کراندار اندازه‌پذیر نیستند، در ۱۹۱۴ هاسدورف این مسأله را در نظر گرفت که باید به هر زیرمجموعه‌ی کراندار E از R^n عددی مانند $m(E)>0$ (موسوم به اندازه‌ی E) را که در شرط‌های معیّنی صدق می‌کنند، متناظر ساخت. بدین ترتیب هاسدورف کوشید تا نظریه‌ی انتگرال‌پذیری لبگ را توسعه بخشد. در عین حال هاسدورف نشان داد که این سؤال برای ($n=3$) و به طریق اولی برای ($n>3$) فاقد جواب است و در تلاش برای رفع مشکل در R^3 دچار تناقض گردید. تا این‌که باناخ در ۱۹۲۳ مجدّداً این مسأله را مورد بررسی قرار داد و برای حالت‌های (۲ و $n=1$) جواب مثبتی بدست آورد. بررسی دیگری توسط تارسکی و نیز توسط هر دو نفر آنان به طور همزمان دنبال شد. این پدیده به نام پارادوکس هاسدورف– باناخ– تارسکی مشهور است، به این مضمون که آیا تفاوتی در طبیعت R^n، (۲ و $n=1$) و R^n، [$n>3$] وجود دارد؟

در ۱۹۲۹ فون نویمان مشاهده کرد که غیرمنتظره بودن این پارادوکس به خاطر طبیعت فضاهای اقلیدسی نیست؛ بلکه به خاطر تفاوت طبیعت گروه‌های ایزومتری‌های متناظر است. با بررسی دقیق برهان هاسدورف او به این نتیجه رسید که برای $n>3$، گروه دوران‌ها شامل گروه آزاد دارای دو مولد است؛ در حالی‌که برای ۲ و $n=1$ چنین وضعیّتی وجود ندارد. پس همین گروه است که نقش اساسی را بازی می‌کند و موجب تفاوت استنتاج در $n>3$، R^n می‌شود. بدین ترتیب چالش‌ها تا جنگ جهانی دوّم و بعد از آن ادامه یافت. تا این‌که ریاضی‌دانان توانستند به توسعه و تکامل نظریه‌ی انتگرال‌پذیری لبگ به شکل امروزی آن بپردازند. همین چالش‌ها نیز در مقابل تعمیم قضیه‌ی مشتق‌پذیری لبگ، معادل قضیه‌ی اساسی حسابان، وجود داشت. چه وقت در نظریه‌ی اندازه می‌توان گفت که

$$\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a) \qquad (۱)$$

و یا

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x) \qquad (۲)$$

با این واقعیّت آشنا هستیم که کوشی انتگرال را فقط برای تابع‌های پیوسته تعریف نمود. با

Scanned by CamScanner

وجود ارائه‌ی تعریف کلی‌تر ریمان از انتگرال برای تابع‌های ناپیوسته، قضیّه‌ی اساسی حسابان (رابطه‌ی ۱) جامعیّت و گستره‌ی خود را از دست داد و رابطه‌ی (۲) هم برای تابع‌های مشتق‌پذیری که مشتق آن‌ها دارای انتگرال ریمانی نبودند فاقد معنی بود. اثبات کلاسیک رابطه‌ی (۱) نیز تنها برای نقاط پیوستگی تابع f ارائه می‌شد. این بن‌بست‌ها و اشتیاق برای رفع آن‌ها بود که لبگ را وادار به ارائه‌ی نظریه‌ی انتگرال‌پذیری لبگ در قالب رساله‌ی دکترای خود در سال ۱۹۰۲ و بسط آن در کتابش در سال ۱۹۰٤ و توسعه‌های بعدی نمود (ادورادز، ۱۹۹۲). لبگ در سال ۱۹۰٤ ابتدا برای فضای R ثابت کرد که اگر f متعلّق به $L(\mathrm{R})$ باشد، آنگاه تقریباً در هر نقطه‌ی X داریم:

$$\lim_{h\to\infty}\frac{1}{2h}\int_{-h}^{h} f(x+t)dt = f(x)$$

اندیشه‌ای که توسط لبگ در اثبات این قضیه تعقیب شد؛ هر چند که بدیع به نظر می‌آمد، ولی قابل تعمیم به فضای R^2 نبود. پس برای توسعه‌ی قضیه به فضاهای ($\mathrm{R}^n, n>2$) چه باید کرد؟ در پایان قرن ۱۹ میلادی، تعدادی از قضایای پوششی مانند قضیه‌ی پوششی هاینه- بورل و قضیه‌ی لیندلف توسط ریاضیدانان به مثابه‌ی ابزارهایی اساسی در تبیین ساختمان‌های فضای اقلیدسی از دیدگاه تحلیلی به کار گرفته شدند.

در این میان، قضیه‌ی پوششی ویتالی به مثابه‌ی ابزاری مهم، تعمیم قضیه‌ی مشتق‌پذیری لبگ را تسریع بخشید (اویدن، ۱۹۸٦). هر چند هدف از ارائه‌ی اثباتی برای قضیه‌ی مشتق‌پذیری در R^2 نبود؛ ولی همچون عامل اساسی در تحقیقات لبگ قرار گرفت تا بتواند با انتخاب تابع‌های انتگرال‌پذیر روی مربّع‌های شامل نقطه‌ی موردنظر X، در سال ۱۹۱۰ قضیّه‌ی خود را از R به R^2 توسعه دهد. نتیجه‌ای که لبگ به آن رسید، هر چند که خوشایند و مطلوب به نظر می رسید، امّا سؤالی طبیعی بر آن حاصل شد که آیا می‌توان مربّع‌ها را با بازه‌هایی کلّی‌تر (مثلاً مستطیل‌ها) جایگزین نمود و باز هم به نتیجه‌ی قبلی رسید؟ این پرسش و تلاش برای یافتن جوابی مناسب، چالشی را در میان ریاضی‌دانان به وجود می‌آورد که سال‌ها به صورت مسأله‌ای باز و بدون جواب باقی ماند. در واقع رضایت‌مندی حاصل از تعمیم قضیّه‌ی مشتق‌پذیری لبگ از R به R^2 به کمک قضیه‌ی ویتالی (۱۹۲٤-۱۹۰۸) با پدیدار شدن پارادوکس بوهر- باناخ (۱۹۲٤-۱۹۱۸) پایدار نماند (گوزمن، ۱۹۹۲). این پارادوکس نشان می‌داد که بازه‌هایی که در قضیه‌ی پوششی ویتالی صدق نمی‌کنند، ظاهراً به این دلیل است که با شهود انسانی در تعارض هستند. ابهام این مسأله و پارادوکس پدید آمده در اینجا هم درست مشکلی

Scanned by CamScanner

مانند تعمیم قضیه‌ی انتگرال‌پذیری لبگ را فراروی خود داشت که به طبیعت فضای R^2 برمی‌گشت.

توسعه‌های جالب دیگری در نظریه‌ی اندازه‌پذیری لبگ به‌طور اعم و قضیه‌ی مشتق‌پذیری لبگ به‌طور اخص انجام شده است که می‌توان به کارهای بسیکوویچ[1] در مورد نظریه‌ی اندازه‌پذیری هندسی و ریاضیدانانی که به ویژه در آنالیز فوریه کار کرده‌اند، اشاره نمود (گوزمن، ۱۹۹۲).

با دیدی منصفانه می‌توان مدّعی شد که تعمّق در روش‌های اندیشیدن، تکنیک‌ها و تناقض‌هایی که در بستر تحوّل و توسعه‌ی قضایا و نتایج ریاضی وجود دارد و توجّه به برجستگی‌های کار دیگران به میزان زیادی می‌تواند الهام‌بخش باشد و در افزایش بصیرت ریاضی و فهم افراد در عرصه‌ی آموزش و یادگیری ریاضیّات کمک نماید. دقّت‌ها و زیبایی‌های کار گذشتگان بدون تردید می‌تواند بر حرکت‌های بعدی دانش‌پژوهان جوان تأثیرگذار باشد و در سازمان‌دهی ذهن و اندیشه‌ی هوشمند آنان و تبدیل تغییرات کیفی به الگوهای تفکّر ریاضی مؤثّر افتد.

راهکارهای عملی برای بهره‌جویی از تاریخ ریاضیّات در آموزش و یادگیری آن

یافتن راهکارها و الگوهای عملی به منظور بهره‌جویی از تاریخ در آموزش و یادگیری ریاضیّات نیازمند کار مشترک میان متخصّصان تاریخ ریاضی، آموزش ریاضی، معلّمان و ریاضیدانان علاقمندی است که ضرورت این بهره‌جویی را باور دارند و طبعاً به کار گسترده‌ی علمی در این عرصه نیز معتقدند. در عین حال می توان به کلّیات زیر نیز اشاره نمود.

۱- یاری دادن دانش‌پژوهان و معلّمان در فهم این‌که ریاضیّات یک تلاش مستمر انسانی است که همچون سایر حوزه‌های دانش و معرفت بشری تاریخ خاص خود را دارد و در طی قرن‌های متمادّی، ابداع‌های بشر و تراوش‌های ذهنی او در این خصوص ثبت و ضبط شده است و دانش امروز ما بر پایه‌ی دانش‌های گذشته استوار است. به علاوه ریاضیّات را همچون یک فعّالیّت مستمر و سودمند بشری دانستن موجب ایجاد رغبت و انگیزش بیشتر در یادگیرنده خواهد شد.

۲- معلّمان می‌توانند با توجّه به تجربه و آگاهی خود برخی از جنبه‌های الهام‌بخش تاریخ ریاضی را در آموزش بعضی از عنوآن‌های خاص به کار گیرند و به سیر دگرگونی و تکامل

Scanned by CamScanner

اندیشه‌های ریاضی به گونه‌ای اشاره داشته باشند که ضمن کمک به فهم بیشتر آن‌ها، درس را نیز برای شاگردان لذّت‌بخش نماید و به چراهای ذهن آنان پاسخ دهد.

۳- همانگونه که قبلاً بحث شده است، پیدایش زندگی قضایای ریاضی و چالش‌های فراراه آن‌ها می‌تواند به مثابه‌ی ابزارهایی سودمند در اختیار رشد و پویایی ریاضی‌دانان و دانشجویان در ریاضیّات پیشرفته قرار گیرد. معلّمان ریاضی می‌توانند با هدایت دانشجویان در این عرصه کنجکاوی و بصیرت لازم را در آنان به وجود آورند.

۴- آشنایی با دستگاه اعداد حقیقی و پرداختن به عملیّات مربوطه در این حوزه، یکی از جنبه‌های اساسی ریاضیّات مدرسه‌ای است که دارای تاریخی مدوّن و قابل دسترس است و می‌تواند عرصه‌ای لذّت‌بخش برای بهره‌جویی از تاریخ ریاضیّات در امر آموزش آن باشد. به ویژه این‌که باید به خاطر داشته باشیم که شاگردان با ذهن‌های جستجوگر به مدرسه و دانشگاه می‌آیند و این روح کنجکاوی و پرسش‌گر با پرداختن به این‌که چه وقت، چطور و کجا برخی از ایده‌ها و مفاهیم ریاضی ابداع شده‌اند، متقاعد می‌شود. مفاهیمی مانند اعداد کسری، صفر، بی‌نهایت، اعداد منفی، اعداد حقیقی، π، اعداد مختلط، توسعه‌ی دستگاه اعداد طبیعی از اعداد طبیعی به میدان اعداد حقیقی و آنگاه مختلط، ابداع مفاهیمی چون تابع، حد، پیوستگی، مشتق‌پذیری، انتگرال‌گیری و... با برخورداری از تاریخ شفّاف و سیر تکاملی متقن از زمان‌های دور تا کنون از جمله مواردی هستند که می‌توانند با آموزش و یادگیری آن‌ها عجین شوند. لرمن (۱۹۹۴)، از نیروی بالقوّه‌ی تاریخ ریاضیّات در عرصه‌ی آموزش مباحث مختلف ریاضی یاد می‌کند و معتقد است شیوه‌ی معمول ما مثلاً در آموزش اعداد منفی، بی‌نهایت‌ها، حدها و... در ایجاد بصیرت و آگاهی دانش‌آموزان توفیقی نداشته است. او حتّی معتقد است که اعداد منفی توسط بابلیان ۱۵۰۰ سال قبل از میلاد، بهتر از بسیاری از ریاضی‌دانان انگلیسی قرن ۱۸ و اوایل قرن ۱۹ فهم شده است.

۵- به‌کارگیری سایر شیوه‌های حاشیه‌ای به صورت آموزش‌های غیررسمی به‌ویژه در میان آموزش‌های رسمی مدرسه‌ای و حتّی دانشگاهی قادر است تا شاگردان را با نگرش‌هایی از درس‌ها و عبرت‌های تاریخ ریاضیّات آشنا نماید. این فعّالیّت‌های جنبی می‌توانند در درس ریاضی به صورت انجام پروژه‌هایی تحقّق یابد. به‌عنوان مثال از دانش‌آموزان خواسته شود که در مورد برخی عناوین مورد بحث در کلاس ریاضی حوادث برجسته‌ای را تحقیق و ضبط نمایند که می‌تواند شامل افراد مؤثّر و سبک تفکّر آنان در کار پیدایش عنوان موردنظر، تاریخ و مکان آن باشد و اشاره‌ای اجمالی نیز به بستر تکاملی آن مطلب داشته باشد (گهرک، ۱۹۹۴).

Scanned by CamScanner

فصل سوّم

روان‌شناسی یادگیری ریاضی

می‌دانیم که روان‌شناسی دانشی است که بر مطالعه‌ی رفتار و تجربه‌ی انسان متمرکز است و در جستجوی یافتن پاسخ‌هایی علمی برای این قبیل سؤالات است که انسان‌ها

۱- چگونه یاد می‌گیرند؟

۲- چگونه تکالیف خود را انجام می‌دهند؟

۳- چگونه رشد (اعم از جسمی و فکری) می‌کنند؟

روان‌شناسان، یادگیری را تغییر نسبتاً پایدار در رفتار بر اثر تجربه می‌دانند. عدّه‌ی زیادی از روان‌شناسان معاصر نیز که به نقش مهم شناخت پی برده‌اند، یادگیری را چیزی بیش از دخالت پیوند محیط- رفتار می‌دانند (بندورا، ۲۰۰۰ و ۱۹۸۶). اپی‌سی، تولمن (۱۹۳۲ به نقل از سانتراک، ۲۰۰۳)، بر هدفمندی رفتار تأکید می‌نمود و معتقد بود که اگر می‌خواهیم بفهمیم چرا مردم اعمال خاصّی را انجام می‌دهند، باید کلّ زنجیره‌های رفتاری را مطالعه کنیم. تولمن تنها روان‌شناس نیمه‌ی اوّل قرن بیستم نبود که می‌گفت عوامل شناختی، نقش مهمّی در یادگیری دارند؛ ولفگانگ یکی از روان‌شناسان گشتالت هم چنین نظری داشت.

روان‌شناسان علاقه‌مند به آموزش ریاضی می‌کوشند تا دریابند چگونه عامل‌های گوناگون بر تفکر و رفتار ریاضی فراگیران مؤثرند و این سؤال که ریاضی‌گونه اندیشیدن به چه معناست، در مرکزیت این مطالعه قرار دارد.

چرا روان‌شناسی در فهم ما از این که مردم چگونه ریاضی را یاد می‌گیرند نقش فراوانی دارد؟ این پرسشی است که پاسخ آن هنوز برای بسیاری مبهم و ناشناخته است و به‌رغم برخی

Scanned by CamScanner

از تلاش‌ها در به کارگیری ابزار روان‌شناختی در تبیین یادگیری و آموزش علوم از جمله ریاضیّات می‌توان مدعی شد که هنوز اندکند کسانی که با نگرش روان‌شناختی در این عرصه تلاش می‌کنند. عبارت روان‌شناسی یادگیری ریاضی نه تنها در میان مردم عادی، بلکه در جمع معلّمان و مربیان ریاضی، به ویژه در جامعه ما، عنوان چندان آشنایی نمی‌باشد. به علاوه، آنچه دانشجویان به ویژه در رشته‌های دبیری از مباحث روان شناختی می‌آموزند غالباً همچون مفاهیم کلی و بی ارتباط با سایر شاخه‌های معرفت بشری از جمله علوم تجربی و ریاضیّات برایشان جلوه‌گر می‌شود. از این‌رو، ارتباطی معنادار بین دانسته‌های آنان در روان‌شناسی و تلاش در عرصه فراگیری ریاضی مشاهده نمی‌شود. مثلاً دانشجویان در درس روان‌شناسی تربیتی با نظریه‌های مختلف یادگیری از جمله نظریه‌ی پردازش اطلاعات[1] آشنا می‌شوند در حالی که کمترین اطلاعی از کاربرد این الگو در یادگیری و آموزش ریاضی و تدوین برنامه‌های درسی ندارند و نمی‌دانند الگوی مذکور چگونه می‌تواند رفتار فراگیران را پیش‌بینی کند. فراگیران برای آنان موضوعی ناشناخته به شمار می‌آیند.

چگونه می‌توان با نگرش روان‌شناختی به تجزیه‌وتحلیل مقولاتی چون یادگیری و آموزش ریاضی پرداخت و در شناسایی و رفع مشکلات مهارتی و مفهومی فراگیران کوشید، و یا این‌که بسط ساختارهای مفهومی و ذهنی در انسان چگونه اتفاق می‌افتد؟ و یا توانایی ریاضی که آمیخته‌ای از تجربه و دانش پیشین و توان ذهنی وعقلی فرد است، چگونه قابل تبیین است؟ همگی پرسش‌هایی هستند که در عرصه‌ی روان‌شناسی یادگیری ریاضی مایل به یافتن پاسخ‌هایی مناسب برای آن‌ها هستیم. به علاوه، الگوهای تفکر ریاضی فراگیران چگونه شکل می‌یابد و چطور در موقعیت‌های گوناگون یادگیری و حلّ مسأله‌ی ریاضی یکپارچه و هماهنگ شده و به کار می‌آیند، در این شاخه از دانش بشری قابل کنکاش و تفسیر است. اسکمپ از جمله دانشمندانی است که در سال‌های اخیر از ۱۹۷۰ به بعد پژوهش‌های فراوانی در این مورد انجام داده و کتاب روان‌شناسی یادگیری ریاضی[2] او تا کنون به چند زبان زنده‌ی دنیا ترجمه و چاپ شده است.

در این کتاب، اسکمپ می‌گوید یادگیری و آموزش ریاضی از مقوله‌های روان‌شناختی است و ما پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در ریاضی نخواهیم داشت، مگر این‌که بدانیم ریاضیّات چگونه یاد گرفته می‌شود. هنگامی که یک روان‌شناس فرایند یادگیری و پردازش مقوله‌های

---

1. Information Processing Theory (IPT)
2. The psycholog[illegible]

Scanned by CamScanner

نسبتاً دشوار ریاضی را مطالعه می‌کند، می‌کوشد تا دریابد که "افراد به هنگام انجام تکالیف دشواری مانند ریاضیّات چه می‌کنند"، "چه فعل و انفعال‌هایی رفتار ریاضی یک فرد را می‌سازند" و "چه عامل‌هایی بر آن مؤثرند"؟

از آن‌جا که کار در ریاضی فعالیتی عقلانی است تا فیزیکی، بنابراین هم روان‌شناسان و متخصّصان آموزش ریاضی و هم معلّمان باید بکوشند تا آنچه را در ذهن و اندیشه‌ی فراگیران می‌گذرد بشناسند و مورد تجزیه‌وتحلیل قرار دهند. از این‌رو، رفتار درست یا نادرست ریاضی از سوی فراگیران مورد توجّه و علاقه‌ی روان‌شناسان و پژوهشگران آموزش ریاضی می‌باشد. چرا و چگونه دانش‌آموز یا دانشجوی ما به استدلالی درست یا نادرست دست یافته است؟ و چاره‌ی کار یا درمان آن چیست؟ در این عرصه توجّه به سه عنصر "کی"، "کجا" و "چگونه" دارای اهمیت است.

به قول بارودی[1] (۱۹۸۷)، فهم این‌که "فراگیران چگونه ریاضی را یاد می‌گیرند"، می‌تواند به ما معلّمان ریاضی به شیوه‌های گوناگون یاری دهد. در واقع این فهم درست و واقع‌گرایانه ما را قادر می‌سازد تا با داشتن تصویری شفّاف از چگونگی بروز رفتار ریاضی افراد، تصمیم‌سازی مناسب علمی در اندیشه‌سازی و انتخاب عنوان‌های درسی، تقدّم و تأخّر مطالب و اتّخاذ شیوه‌های آموزشی را داشته باشیم و در رفع مانع‌های یادگیری دانش‌آموزان بکوشیم. به علاوه، قادر خواهیم شد تا آگاهانه روش‌هایی را برگزینیم که به درستی می‌توانند میزان پیشرفت رفتار ریاضی شاگردان را در موقعیت‌های مختلف از جمله حل مسأله و امتحان اندازه‌گیری کنند. بارودی (۱۹۹۷)، تبعات فراوان ناشی از غفلت نحوه‌ی یادگیری ریاضی را در دانش‌آموزان بررسی کرده است. او معتقد است یکی از پیامدهای این امر احتمالاً دشواری‌های بی‌دلیلی است که در آموزش ریاضی برای فراگیران به بار خواهد آورد. دانش‌آموزان چه بسا یاد بگیرند ریاضی را به گونه‌ای مکانیکی و بدون به‌کارگیری مؤثر اندیشه بیاموزند و بدین ترتیب مشکلات یادگیری خود را توسعه دهند. این نوع یادگیری همان چیزی است که اسکمپ (۱۹۷۶) از آن به عنوان فهم ابزاری یاد می‌کند و معتقد است که این نوع فهم نه تنها یادگیری معنادار مفاهیم و مهارت‌های ریاضی را به همراه نخواهد داشت، بلکه غالباً به صورت مانعی در تولید، تثبیت و تقویت اندیشه‌ی ریاضی درمی‌آید و طبعاً زمینه‌های تقویت نگرش منفی نسبت به ریاضی را در اذهان دانش‌آموزان فراهم می‌آورد. خواسته یا ناخواسته باورهای ما درباره‌ی

Scanned by CamScanner

این‌که طبیعت ریاضی چیست و چگونه یاد گرفته می‌شود، در انتخاب شیوه‌های آموزشی و ارزیابی ما تأثیر خواهد داشت. بنابراین، مهم است که باورهای خود را بیازماییم و تجربه کنیم که روش‌های انتخابی ما چگونه می‌توانند هماهنگ با پژوهش‌های انجام شده در این عرصه سازگاری یا ناسازگاری داشته باشند.

بر این نکته تأکید می‌ورزیم که نه ریاضی‌دان و نه روان‌شناس هیچکدام به تنهایی قادر نیستند آنچه در دنیای پیچیده‌ی ذهنی شاگردان می‌گذرد بشناسد، بلکه برای مطالعه در عرصه‌ی روان‌شناسی یادگیری ریاضی، ابتدا باید طبیعت و ساختار دانش ریاضی را شناخت؛ یعنی آن‌گونه که یک ریاضی‌دان به دانش ریاضی می‌نگرد، به آن نگریست و آنگاه سؤالات مربوط به قلمرو روان‌شناختی را مطرح کرد. در واقع، بدون فهمی درست از طبیعت دانش ریاضی امکان طرح روان‌شناسی یادگیری ریاضی، به مثابه‌ی یک دانش کارامد در عرصه‌ی معرفت بشری فراهم نمی‌آید. از این‌رو، می‌توان مدعی شد که روان‌شناسی ریاضی دانشی دوگانه است. از یک سو، دانش ریاضی مطرح است و از سوی دیگر دانش این‌که مردم چگونه فکر و چطور استدلال می‌کنند و چگونه ظرفیت‌های عقلانی خود را به کار می‌بندند، مورد توجه است. در واقع چگونگی ارتباط میان دانش ریاضی و نحوه‌ی تفکر و فرایندهای ذهنی و جنبه‌ی عاطفی انسان این عرصه از دانش بشری را تعریف می‌نماید. از این گذشته، آن‌گونه که یانگ لوریج[1] (۱۹۹۴) معتقد است این نکته نیز اساسی است که مربیان باید نه تنها به این مهم بیاندیشند که دانش‌آموزان چگونه یاد می‌گیرند و چگونه فکر می‌کنند (عامل‌های شناختی)، بلکه باید به عامل‌های هیجانی نیز عنایت کافی داشته باشند.

در کنار رویکرد روان‌شناختی به آموزش و یادگیری ریاضی و اتخاذ سازوکارهای متناسب با این دیدگاه در شناخت و رفع مشکلات دانش‌اندوزان که اجمالاً در این نوشتار مورد بحث قرار گرفت، اسکمپ (۱۹۸۶) رویکرد دومی را تحت عنوان رویکرد منطقی در تبیین و تفسیر رفتار ریاضی افراد مطرح می‌کند. او معتقد است که ریاضی‌دانان و معلمان ریاضی و برنامه‌ریزان آموزشی غالباً با غفلت از رویکرد اول (رویکرد روان‌شناختی) عمدتاً با رویکرد منطقی یادگیری و آموزش ریاضی را مورد مطالعه قرار می‌دهند. این امر از دیدگاه اسکمپ یعنی ارائه و تبیین ریاضیّات صرفاً به مثابه‌ی رشد منطقی، مغالطه‌آمیز می‌باشد و ناشی از اشتباه میان دو رویکرد روان‌شناختی و منطقی در آموزش ریاضی است. به باور اسکمپ رویکرد

1. Young L

منطقی به محصول نهایی کشف و ابداع ایده‌های ریاضی توجه دارد و از یادگیرنده‌ها می‌خواهد که این یافته‌ها را آن‌گونه که هست یاد بگیرند. این رویکرد در واقع در صدد آموزش فکر (ایده‌های) ریاضی می‌باشد و نه تفکّر ریاضی.

در رویکرد منطقی دستکاری معنادار نمادهای ریاضی و استنتاج‌های منطقی روی صفحه‌ی کاغذ موردنظر است و هدف نهایی آن این است که افراد شکاک را متقاعد سازد.

رویکرد منطقی توانایی ایجاد و تبیین فرایندهایی را که موجب کشف یا ابداع مقولات ریاضی در ذهن و اندیشه‌ی فراگیران می‌شود، ندارد. در حالی که به اعتقاد اسکمپ در رویکرد روان‌شناختی، به دنبال تبیین درست مقوله‌ی فهمیدن هستیم. در این‌جا فرایندهای یادگیری و فعالیت‌های ذهنی، چگونگی پردازش اطلاعات علمی و نحوه‌ی ارتباط آن‌ها با دانش پیشین فرد محور بحث قرار می‌گیرد. در این دیدگاه ما در پی تبیین تفکّر ریاضی و چگونگی ایجاد و بسط و تقویت آن هستیم و تصویرهای ذهنی[1] فرد مورد توجه ما می‌باشد. ما معتقدیم که فراگیر با این تصویرهای ذهنی از مفاهیم و مقولات ریاضی است که آن‌ها را جذب و هضم می‌کند و نه با به خاطر سپردن تعریف‌های منطقی و روابط و فرمول‌های ریاضی! در این‌جا ارتباط و اعتماد متقابل معلم و شاگرد در آموزش و یادگیری ریاضی جنبه‌ی اساسی و حیاتی دارد و معلم باید شاگردان خود همچون آحاد انسانی با ویژگی‌های فردی‌شان مورد توجه قرار دهد نه به صورت موج انسانی و ویژگی‌های همسان و یکنواخت.

تفاوت‌های فردی در آموزش و یادگیری ریاضیّات

از آن‌جایی که تفاوت‌های فردی در عرصه بسیاری از فعالیت‌های بشری از جایگاه بالایی برخوردار، است در دهه‌های اخیر روان‌شناسان به ویژه روان‌شناسان شناختی به این مهم توجه جدی نموده‌اند. نقش تفاوت‌های فردی در یادگیری، مقوله‌ای شناخته شده در روان‌شناسی آموزش است (کرانباخ واسنو، ۱۹۷۷؛ جوناسن و گرابوسکی، ۱۹۹۳) و برخی معتقدند که تفاوت‌های فردی همان فیلترهای یادگیری هستند (به عنوان مثال، جوناسن و گرابوسکی، ۱۹۹۳).

نتیجه‌ی مطالعات پژوهشگران در این مورد طبعاً موجب پدیدار شدن دیدگاه‌های نوینی در عرصه‌ی یادگیری و آموزش علوم از جمله دانش ریاضیّات شده است. توجّه به تفاوت‌های فردی که از نظریه‌ی افتراق در روان‌شناسی برمی‌آید آمیخته با نام ویتکین آمریکایی و

Scanned by CamScanner

همکارانش می‌باشد. ویتکین و همکارانش به تفاوت‌های فردی فراگیران در قالب مطالعه در سبک‌های شناختی آنان توجه دارند و بر این اعتقادند که توجه معلمان و برنامه‌ریزان درسی به سبک‌های شناختی -یادگیری- افراد که ریشه در تفاوت‌های فردی آنان دارد، موجب تسهیل فهم یادگیری و فرایندهای آموزشی خواهد شد وفراگیران را در انتخاب حرفه و موقعیت‌های شغلی آینده‌شان یاری می‌دهد. به‌علاوه، با پرداختن به نیازهای یادگیرنده‌ها و توجه به تفاوت‌های فردی آنان، به منزله‌ی انسانی با انگیزش‌ها، ترجیح‌ها، قابلیت‌های ذهنی، جسمی و علمی متفاوت و نتایج مترتب بر آن‌ها، روابط میان معلمان و شاگردان را در مقاطع مختلف تحصیلی شکل می‌دهد. نگرش موجی به کلاس درس و غفلت از توجه به تفاوت‌های فردی شاگردان در ابعاد مختلف از سوی معلّمان و برنامه‌ریزان آموزشی، زیان‌های فراوانی را به بار خواهد آورد و بهره‌وری فعالیت‌های تحصیلی شاگردان و آموزشی معلّمان را کاهش می‌دهد. متأسفانه باید اذعان کرد که در عمل، نقش فراگیران در فرایند یادگیری ریاضیّات در حد بسیاری نادیده گرفته شده است. بسیاری از پژوهشگران آموزش ریاضی بر این باورند که فراگیران به مثابه‌ی آحاد انسانی نسبت به آنچه معلّم در کلاس درس می‌دهد و رفتارهایی که از او سر می‌زند واکنش‌های متفاوتی نشان می‌دهند. پیام عمده‌ی این دسته از پژوهشگران که در کتاب حاضر بسیار بر آن تأکید داریم این است که در کلاس ریاضی ما افرادی هستند که مانند ما (معلمان ریاضی) نمی‌اندیشند و یاد نمی‌گیرند و سبک یادگیری آنان با ما متفاوت است. آنچه را ما به عنوان معلم ریاضی، معنادار و مرتبط می‌یابیم چه بسا برای بسیاری از مخاطب‌های‌مان غیرمرتبط و مبهم باشد.

در معرفی یک مفهوم ریاضی، برخی فراگیران روش تحلیلی و نمادین و استنتاج‌های منطقی را می‌پسندند و عده‌ای روش تصویری و شیوه‌های مبتنی بر تفکر تصویری را ترجیح می‌دهند و گروهی هم روش‌های کلامی را انتخاب می‌کنند. پس ارائه شیوه‌هایی مبتنی بر تعادل مناسب میان روش‌های پیش‌گفته به ویژه در ریاضیّات مدرسه‌ای و حتی برخی از دروس دانشگاهی مانند ریاضیّات عمومی می‌تواند پاسخگوی نیازهای متفاوتی باشد که به لحاظ یادگیری و قابلیت‌های گوناگون در یک کلاس درس ریاضی موجودند.

گری والتر[1] (۱۹۶۱) معتقد است تقریباً از هر شش نفر دانش‌آموز، یک نفر از تفکر تصویری خوبی برخوردار است و بقیه توانایی‌های تصویری خود را در یادگیری مفاهیم به کار

1. Gray Walter

Scanned by CamScanner

نمی‌بندند، مگر این که در وضعیتی قرار گیرند که آنان را به این بخش سوق دهد.

آدامارد[1] (۱۹۴۵) درکتاب روان‌شناسی "ابداع در ریاضیّات" درباره‌ی زندگی و نحوه‌ی کار برخی از ریاضی‌دانان معروف مطالعاتی انجام داده و توجّه خود را معطوف به تفاوت‌های بزرگی می‌کند که این ریاضی‌دانان ظرفیّت‌ها و قابلیّت‌های ریاضی گوناگونی را از خود بروز داده‌اند.

در هر کلاس ریاضی شرایط محیطی گوناگونی برای یادگیری و به‌کارگیری شیوه‌های مختلف آموزشی برای تأمین نیازهای متفاوت دانش‌آموزان ضرورت دارد. بسیاری از مشکلات یادگیری و آموزشی موجود در یک کلاس ریاضی از آن‌جا ناشی می‌شود که معلمان اغلب با توجه به ترجیحات خود و بدون توجه به تفاوت‌های فردی مخاطبان تنها برای دسته‌ای از دانش آموزان آموزش می‌دهند و جمع زیادی را با نیازهای مختلف‌شان نادیده می‌انگارند. بنابراین، نظریه‌های قابل قبولی که بتواند به ما معلمان ریاضی در شناسایی تفاوت‌های فردی و قابلیت‌ها و سبک‌های یادگیری شاگردان یاری دهد از جایگاه ارزشمندی در آموزش ریاضیّات برخوردار خواهد بود. به تجربه در می‌یابیم که برخی از دانش آموزان یک مفهوم ریاضی را سریع‌تر می‌آموزند و برخی کندتر، عده‌ای انگیزه‌ی کافی برای کار ریاضی دارند و عده‌ی بیشتری فاقد هرگونه انگیزش برای کار و تلاش در عرصه‌ی ریاضیّات هستند و به سودمندی و کارآمدی ریاضیّات در زندگی روزمره با تردید می‌نگرند. کلاس و درس و امتحان ریاضی برای جمعی دلهره‌آور و اضطراب‌زاست، به گونه‌ای که به مانعی جدی در مسیر یادگیری معنادار و بروز رفتار ریاضی مطلوب آنان مبدل می‌شود. گروهی از شاگردان مستعدتر برای یادگیرهای تصویری و به‌کارگیری تفکر تصویری می‌باشند، در حالی که سایرین به روش‌های تحلیلی و نمادین علاقه‌مند هستند. به هرحال توانایی‌ها، استعدادها، سبک‌های یادگیری، ترجیح‌ها، انگیزش‌ها، دانش قبلی مؤلفه‌های فرهنگی و خانوادگی و... در افراد مختلف متفاوت است. وجود همین تفاوت‌ها ما را به عنوان معلمان و برنامه‌ریزان ریاضی ملزم می‌سازد که با توسل به شیوه‌های درست علمی و واقع‌گرایانه به مشکلات یاددهی- یادگیری در ریاضیّات بپردازیم و با شناخت این تفاوت‌ها و واقعیت‌های انسانی ارتباط معقولی را با دانش آموزان خود برقرار سازیم. پس برای نیل به این هدف‌های راهبردی باید از فراگیران، به عنوان آحاد و افراد انسانی، شروع کنیم و در نخستین گام‌ها نگرانی‌ها و بیم‌های آنان را از کلاس درس و معلم ریاضی

بشناسیم، زمینه‌ی امنیت آنان را فراهم سازیم و نیازشان را برای محترم بودن درک کنیم. بنابراین، توجه جدی و نخستین به حالت‌های عاطفی و هیجانی دانش آموزان و نیاز آنان برای احساس امنیت از کار ریاضی در بروز رفتار ریاضی مطلوب توسط آنان یک ضرورت اساسی است.

رویکردهای متفاوت روان‌شناختی به یادگیری ریاضی

در یادگیری ریاضی نظریه‌های روان شناختی فراوانی موجود است که دو رویکرد ارتباط زیادی با آن دارند:

الف- رفتارگرایی

ب- شناخت‌گرایی

هر کدام از این دو دیدگاه باورهای متفاوتی از چیستی طبیعت دانش ریاضی؛ چگونگی یاددهی- یادگیری آن، حلّ مسأله و سنجش و ارزش‌یابی ریاضیّات دارند. اکنون به اجمال به این دو دیدگاه خواهیم پرداخت، هر چند که محور بحث‌های ما در درس آموزش ریاضی عمدتاً بر پایه نگرش شناختی استوار می‌باشد.

الف- رفتارگرایی

برای سالیان دراز رفتارگرایی با تسلط بر عرصه روان شناسی، بر روش‌ها و الگوهای آموزشی و تربیتی با شیوه‌های مختلف مؤثر افتاده است. موضوع مهم در مکتب رفتارگرا، بررسی رفتار آشکار موجود زنده از جمله انسان است و پدیده‌های دیگر روان شناختی از جمله ادراک، اندیشه، فرایندها و پردازش‌های ذهنی هنگام یادگیری مورد توجه نیست؛ بلکه تمام این مقولات در عرصه رفتار آشکار فرد مورد مطالعه و کنکاش قرار می‌گیرند. به علاوه، طرفداران این دیدگاه معرفت و شناخت انسان را به فعالیت‌های حسی محدود می‌سازند و شناخت را بازتاب امر خارجی در حواس تلقی می‌کنند. آنان یادگیری با شناخت و تفکر را مبتنی بر جریان شرطی دانند.

رفتارگرایان معتقدند دانش مجموعه‌ای از اطلاعات و مهارت‌هاست که به گونه‌ای انفعالی دریافت شده و توسط یادگیرنده در خلال شکل‌گیری تداعی‌های میان محرک[1] (S) و پاسخ[2] (R) انباشته می‌شود. به عنوان مثال ۱ و S:1، R:2 یا پاسخ‌هایی که بچه‌ها در یادگیری

1. Stimulus
2. Response

Scanned by CamScanner

جدول‌ضرب می‌آموزند. هفت هشت تا :S: R:۵۶. در این دیدگاه یادگیری با شیوه‌ای نسبتاً یکنواخت در دانش آموز رخ می‌دهد و نتیجه‌ی کنترل‌های بیرونی (مانند تنبیه و پاداش) معلمان است. ذهن یادگیرنده همچون ظرفی تهی می‌ماند که توسط جریان یادگیری پر از اطلاعات می‌شود و مطالب درسی از معلم به دانش‌آموز انتقال می‌یابد. در این جریان، دانش آموز منفعلانه تنها اطلاعات را به صورت S - R دریافت می‌کند. تاکید در یک درس ریاضی بر ارائه محتوی و حفظ آن توسط دانش آموزان است تا توجه به چگونگی فرایندهای استدلال توسط آنان.

در این رویکرد یادگیری تکلیف‌های دشوار و پیچیده‌تر با تجزیه به قسمت‌های ساده‌تر صورت می‌گیرد و آموزش ریاضی با توجه به یادگیری سلسله مراتب مفهومی ارائه می‌شود؛ به‌طوری‌که یک مفهوم و مهارت برای دانش‌آموز از مفاهیم و مهارت‌های ساده‌تر به دشوارتر تدریس می‌شود. برنامه‌های آموزشی که ریاضی را به سطوح مختلف تقسیم می‌نماید و برای نیل از یک سطح به سطح دیگر موفقیت در آزمون‌های مهارتی را ضروری می‌سازد، در واقع از این دیدگاه پیروی می‌کند.

هدف‌های رفتاری در آموزش و یادگیری ریاضیّات

هدف‌های رفتاری از دیدگاه رفتارگرایان در عرصه کار ریاضی به رفتارهایی اطلاق می‌شوند که برنامه ریزان و معلمان انتظار دارند که پس از فراگیری یک درس یا مبحث ریاضی توسط شاگردان بروز کند. همین رفتارها هستند که در پایان به عنوان نتیجه کار یک درس ریاضی مورد سنجش قرار می‌گیرند. مثلاً پس از آموزش مفهوم حد انتظار داریم که «دانش آموزان بتوانند حد یک تابع دلخواه مانند f که با ضابطه‌ی $y=f(x)$ ارائه شده است را در نقطه‌ای مانند $x=x_0$ به دست آورند». یا پس از آموزش مبحث تعیین علامت چند جمله‌ای‌های درجه‌ی دوم $f(x)=ax^2+bx+c$ فراگیر قادر باشد با توجه به علامت Δ و در نتیجه تعداد ریشه‌های یک معادله درجه‌ی دوم، آن را تعیین علامت کند. طرفداران تعیین هدف‌های رفتاری عمدتاً بر این تصورند که این هدف‌ها در واقع هدف‌های اساسی آموزش و پرورش هستند و همه‌ی رفتارهای علمی خرد و کلان باید در قالب این هدف‌ها مورد توجه و کنکاش قرار گیرند. در حالی‌که مخالفان دیدگاه رفتارگرایی معتقدند که این مکتب در تبیین رفتار آدمی در عرصه‌ای محدود عمل می‌کند. بنابراین، باید در مطالعه هدف‌های رفتاری در عرصه علوم و در این دیدگاه تأمل و دقت بیشتری معمول شود.

Scanned by CamScanner

برخی پژوهشگران در انتقاد از طرح هدف‌های رفتاری مواردی را ارائه کرده‌اند که به اختصار برخی از آن‌ها را در عرصه‌ی آموزش و یادگیری ریاضیّات مورد توجّه قرار می‌دهیم.

۱- معرفی هدف‌های رفتاری، رفتار علمی دانش‌آموزان را در عرصه‌ای صرفاً قابل مشاهده و اندازه‌گیری محدود می‌سازد و به فرایندهای ذهنی و چگونگی تفکر فرد و پردازش اطلاعات توسط آنان توجّهی ندارد. اصولاً رفتار ریاضی هر فرد شامل فعالیت‌های قابل رؤیت و غیرقابل رؤیتی است که چرایی‌های فراوانی در ورای آن وجود دارد. توجه به همین چراها و چگونگی‌های فرایندهای ذهنی وعمل تفکر فرد است که می‌تواند برای معلمان و برنامه‌ریزان درسی الهام‌بخش و رهگشا باشد. این‌که دانش‌آموزی بتواند فقط با کمک برخی از قاعده‌ها و فرمول‌ها معادله‌ی درجه‌ی دومی را حل کند یا مشتق و انتگرال تابعی را به دست آورد (هدف رفتاری) بر این امر دلالت ندارد که او مفهوم مشتق‌پذیری و انتگرال‌گیری را با برخی دقت‌ها و ظرافت‌های ریاضی درک کرده است و می‌تواند آن‌ها در موقعیت‌های مختلف کار ریاضی به درستی به‌کار گیرد. بسیارند شاگردانی که مثلاً با استفاده از تعریف حد نمی‌توانند حد یک تابع را به دست آورند؛ در حالی که با روش‌هایی مانند قاعده‌ی هوپیتال که معنا و کاربرد آن را به درستی نمی‌دانند چنین کاری را انجام می‌دهند.

۲- آنچه دانش‌آموزان در موقعیت‌های مختلف آموزشی، یادگیری و حل مسأله از خود بروز می‌دهند مبتنی بر تصویرهای ذهنی و فعل و انفعال‌های عقلانی آنان است. در این میان ابهام‌ها و پنداشت‌های غلط مفهومی در ذهن هوشمند فراگیران و تلاش برای شفاف نمودن آن‌ها از جایگاه بالایی برخوردار است.

برخورد سطحی معلمان با این ابهام‌ها و پنداشت‌های غلط ذهنی و عدم کنکاش برای جستجوی ریشه‌های این نادرستی‌ها و عدم تصحیح آن‌ها می‌تواند به شدت برای یادگیری معنادار مفاهیم ریاضی زیان‌آور باشد. اصولاً حفظ یک قاعده و یا فرمول و حل مسأله توسط شاگرد بیانگر یادگیری معنادار و فراگیر آن نیست؛ هر چند که ارزیابی محفوظات آنان به مراتب آسان‌تر از ارزیابی انتقادی و فهم درست مطالب می‌باشد.

۳- هدف‌های رفتاری دانش آموزان را به همسان شدن سوق می‌دهند و از رشد توانایی خلاق و ایجاد تفکر نقاد در آنان می‌کاهد. تدوین هدف‌های رفتاری بر حسب مواد کاملاً معین مانع ارزیابی و قضاوت‌های منصفانه شاگرد و معلم می‌شود و جایی برای بروز نوآوری‌ها و ابتکارهای علمی در هر سطحی را باقی نمی‌گذارد.

Scanned by CamScanner

۴- بیش از حد جزیی کردن هدف‌های رفتاری و انتظارت کلیشه‌ای از دانش آموزان موجب شرطی شدن یادگیری آنان در یک فعّالیّت ریاضی می‌شود که در این فرایند شرطی، مجاورت، تکرار و روابط حاصل از آن‌ها پایه یادگیری را تشکیل می‌دهد. در واقع، فراگیر مطالب کتاب و کلاس درسی را می‌پذیرد و به ذهن خود می‌سپارد. این تکرار و تمرین است که موجب حفظ مطالب درسی می‌شود و شاگرد در موقعیت امتحان و ارزیابی تنها سپرده‌های خود را ارائه می‌دهد. نتیجه این نوع آموزش و یادگیری چیزی جز برخورد حافظه‌ای و یادگیری طوطی وار در ریاضیّات و شرطی شدن افراد نسبت به فرمول‌ها و قاعده‌ها نیست.

ب- شناخت‌گرایی

بر خلاف رفتارگرایان، شناخت‌گرایان رفتار آشکار یادگیرنده (فرد) را موضوع اصلی روان‌شناسی نمی‌دانند، بلکه به فرایند و پردازش‌های ذهنی او که رفتارها از آن‌جا ناشی می‌شود توجه خاصی دارند. در سال‌های اخیر شناخت گرایی جایگاه ویژه‌ای در عرصه فعالیت‌های روان‌شناختی پیدا کرده است و در باب آموزش و یادگیری ریاضیّات نیز با طرح نظریه‌های کارکردی به نتایج و توصیه‌های شفافی دست یافته است.

به‌طور کلی هدف‌های آموزش ریاضیّات را می‌توان در سه مقوله‌ی عمده دسته‌بندی کرد که عبارتند از:

۱- هدف‌های شناختی[۱]؛

۲- هدف‌های عاطفی[۲]؛

۳- هدف‌های مهارتی و یا مهارت‌های ریاضی.

۱- هدف‌های شناختی

این هدف‌ها در واقع مرتبط با معرفت شناختی و دانش نظری ریاضیّات می‌باشند و با ادراک فراگیران از محتوا و مطالب درس‌های ریاضی آمیخته هستند. مفاهیم و اصطلاحات و قراردادهای ریاضی، ساختمان‌ها و طبقه‌بندی‌های موجود در ریاضیّات، دانش روش‌ها و معیارها، مفاهیم و اصول و قواعد قابل تعمیم، شناخت و به کارگیری روش‌های مختلف حل مسأله، درک ارتباط‌های درون ساختاری مفاهیم و مهارت‌های ریاضی در حیطه‌ی هدف‌های

Scanned by CamScanner

شناختی قرار می‌گیرند.

۲- هدف‌های عاطفی

همه‌ی رفتارهایی که به نوعی با هیجان، احساس علاقه، نگرش‌ها و باورها، ترجیح‌ها و انگیزش‌ها مرتبط می‌شوند در این عرصه می‌گنجند. اعتماد به نفس در کار ریاضی، وجود یا فقدان اضطراب ریاضی، تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری به هنگام حل مسائل ریاضی نمونه‌هایی از جنبه‌های عاطفی در کار ریاضی محسوب می‌شوند.

اثربخشی جنبه‌های عاطفی و احساسی در آموزش و یادگیری ریاضیّات مقوله‌ای جدی و انکارناپذیری است که امروزه مورد توجه بسیاری از متخصصان آموزش ریاضی و روان‌شناسان قرار گرفته و پژوهش‌هایی را نیز در بعد عاطفی یاددهی- یادگیری ریاضیّات به خود اختصاص داده است.

عوامل عاطفی هیجانی، وحشت زدگی و یا لذت از ریاضیّات، نگرش مثبت و یا منفی به دانش ریاضی، باورهای فرد درباره قابلیت و توانایی یادگیری ریاضیّات، امنیت در کلاس ریاضی و به‌طور کلی آنچه اصطلاحاً در حیطه عاطفی قرار می‌گیرد در ادامه‌ی این کتاب مجدداً مورد توجه و بررسی قرار خواهند گرفت.

۳- هدف‌های مهارتی یا مهارت‌های ریاضی

هدف‌های مهارتی در واقع مهارت‌هایی هستند که از آموزش ریاضیّات حاصل می‌شوند و فراگیران آن‌ها را عمدتاً در موقعیت‌های مختلف یادگیری و حل مسأله به کار می‌گیرند. مهارت‌هایی که فراگیر برای حل مسأله و تکلیف‌های ریاضی به‌دست می‌آورد، تسلطی که در استفاده از فرمول‌ها، قاعده‌ها و قضیه‌های ریاضی پیدا می‌کند، دانش اجرایی یا روندی او را تشکیل می‌دهد. گاه برخی از شاگردان در استفاده از روابط جبری به گونه‌ای خودکار عمل می‌کنند؛ در حالی بعضی دیگر در انجام چنین عملیاتی با دشواری‌هایی روبه‌رو هستند. پژوهشگران معمولاً مهارت‌های ریاضی را به انواع مختلفی تقسیم می‌کنند که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

الف- مهارت‌های ذهنی و پردازشی

این مهارت عمدتاً به قابلیت‌های تفکّر و تجسم (تصویرسازی ذهنی) فراگیر اطلاق می‌شود. تفکر ریاضی و تصویرسازی ذهنی مفاهیم، خمیرمایه‌ی فعالیت‌های ریاضی به‌ویژه در

Scanned by CamScanner

شناختی قرار می‌گیرند.

۲- هدف‌های عاطفی

همه‌ی رفتارهایی که به نوعی با هیجان، احساس علاقه، نگرش‌ها و باورها، ترجیح‌ها و انگیزش‌ها مرتبط می‌شوند در این عرصه می‌گنجند. اعتماد به نفس در کار ریاضی، وجود یا فقدان اضطراب ریاضی، تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری به هنگام حل مسائل ریاضی نمونه‌هایی از جنبه‌های عاطفی در کار ریاضی محسوب می‌شوند.

اثربخشی جنبه‌های عاطفی و احساسی در آموزش و یادگیری ریاضیّات مقوله‌ای جدی و انکارناپذیری است که امروزه مورد توجه بسیاری از متخصصان آموزش ریاضی و روان‌شناسان قرار گرفته و پژوهش‌هایی را نیز در بعد عاطفی یاددهی- یادگیری ریاضیّات به خود اختصاص داده است.

عوامل عاطفی هیجانی، وحشت زدگی و یا لذت از ریاضیّات، نگرش مثبت و یا منفی به دانش ریاضی، باورهای فرد درباره قابلیت و توانایی یادگیری ریاضیّات، امنیت در کلاس ریاضی و به‌طور کلی آنچه اصطلاحاً در حیطه عاطفی قرار می‌گیرد در ادامه‌ی این کتاب مجدداً مورد توجه و بررسی قرار خواهند گرفت.

۳- هدف‌های مهارتی یا مهارت‌های ریاضی

هدف‌های مهارتی در واقع مهارت‌هایی هستند که از آموزش ریاضیّات حاصل می‌شوند و فراگیران آن‌ها را عمدتاً در موقعیت‌های مختلف یادگیری و حل مسأله به کار می‌گیرند. مهارت‌هایی که فراگیر برای حل مسأله و تکلیف‌های ریاضی به‌دست می‌آورد، تسلطی که در استفاده از فرمول‌ها، قاعده‌ها و قضیه‌های ریاضی پیدا می‌کند، دانش اجرایی یا روندی او را تشکیل می‌دهد. گاه برخی از شاگردان در استفاده از روابط جبری به گونه‌ای خودکار عمل می‌کنند؛ در حالی بعضی دیگر در انجام چنین عملیاتی با دشواری‌هایی روبه‌رو هستند. پژوهشگران معمولاً مهارت‌های ریاضی را به انواع مختلفی تقسیم می‌کنند که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

الف- مهارت‌های ذهنی و پردازشی

این مهارت عمدتاً به قابلیت‌های تفکّر و تجسم (تصویرسازی ذهنی) فراگیر اطلاق می‌شود. تفکر ریاضی و تصویرسازی ذهنی مفاهیم، خمیرمایه‌ی فعالیت‌های ریاضی به‌ویژه در

Scanned by CamScanner

عرصه‌های انتزاعی‌تر می‌باشد. فعال‌سازی ذهن و چگونگی پردازش مطالب در موقعیت‌های یادگیری و حل مسأله، مهارت‌های ذهنی فراگیر را به‌وجود می‌آورد. در واقع، هر فراگیری در برخورد با یک تعریف و یا یک مفهوم ریاضی تصویر ذهنی منحصر به فردی را در ذهن و اندیشه‌ی خود ضبط و پردازش می‌کند که می‌تواند با تصویر ذهنی دیگران از مفهوم موردنظر متفاوت باشد و یا ممکن است یک موجود ریاضی را در ذهن خویش تولید و پردازش کند.

ب- مهارت‌های عملکردی و اجرایی

توانایی تبدیل مهارت‌ها و پردازش‌های ذهنی به عمل رفتار ریاضی را مهارت‌های عملکردی یا اجرایی فراگیر گویند. انجام عملیات جبری، محاسبه حدها، مشتق‌ها، انتگرال‌ها، به‌کارگیری فرمول‌ها و قاعده‌ها، استفاده از استراتژی‌های کلاسیک و خودساخته در شمار این مهارت‌ها هستند.

ج- مهارت‌های فرایندی

مهارت‌های فرایندی بر دانستن چگونگی انجام دادن فعالیت‌های شناختی به‌ویژه در موقعیت‌های حل مسأله ناظر است. ارتباط دانش یا مهارت جدید فرد با دانسته‌ها و تجربه‌های پیشین و چگونگی تبدیل مهارت‌های ذهنی به مهارت‌های عملکردی در نتیجه‌ی اعمال مهارت‌های فرایندی صورت می‌پذیرد. به‌عنوان نمونه، توانایی رسم جدول و نمودار یک منحنی با استفاده از ضابطه‌ی تابع، یک مهارت فرایندی است. حرکت و انتقال از محسوس به مجرد و برعکس یک مهارت فرایندی است؛ مثلاً شاگردان در حل مسائل کلامی دوران مدرسه ناگزیر به انجام چنین حرکتی میان مفاهیم محسوس و مجرد هستند که غالباً در آن با مشکل مواجه‌اند.

به مسأله‌ی زیر توجه کنید. در این قبیل مسائل (کلامی)، فرایند تبدیل مفاهیم محسوس و مجرد مورد توجّه است که معمولاً شاگردان در حل آن‌ها دچار مشکل می‌باشند.

«قطعه زمین چمن بزرگی داریم که احمد می‌تواند چمن‌های آن را در ۱۲ ساعت کوتاه کند. علی هم به تنهایی قادر است همین چمن‌ها را در ۸ ساعت کوتاه کند. اگر هر دو نفر با هم کار کنند، در چه مدت می‌توانند چمن‌های زمین را کوتاه کنند؟»

پاسخ فوری شاگردان به این مسأله استفاده از میانگین ساده است؛ یعنی $\frac{۱۲+۸}{۲}=۱۰$. به عبارت دیگر، اگر دو نفر با هم کار کنند در مدّت ۱۰ ساعت کار چمن‌زنی تمام می‌شود!

آیا این راه‌حل درست است؟ نظر شما چیست؟

د- مهارت‌های موقعیتی

توانایی به‌کارگیری دانش و مهارت‌های اجرایی در موقعیت‌های شناخته شده و ناشناخته توسط فراگیر را مهارت موقعیتی می‌نامند. از چه فرمول و یا قضیه و یا تعریفی و در کجا و چگونه باید استفاده کنیم؟ بسیارند فراگیرانی که به‌رغم تلاش فراوان برای به خاطر سپردن قاعده‌ها، الگوریتم‌ها و قضایای ریاضی به هنگام استفاده و تشخیص موقعیت و تصمیم‌گیری دچار ابهام و سردرگمی فراوان هستند و طبعاً نمی‌توانند به پاسخ پرسش و یا مسأله‌ی موردنظر دسترسی پیدا کنند.

نظریه‌های آموزش ریاضیّات

بر پایه‌ی دیدگاه‌های مختلف روان‌شناسان شناختی الگوهای یادگیری متفاوتی وجود دارند و همه بر این ایده مشترکند که یادگیرنده در موقعیت‌های مختلف آموزش، یادگیری و حل مسأله تحت تأثیر عامل‌ها و فشار محدودیت‌هایی قرار دارند. در این میان می‌توان به نظریه‌های زیر اشاره کرد که در عرصه‌ی کار ریاضی بسیار مهم قلمداد می‌شوند:

۱- مراحل رشد عقلانی پیاژه؛

۲- نظریه‌ی بناشدنی‌نگری اجتماعی[1] ویگوتسکی؛

۳- ناکافی بودن دانش پیشین، آزوبل برای یادگیری معنادار؛

۴- ایده‌ی پاسکال لئونی از محدودیت فضای حافظه‌ی فعال[2] فرد و الگوی پردازش اطلاعات؛

۵- الگوهایی که در عرصه‌ی یادگیری و آموزش علوم تجربی (ریاضی) بر مبنای الگوی پردازش اطلاعات (IPT) ارائه شده است که دربردارنده‌ی برخی از ویژگی‌های الگوهای دیگر هستند؛

۶- نظریه‌ی درک ابزاری[3] و درک واسطه‌ای[4] و طرحوارهای اسکمپ؛

۷- نظریه‌ی بناشدنی‌نگری[5] در آموزش ریاضیّات.

1. social constructivism
2. working memory
3. instrumental
4. relational underst...
5. co...

Scanned by CamScanner

تمرین: درباره‌ی نظریّات فوق در حوزه‌ی آموزش ریاضیّات مطالعه و تحقیق نمایید.

نگرش شناخت‌گرا بر این باور است که دانش ریاضی توسط یادگیرنده ساخته می‌شود، یعنی دانش‌آموز بر روی داده‌های دریافتی عمل می‌کند و با فرایندهای ذهنی به آن داده‌ها سازمان و نظم می‌بخشد و به این ترتیب معانی مفاهیم ساخته می‌شوند. از این رو، دانش‌آموز در جریان یادگیری ریاضی فعال است (نه منفعل) و در آموزش مشارکت دارد. البته توانایی‌های ذهنی‌ای که موجب ساختن دانش ریاضی است، از هر مرحله‌ای به مرحله‌ی دیگر تغییری کیفی و کمی می‌یابند و یادگیری تحت تأثیر این توانایی‌ها قرار می‌گیرد. نگرش شناختی با تأکید بر ساختن فعال دانش توسط دانش‌آموزان طبعاً معانی دیگری از آموزش و یادگیری به همراه خواهد داشت و در نتیجه کاربردهای متفاوتی را برای معلّمان و برنامه‌ریزان درسی دربردارد.

شناخت‌گرایان برخلاف دیدگاه رفتارگرایی بر این اعتقادند که یادگیری فرایندی است که به کمک آن اطلاعات جدید با دانش موجود فرد مرتبط می‌شود و در نتیجه دانش قبلی دانش‌آموز تغییر می‌کند و بصیرت لازم را در موقعیّت‌های مختلف کسب می‌کند. از این رو، ریاضیّات غیررسمی دوران کودکی فراگیران، پایه‌ای برای بنا نهادن ریاضیّات مدرسه‌ای شناخته می‌شوند. بارودی (۱۹۸۷) معتقد است سن فراگیران هر چه باشد، آموزش باید با توجه به میزان فهم و توان یادگیری فرد صورت پذیرد.

در این نوشتار دیدگاه‌های مختلف شناختی را در قالب الگوهای یادگیری مربوط در عرصه‌ی تعلیم و تربیت ریاضیّات مورد بحث قرار خواهیم داد. به هر حال هر یک از دو رویکرد پیش‌گفته می‌توانند در درک بیشتر ما از چگونگی یادگیری ریاضی در افراد مؤثر باشند. دیدگاه رفتارگرایی می‌تواند شکل‌های ساده‌تر یادگیری مانند به خاطر سپردن واقعیت‌های اعداد و عملیات روی آن‌ها را تبیین کند و مفاهیمی مانند تقویت، تقلید، الگوسازی و الگوریتم را که نه تنها در یادگیری ریاضی، بلکه در سایر موقعیت‌های یادگیری نیز دارای اهمیت هستند، به ما ارائه دهد. در عین حال به قول بارودی (۱۹۸۷) این دیدگاه شناختی است که قادر است شکل‌های پیچیده‌ی یادگیری و تفکر را مانند آنچه در وضعیت‌های مختلف حل مسأله اتفاق می‌افتد، تبیین کند.

اکنون به بحث مهم آمادگی برای یادگیری ریاضی، به ویژه ریاضیّات مدرسه‌ای، در چارچوب دیدگاه رفتارگرا و شناخت‌گرا می‌پردازیم.

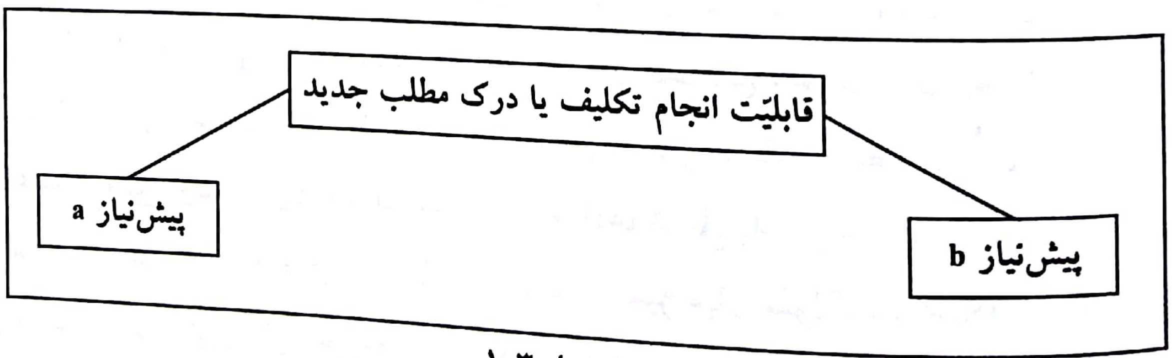
Scanned by CamScanner

آمادگی برای یادگیری ریاضی

با توجه به تفاوت‌های موجود در نگرش رفتارگرا و شناخت‌گرا که به کوتاهی بـه ارائـه‌ی دیدگاه‌های آنان پـرداختیم، طبعـاً مقولـه‌ی آمـادگی و آمـادگی بـرای یـادگیری ریاضـیّات نیـز قرائت‌های متفاوتی را در این دو نظریه خواهد داشت.

ضرب‌المثل معروفی است که شما می‌توانید اسبی را وارد رودخانه کنید، ولی نمی‌توانید آن را وادار به آب خوردن کنید. در عرصه‌ی کار ریاضی نیز ایجاد آمادگی‌های گوناگون در جـذب و هضم روان‌تر ایده‌ها و مهارت‌های ریاضی در دانش‌آموزان بسیار واجد اهمیت است. هنگامی که بچه‌ها معنای جمع و تفریق عددهای طبیعی را یادگرفته‌اند و مهارت‌های لازم را نیـز بـرای به‌کارگیری این دو عمل آموخته‌اند، معلمان به گونه‌ای طبیعی متوجه عمل ضرب می‌شوند. آیـا هیچ دلیلی وجود دارد که باید بی‌درنگ به آموزش عمل ضـرب بپـردازیم؟ آیـا بچـه‌هـا بـرای یادگیری مفهوم ضرب و پس از آن تقسیم آماده‌اند؟ وقتی دانش‌آموزان اعداد طبیعی و عملیـات استاندارد روی آن‌ها را یاد گرفتند، چرا نباید بلافاصله به معرفی اعداد منفی و در نتیجـه اعـداد صحیح نسبی (Z) و عملیات روی آن‌ها بپردازیم؟ آیا به چیز بیشتری از آمادگی برای یـادگیری مفاهیم جدید ریاضی غیر از تسلط بر ریاضیّاتی که باید مطالب نو بر آن‌ها اسـتوار باشـد، نیـاز داریم؟

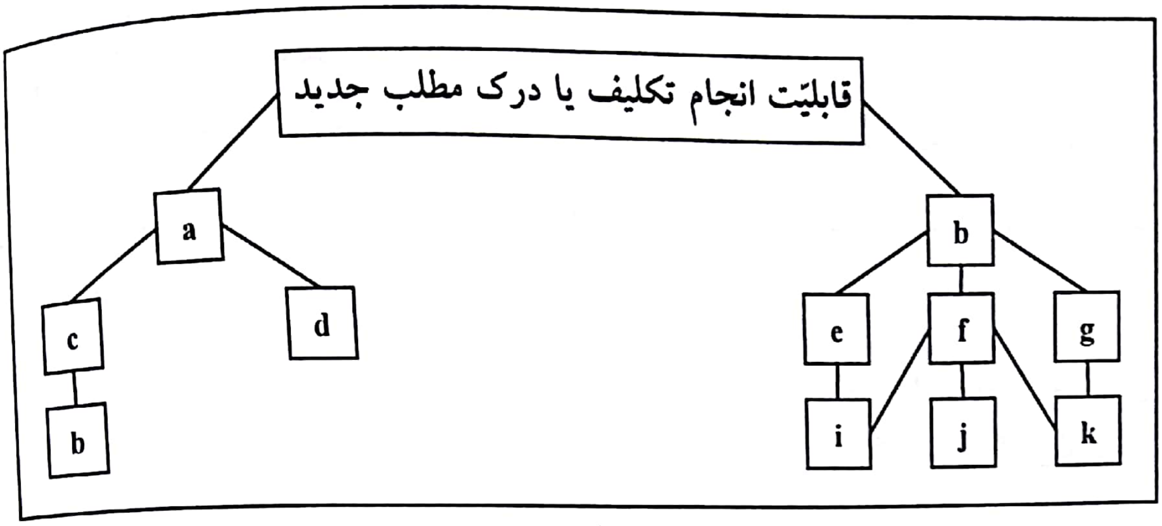
گانیه در دیدگاه رفتارگرایی، آمادگی در یادگیری را به وجود مهارت‌هـای عقلانـی وابسـته می‌داند. بدین معنا که قابلیت انجام یک تکلیف یا درک یک مطلب جـدید بر طبق نمودار ۳-۱ نیازمند داشتن مهارت‌های پیش‌نیاز a و b است و a و b نیز به نوبه‌ی خـود مهـارت دیگـری را می‌طلبد که در نمودار ۳-۲ مشخص شده است.



نمودار ۳-۱

اکثر پژوهش‌هایی که گانیه و همکارانش انجام داده‌اند بر این پایه استوار می‌باشد که فرض وجود مهارت‌های پیش‌نیاز در دانش‌آموز شرط لازم و کافی بـرای داشـتن قابلیـت انجـام یـک

Scanned by CamScanner

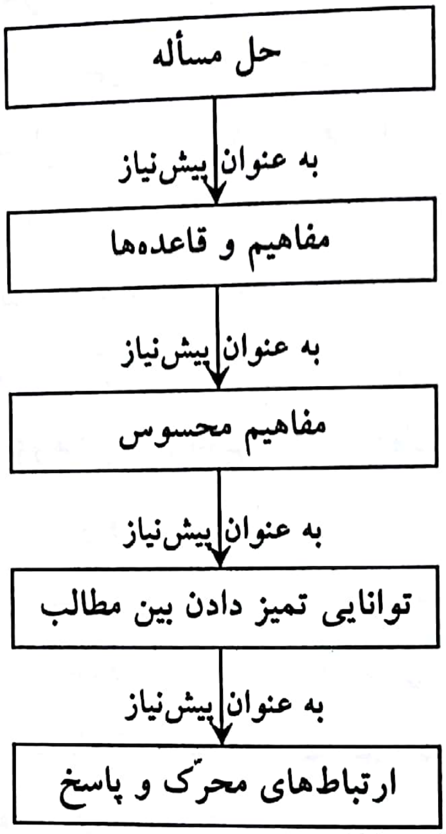


نمودار ۳-۲

تکلیف یا درک یک مطلب جدید است. اما نکته‌ی مهم این است که اگر دانش‌آموزان پیش‌نیازهای a و b را دارا باشند، آیا همیشه می‌توان قابلیت نهایی را به آنان آموزش داد؟ آیا چنانچه دانش‌آموزان فاقد پیش‌نیازهای a و b و یا هر دو باشند، باز هم می‌توان قابلیت نهایی انجام یک تکلیف را به آنان آموزش داد؟ برعکس، چنانچه دانش‌آموزان توانایی انجام یک تکلیف و یا قابلیت درک یک مطلب را کسب کرده باشند، آیا به این معناست که آنان لزوماً دارای پیش‌نیازهای a و b می‌باشند؟ گانیه آمادگی (از جمله آمادگی ریاضی) را بر اساس یادگیری سلسله‌مراتبی تعریف می‌کند و معتقد است که در صورتی دانش‌آموز آمادگی یادگیری یک قابلیت ویژه را در یک سلسله‌مراتب (مهارتی- مفهومی) دارد که بر همه‌ی قابلیت‌های پیش‌نیاز مسلط باشد و این آمادگی صرفاً وابسته به این مهارت‌های پیش‌نیاز می‌باشد. نمودار ۳-۳ بیانگر دیدگاه گانیه در این مورد است. در نمودار اخیر حل یک مسأله یا تکلیف نیازمند پیش‌نیازهایی است که بدون تحقق آن‌ها امکان دستیابی دانش‌آموز به آن فراهم نمی‌آید. به باور گانیه نمونه‌های زیادی از سلسله‌مراتب خطی یادگیری را در ریاضیّات می‌توان با این نوع نمودار ۳-۳ ارائه داد. پایین‌ترین سطح این الگو که ارتباط‌های محرک و پاسخ را نشان می‌دهد، شامل آشنایی‌ها و عملیات اولیه با اعداد است. مثلاً آشنایی با نام عددها، ترتیب آنها، عملیات روی اعداد، دانش ارتباط میان اعداد، آشنایی با نمادها شامل پارامترها (a، b، c و...) و متغیرها (x، y و...) و... در این سطح قرار می‌گیرند. توانایی تمیز میان مقولات و اشکال ریاضی نیز گام بعدی است. با بهره‌گیری از تجربه‌های زندگی روزمره و جهان محسوس، به عنوان مثال تمیز در شکل چندضلعی منتظم و مثلث قائم‌الزاویه قابل فهم است. در عین حال بسیاری از مفاهیم ریاضی، ما به ازای محسوسی ندارند، به ویژه هنگامی که در ریاضیّات پیشرفته‌تر کار می‌کنیم. به هر حال، توانایی تشخیص بین مفاهیم و مقولات در عرصه‌ی کار ریاضی نیز مانند سایر

Scanned by CamScanner

علوم مهم است. از اولین روزهای آشنایی با اعداد که تفاوت میان ۵ سیب و ۷ سیب مطرح می‌شود تا فرق میان ضرب و تقسیم و مفاهیم پیشرفته‌تر، همه و همه می‌توانند برای دانش‌آموزان مشکل‌آفرین باشند. ریاضیّات سرشار از تفاوت‌ها و شباهت‌های ظریف و دقیق میان مفاهیم و نمادها است. به عنوان مثال، فرق میان Dx، dx، Δx با δ و ε در حدگیری و ده‌ها نمونه‌ی دیگر که موجب پنداشت‌های غلط یادگیری در فراگیران می‌شوند.



نمودار ۳-۳

در مقابل نظریه‌ی آمادگی رفتارگرا، نظریه‌ی آمادگی شناخت‌گرا نیز مطرح است. نگرش‌های رشدی بیانگر این نکته است که یک دانش‌آموز فقط زمانی برای یادگیری آماده است که کیفیت مهارت‌های تفکر و پردازش ذهنی او هماهنگ با خواسته‌ها و گام‌های فکری[1] تکلیف یا مسأله‌ی موردنظر باشد. به علاوه، چنین تفکر و پردازشی تا حدود زیادی نه تنها به رشد عقلانی و پرسش فراگیران وابسته است، بلکه به عامل‌های محیطی مانند مدرسه، نوع آموزش، زمینه‌های خانوادگی جامعه و فرهنگ کلی آن بستگی دارد. هر چند که پرسش عامل مهمی است، مهارت‌های موردنیاز تنها در خلال رشد و تحول به دست نمی‌آید، بلکه تعامل میان پرسش فراگیر و جنبه‌های محیطی، رشد مطلوب وی را ممکن می‌سازد. دیدگاه‌های رشد

1. Z- demands

Scanned by CamScanner

عقلانی در خلال انتشار کارهای پیاژه[1] و همکارانش در ژنو از برجستگی خاصی برخوردار شد و دیگران کار او را تعدیل و اصلاح کرده‌اند.

این اندیشه‌ی پیاژه که فراگیر نیازمند داشتن توانایی‌های منطقی (مانند نگهداری ذهنی، دسته‌بندی و ردیف کردن) است، قبل از این‌که به یادگیری اعداد بپردازد، تأثیر زیادی بر برنامه‌های درسی ریاضی در سال‌های اولیه داشته است (برای اطلاعات بیشتر می‌توانید به دیدگاه‌های پیاژه در کتاب‌های معتبر روان‌شناسی مراجعه کنید).

برخی معلمان معتقدند ایده‌ی آمادگی بدین معناست که آنان باید از انجام فعالیت‌هایی که کودکان در آن سن قادر به فهم کامل آن نمی‌باشند، بپرهیزند و اگر هنوز رشد به سطح مطلوب نرسیده است کار چندانی برای شاگردان نمی‌توان انجام داد، بلکه باید منتظر ماند (رزنیک و فورد[2]، ۱۹۸۳). گاه معلمان ناامیدند که به معرفی جمع و تفریق اعداد و یا زبان نمادین ریاضی بپردازند، مگر این‌که دانش‌آموزان فهم لازم و پیش‌نیاز مناسب را کسب کرده باشند. البته لازم به ذکر است که برخی از یافته‌های پژوهش‌های اخیر بر این دلالت دارد که پیاژه، توانایی‌های ذهنی کودکان را کمتر از آنچه هست برآورد کرده است (مانند یانگ، لوریج، ۱۹۸۷). هرچند ممکن است نظریه‌ی پیاژه را نوعی نظریه‌ی آمادگی دانست، امّا آمادگی مهم‌ترین موضوعی نیست که پیاژه در خلال نوشته های خود به آن پرداخته باشد.

روان‌شناسان معتقدند (شعارنژاد، ۱۳٦٦) که در شناخت دانش‌آموز آنچه برای معلمان اهمیت داردشناخت‌وضع‌ومیزان «آمادگی» اواست،یعنی کشف پاسخ‌هایی برای پرسش‌های زیر:

۱- آیا دانش‌آموز رشدونمو بدنی لازم را کرده است؟ (آمادگی بدنی)

۲- آیا می‌تواند موضوع درس را بفهمد یعنی رشد فکری لازم را دارد؟ (آمادگی ذهنی)

۳- آیا از آرامش و امنیت خاطر برخوردار است؟ (آمادگی ذهنی)

٤- آیا دانش‌آموز از سلامت بدنی و روانی برخوردار است؟

٥- آیا مقدمات و یا تجربه‌های لازم برای یادگیری موضوع تازه را قبلاً آموخته است؟ (آمادگی تجربی)

تعریف آمادگی

آمادگی ریاضی، شناخت واقع‌گرایانه از وضعیتی است که در آن برای فراگیر، یادگیری

Scanned by CamScanner

معنادار و لذت‌بخش (بارغبت) اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر، منظور از آمادگی در ریاضی این است که فراگیر بتواند از ظرفیت‌های ذهنی و ساختارهای مفهومی خود و رشد عقلانی‌اش در بروز رفتار ریاضی مطلوب، به ویژه در موقعیت‌های جدید آموزشی و حل مساله بهره جوید. بنابراین، توجه به سه عنصر "چه چیز"، "چگونه" و "چه وقت" از سوی معلمان و برنامه‌ریزان ریاضی در آموزش دارای اهمیت جدی است. به نظر می‌رسد معلم ریاضی نباید منتظر بماند که دانش‌آموز به سن خاصی برای یادگیری مفاهیم و مهارت‌های ریاضی برسد، بلکه خود باید با اتخاذ راهبردهای آموزشی مناسب و شیوه‌های علمی مطلوب و بهره‌جویی از تجربه به پیدایش آمادگی لازم در فراگیر کمک کند.

این سخن عده‌ای از روان‌شناسان که اگر آموزش با انتخاب شیوه‌ها و راهبردهای متناسب همراه باشد، یعنی زبان علمی و تکنیکی منطبق با ظرفیت‌ها و قابلیت‌های فراگیران انتخاب شود، هر چیزی را می‌توان به هر سن و سالی آموزش داد، سخنی گزاف به نظر نمی‌آید!

شیوه‌های آموزش مفاهیم و مهارت‌های ریاضی چنانچه متناسب با آمادگی‌های ذهنی و مفهومی دانش‌آموزان نباشد و زبان علمی سازگار با این وضعیت‌ها انتخاب نشود، طبعاً موجب ایجاد بدفهمی و یادگیری‌های حافظه‌ای و غیرمعنادار در آنان خواهد شد. پس به‌جای گله از ضعف و ناتوانی بچه‌ها در یادگیری ریاضی و بروز رفتار ریاضی مطلوب، اندکی هم به شیوه‌های آموزشی و ارائه‌ی مطالب ریاضی توسط معلمان و برنامه‌ریزان بیندیشیم: آیا این شیوه‌هایی که گاه بدون توجه به ظرفیت‌های فراگیران و نامرتبط یا کم‌ارتباط با دانش پیشین و تجربه‌های آنان ارائه می‌شود، موجب اشکال و ناهنجاری نشده است؟ معلمان با توجه به دانش و تجربه‌ی خود و آگاهی از تفاوت‌های فردی فراگیران‌شان می‌توانند با اتخاذ شیوه‌های گوناگون به پیدایش آمادگی در آنان همت گمارند. در این‌جا به منظور آشنایی بیشتر خوانندگان با برخی از مفاهیم و واژگان مرتبط با مقوله‌ی آمادگی در ریاضی به تعریف اجمالی می‌پردازیم و در فصل‌های بعدی این کتاب الگوی آمادگی حل مسأله را ارائه خواهیم داد.

گام‌های فکری

بنابر تعریف برخی پژوهشگران (جانستون و همکارانش[1]، ۱۹۹۳) پیچیدگی یک تکلیف یا گام‌های فکری آن یعنی تعداد گام‌هایی که کم‌توان‌ترین فراگیر، بر اساس آموزش‌های قبلی خود برای حل موفقیت‌آمیز یک تکلیف طی می‌کند.

1. Johnstone & et. al

Scanned by CamScanner

طرحواره‌های مفهومی[1]

مطالعه‌ی ساختارهای ریاضی و راه‌هایی که این ساختارها بر اساس آن ساخته می‌شوند و عمل می‌کنند، در کانون روان‌شناسی یادگیری ریاضیّات قرار دارد. هنگامی که دانش و خاصیت‌های جداگانه‌ی خازن‌ها، ترانزیستورها و مقاومت‌ها و چیزهایی از این قبیل به گونه‌ای مناسب به هم مرتبط شوند، دستگاهی به نام رادیو را می‌سازند که می‌تواند پخش‌کننده‌ی امواج صوتی باشد و ما را در جریان اخبار و برنامه‌های مختلف قرار دهد. در واقع تعامل نظام‌مند این ابزار و وسایل، ساختار جدیدی را در عرصه‌ی وسایل الکتریکی پدید می‌آورد که به رادیو ترانزیستوری موسوم است. در دانش ریاضی نیز مفاهیم و ایده‌ها چنین وضعیتی را دارند و مانند آنچه در مورد رادیو ترانزیستوری گفته شد در یک ارتباط و تعامل علمی و منسجم نام خاص خود یعنی ساختارهای مفهومی یا طرحواره‌ها را می‌یابند. بنابراین، در یک ساختار مفهومی مفاهیم مختلفی چه ساده چه مشکل می‌توانند شرکت داشته باشند. به عبارت دیگر، به یک ساختمان ذهنی که در آن دانش و تجربه‌های مرتبط فرد سازمان می‌یابند، طرحواره‌ی مفهومی گفته می‌شود.

از مهم‌ترین عمل‌های طرحواره‌ی مفهومی این است که یادگیری و کسب دانش جدید را در یک موقعیت آموزشی آسان‌تر می‌نماید. مثلاً چنانچه قبلاً مطالبی را در مورد یک عنوان و مفهوم ریاضی مانند مفهوم تابع بدانیم، دانش جدید ما در این مقوله می‌تواند به نحو مناسبی به طرحواره‌ی مفهومی موجود یعنی تابع افزوده شود و موجب بسط یکپارچه و معنادار آن توسط فراگیر شود. اما در صورتی که دانش پیشین ما بر پایه‌ی یک طرحواره‌ی مفهومی منسجم و کارآمدی استوار نباشد، اطلاعات بعدی مثلاً مفهوم تابع‌های یک‌به‌یک و یا پوششی، معکوس تابع و... نمی‌توانند به گونه‌ای طبیعی و هماهنگ با خود مفهوم تابع در جایگاه واقعی‌شان قرار گیرند و توسعه‌ی مفهومی و بصیرت بیشتر یادگیرنده را فراهم آورند.

ضمناً با رشد طرحواره‌های مفهومی از جمله در آموزش و یادگیری ریاضیّات، این طرحواره‌ها طبعاً برای توسعه‌ی خود نیازمند به جایگاه بیشتری از ظرفیت ذهنی (فضای حافظه‌ی فعال) فرد هستند. بنابراین، چنانچه با شیوه‌های درست علمی و آموزشی به بسط ساختارهای مفهومی در آموزش ریاضیّات نپردازیم، دانش‌آموزان دچار مشکلات کم‌فهمی یا بدفهمی مطالب و مفاهیم ریاضی خواهند شد. در واقع، توسعه‌ی مناسب طرحواره‌های مفهومی موجب استفاده‌ی بهینه‌ی فرد از ظرفیت‌های ذهنی و تسهیل عمل پردازش اطلاعات توسط وی

Scanned by CamScanner

می‌شود که این امر در بروز یادگیری معنادار و رفتار ریاضی مطلوب دخالت جدی دارد. به علاوه اسکمپ (۱۹۸۶)، معتقد است فعالیت‌های علمی‌ای که بر پایه‌ی رشد طرحواره‌های مفهومی صورت می‌پذیرد، موجب نوعی احساس مسرت و لذت‌بخشی در شاگردان می‌شود که این، خود یادگیری را روان‌تر می‌سازد.

طرحواره‌ها علاوه بر این‌که مشخصه‌ها و خواص جداگانه و تک‌تک مفاهیم موجود در خود را دارا می‌باشند، از سه مشخصه‌ی دیگر نیز برخوردارند:

۱- دانش موجود فراگیر را یکپارچه و هماهنگ می‌سازند؛

۲- به عنوان ابزاری برای تسهیل یادگیری‌های بعدی عمل می‌کنند؛

۳- موجب فهم معنادار و بهتر مطالب می‌گردند.

در فصل هشتم کتاب، با ویژگی‌ها و اهمیت بیشتر طرحواره‌ها در یاددهی- یادگیری ریاضیّات و حلّ مسأله آشنا خواهیم شد.

انتخاب راهبرد Y

انتخاب راهبرد مناسب باید به مثابه‌ی عاملی جدی در آموزش و یادگیری ریاضی و حل مسأله، مورد توجه معلمان ریاضی قرار گیرد. فراگیر با تصمیم‌سازی خود در انتخاب راهبردهای مناسب می‌تواند در کاهش پیچدگی‌های یک تکلیف بکوشد و از ظرفیت‌های ذهنی و علمی خویش به گونه‌ای مؤثرتر بهره جوید. فراگیر ممکن است دارای راهبرد توسعه‌یافته‌ای باشد که او را قادر سازد تا با دسته‌بندی و سازمان‌دهی اطلاعات دریافتی، آن‌ها را به سهولت قابل پردازش و فهم کند. کیس و گلبرسون[1] (۱۹۷٤)، معتقدند مشکلاتی که دانش‌آموزان عمدتاً در تکلیفی ویژه با آن مواجه هستند، دلایل چندی دارد:

الف- طرحواره‌ای که در دسترس آنان است؛

ب- تعداد طرحواره‌های مفهومی که دانش‌آموز همزمان قادر است برای انجام تکلیف موردنظر آن‌ها را فعال سازد (فعال‌سازی طرحواره‌ها)؛

ج- راهبرد موردنیاز برای انجام یک تکلیف.

همه‌ی این موارد به گونه‌ای با یکدیگر در ارتباط هستند و راهی را که آنها، خودشان را مشخص می‌سازند عملاً مشخصه‌های ویژه‌ی ارائه‌ی یک تکلیف می‌باشند. برای انجام موفقیت‌آمیز تکلیف‌های مختلف ریاضی، به طرحواره‌های مفهومی متعددی نیاز است. ولی

Scanned by CamScanner

مسائل پیچیده‌تر که برای حل به گام‌های فکری بیشتری (Z) نیاز دارند، با اتخاذ راهبردهایی (Y) که همزمان بتوانند نیاز به تعداد طرحواره‌های مفهومی را کاهش دهند، قابل انجام و حل هستند.

البته کشف یا ابداع یک راهبرد، قابلیت ذهنی بالاتری را در مقایسه با به‌کارگیری آن راهبرد در موقعیت‌های مختلف بروز رفتار ریاضی می‌طلبد. آموزش چنین راهبردهایی به افرادی با ظرفیت کمتر، حافظه‌ی فعال را یاری می‌دهد تا تکلیف‌های دشوارتر را روان‌تر انجام دهند. آموزش راهبردها به همراه تشویق فراگیران به این‌که خود راهبردهای یادگیری و حل مسأله را ساخته و بسط دهند، باید جزء اصلی فرایند آموزش و یادگیری ریاضی باشد؛ به ویژه هنگامی که آنان در مقابله با یک وضعیت یادگیری و حل مسأله‌ای قرار می‌گیرند که پیچیدگی‌های آن بالاتر از ظرفیت‌های ذهنی و عقلانی‌شان می‌باشد. در واقع می‌توان ادعا کرد فردی قادر است رفتار ریاضی مطلوب‌تری را از خود نشان دهد که توانسته باشد با مجموعه‌ای از راهبردهای مختلف بر محدودیت‌های ذهنی و ظرفیت حافظه‌ی فعال خود و سبک یادگیری‌اش غلبه نماید. فراگیر باید یاری شود تا خود راهبردهایش را بسط دهد و فرصت‌هایی به او داده شود تا در عمل با تجزیه‌ی یک تکلیف به اجزای مناسب، کار کردن با اطلاعاتی با بار زیاد و جداسازی اطلاعات مربوط از نامربوط، این راهبردها در عرصه‌های مختلف ریاضی مورد تجربه قرار گیرند. اکنون ضمن این‌که بحث بیشتر درباره‌ی نقش و ضرورت به‌کارگیری راهبردها را در موقعیت‌های آموزش، یادگیری و حل مسأله‌ی ریاضی به آینده موکول می‌کنیم، به این پرسش پاسخ می‌دهیم که اصولاً تعریف راهبرد چیست؟ گانیه راهبردهای شناختی را مهارت‌هایی عقلانی می‌داند که به گونه‌ای درونی سازمان یافته‌اند و کارکردشان نظم‌بخشی و کنترل بهره‌جویی از مفاهیم و قاعده‌ها و فرمول‌ها است.

ساختمان ذهنی و پردازش اطلاعات

بحث پیرامون ساختمان ذهنی و سبک‌های یادگیری دانش‌آموزان و چگونگی پردازش اطلاعات توسط آنان را به آینده موکول خواهیم کرد. اکنون به نمونه‌هایی از ریاضیّات مقدماتی می‌پردازیم که می‌توانند مقوله‌ی آمادگی ریاضی را اجمالاً تبیین کنند.

اصولاً به عنوان یک معلم ریاضی (و احتمالاً کم‌تجربه) با رویکرد کاملاً برنامه‌ای موافقیم و یا به دلیل نبود وقت کافی برای تعمیق مباحث ریاضی مشتاقیم که پس از تدریس یک مبحث، بلافاصله به عنوان جدیدی بپردازیم؛ در حالی‌که احتمالاً بسیاری از شاگردان ما آمادگی و

Scanned by CamScanner

زمینه‌ی لازم را برای این کار ندارند. در واقع آنان هنوز به دلیل عدم تثبیت مطالب قبلی بصیرت کافی نسبت به آموخته‌های حاضر را ندارند و به عبارتی یادگیری در حد تسلط برای آنان اتفاق نیفتاده است. مثلاً مفاهیم و مهارت‌های جبری را زود و به سرعت، یکی پس از دیگری به آنان آموزش دهیم و یا بلافاصله پس از کار کردن با مجموعه‌های (N) و (Z) کار با عددهای کسری (Q) را آغاز می‌کنیم؛ به ویژه این‌که کسرها و نسبت‌ها از جمله قسمت‌هایی هستند که به خوبی می‌توانند منعکس‌کننده‌ی مشکلات مفهومی و مهارتی بسیاری از شاگردان در عرصه‌ی ریاضیّات مقدّماتی باشند. در این میان به نظر می‌رسد چند مشکل عمده در درک نسبت‌ها و کسرها وجود دارند که یادگیری آن‌ها نیازمند آمادگی‌های ذهنی و مفهومی از سوی فراگیران می‌باشد. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- کسرها را نمی‌توان به مثابه‌ی عناصری مستقل و جدا آموزش داد؛ زیرا آن‌ها در واقع جزئی از یک کل محسوب می‌شوند و زمانی دارای معنا هستند که در ارتباط با کل خود در نظر گرفته شوند، یعنی برای درک کسری از یک چیز باید تصور درستی از کل آن چیز در نظر داشت. مثلاً $\frac{۱}{۴}$ یا $\frac{۱}{۳}$ سیب آسان است ولی تصور تمام کیلوگرمی که شما از آن $\frac{۱}{۵}$ یا $\frac{۲}{۵}$ برداشته‌اید یا تمام ساعتی که $\frac{۱}{۴}$ آن گذشته است یا ترکیب مواد شیمیایی در آزمایشگاه به نسبت کسرهایی از عناصری خاص طبعاً به آسانی درک $\frac{۱}{۴}$ یک سیب نمی‌باشد.

۲- درک نمادی که کسرها با آن نمایش داده می‌شوند نیز خالی از دشواری نیست. اصولاً مخرج کسر معنا و عملی کاملاً متفاوت با معنا و عمل صورت کسر دارد. مثلاً مخرج کسر $\frac{۳}{۵}$ به ما می‌گوید که کل ما به پنج جزء مساوی تقسیم شده است و صورت می‌گوید که سه قسمت از آن پنج قسمت مورد توجه است. یا فهم کسرهایی مانند $\frac{۹}{۸}$ که دارای مفهومی غیر از $\frac{۳}{۵}$ است، برای دانش‌آموزان مشکل‌زا می‌باشد.

۳- درک این‌که نسبت دو مقدار یک عدد مطلق است و بنابراین بر حسب واحد معینی بیان نمی‌شود، برای بچه‌ها خالی از ابهام نیست و یا تمایز بین کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها بر حسب یک واحد اندازه‌گیری بیان می‌شوند. مانند $\frac{\text{۳۲کیلومتر}}{\text{۶۴کیلومتر}} = ۰/۵$ و میزان‌های تغییری که همچون یک کسر $\frac{\text{۶۰کیلومتر}}{۰/۵} = ۱۲۰\ \text{k/h}$ در نظر گرفته می‌شوند، ولی صورت و

Scanned by CamScanner

مخرج آن‌ها واحدهای متفاوتی اندازه گرفته شده‌اند از جمله نکات دیگری است که مشکل‌آفرینند.

۴- کار کردن با کسرها (چهار عمل اصلی)، تشخیص میان بزرگتری و کوچکتری و معادل‌سازی کسرها از زمره‌ی مواردی هستند که برای دانش‌آموزان گرفتاری‌های مهارتی و مفهومی به وجود می‌آورند.

۵- نقش زبان همچون سایر عرصه‌های آموزش و یادگیری ریاضی در فهم کسرها به ویژه برای بسیاری از دانش‌آموزان تازه‌کار هم از اهمیت بالایی برخوردار است. به عنوان مثال استفاده از واژه‌های ربع، ثلث و حتی نصف گاه می‌تواند مشکل‌ساز باشد؛ مگر این‌که ارتباط میان این قبیل واژه‌ها و نمادهای $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۲}$ در موقعیت‌های محسوس برای بچه‌ها به خوبی توضیح داده شده باشد. همچنین اشتباه‌های معنایی میان عبارت‌هایی مانند: «نصف عددی ۳۶ است، تمام عدد چقدر است؟» و «نصف عدد ۳۶ چه مقدار است؟» غالباً دیده می‌شوند.

بدیهی است که معلمان ریاضی برای غلبه بر دشواری‌هایی نظیر موارد پیش‌گفته، به مقتضای دانش و تجربه‌ی خویش و وضعیت دانش‌آموزان عمل خواهند کرد. در عین حال، برای غلبه بر دشواری مورد اول، باید در مراحل اولیه‌ی آموزش کسرها، مرتباً به کلی که کسرها جزئی از آن هستند اشاره شود و به‌طور مجرد از نمادهایی مانند $\frac{۱}{۴}$، $\frac{۱}{۳}$ و یا $\frac{۱}{۲}$ کمتر صحبت کنیم، بلکه $\frac{۱}{۴}$ و یا $\frac{۱}{۳}$ سیب و $\frac{۳}{۵}$ متر و یا حتی $\frac{۱}{۳}$ از ۱۲ استفاده کنیم که فهم دانش‌آموزان را روان‌تر می‌سازد. برای غلبه بر مشکلات مطرح شده در موارد دوم و سوم و پنجم به نظر می‌رسد که باید از به‌کارگیری نمادها برای نمایش کسرها تا قبل از توسعه‌ی مفاهیم (ریاضی) نزد کودکان خودداری شود. در مورد عملیات میان کسرها مثلاً در مراحل اولیه‌ی آموزش جمع و تفریق آنها، به جای نوشتن (*) $\frac{۲}{۳}\pm\frac{۳}{۵}=\frac{۱۰\pm۹}{۱۵}$ آموزش دو مرحله‌ی زیر مورد توجه و تمرین قرار گیرند.

در مرحله‌ی اول، معادل‌سازی کسرها مورد توجه قرار گیرد، یعنی بچه‌ها تشویق شوند که با یافتن کسرهای معادل، مخرج‌ها را یکی کنند و در مرحله‌ی دوم ایده‌ی جمع و یا تفریق کسرها را به کار گیرند، یعنی $\frac{۲}{۳}\pm\frac{۳}{۵}=\frac{۱۰}{۱۵}\pm\frac{۹}{۱۵}$. اگر دانش‌آموزان این دو مرحله و ایده‌های آن را به خوبی درک کنند، تکنیک جمع و تفریق کسرها با روش (*) برای آنان شفاف‌تر

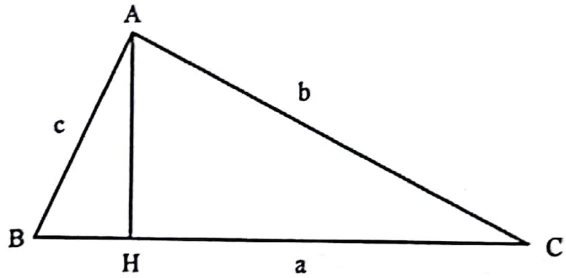
Scanned by CamScanner

خواهد شد.

دیگر این‌که درک نسبت‌های طولی پاره‌خط، قضایای تالس و یا روابط طولی در مثلث از جمله قضیه‌ی فیثاغورث در یک مثلث قائم‌الزاویه و سیر قضایای هندسه اقلیدسی و فهم اثبات آن‌ها نیازمند آمادگی‌های ذهنی و توسعه‌ی برخی مفاهیم نزد دانش‌آموزان می‌باشد. به مثال زیر توجه نمایید.

قضیه (قضیه‌ی فیثاغورس): در هر مثلث قائم‌الزاویه، مربع اندازه‌ی وتر برابر است با مجموع مربّعات اندازه‌های دو ضلع دیگر.

برای قضیه‌ی معروف فوق با توجه به نوع آمادگی ریاضی دانش‌آموزان می‌توان به یکی از شیوه‌های زیر عمل کرد:



۱- روش تحلیلی معمول در هندسه‌ی اقلیدسی

اثبات به این روش نیازمند فراگیری قضیه‌ی دیگری می‌باشد که عبارت است از «در هر مثلث قائم‌الزاویه، مربع اندازه‌ی هر ضلع زاویه‌ی قائمه برابر است با حاصل ضرب اندازه‌ی وتر در اندازه‌ی تصویر آن ضلع بر وتر». یعنی با توجه به شکل بالا داریم:

$$AB^{2}= BC.BH$$

$$AC^{2}= BC.CH$$

برای اثبات این قضیه‌ی کمکی نیز فهم مفاهیمی چون تصویر قائم بر یک خط و تصویر یک پاره‌خط و استفاده از تشابه مثلث‌ها ضروری است. در حالیکه با شیوه‌های ملموس‌تر و بدون استفاده از قضیه‌ی کمکی بالا و مفاهیمی چون تشابه مثلث‌ها، بلکه با استفاده از برخی از اطلاعات معمولی فرد و چند عمل ساده‌ی جبری و بهره‌جویی از تصویر (مربع) می‌توان ساده‌تر به نتیجه‌ی موردنظر رسید. در واقع می‌توان ادعا کرد که در مقابل شیوه‌ی اثبات بالا که آمادگی‌ها و پیچیدگی‌های ذهنی و استدلالی بیشتری را می‌طلبد، روش زیر آمادگی‌های کمتری را از سوی شاگردان می‌طلبد و برای مقاطع پایین‌تر تحصیلی توصیه می‌شود.

۲- روش دوم

مربعی را به طول ضلع (a+b) رسم نمایید و نقاط متناظر را مطابق شکل به یکدیگر وصل

Scanned by CamScanner

کنید. اکنون چهار مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت با اضلاع a، b و c و مربعی با طول ضلع c پدید می‌آید. مساحت مربع اولی (مربع بزرگتر) هم‌نهشت را می‌توان بـه دو صـورت نوشـت. چـون طول ضلع این مربع a+b می‌باشد؛ پس:

$$S = (a+b)^۲ \qquad (۱)$$

$$S = S_۱ + S_۲ \qquad (۲)$$

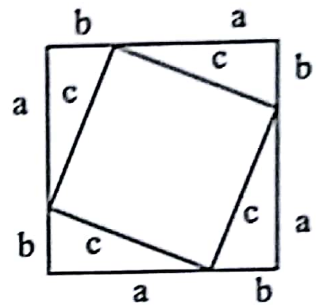
که $S_۱$ عبارت است از مجموع مساحت‌های چهار مثلث قائم‌الزاویه یعنـی $S_۱=۴(\frac{ab}{۲})$ و $S_۲=C^۲$ مساحت مربع به طول ضلع c می‌باشد. بنابراین از تساوی (۱) و (۲) داریم:

$$S = S_۱ + S_۲ = ۴\left(\frac{ab}{۲}\right) + C^۲$$

$$(a+b)^۲ = ۲ab + c^۲$$

$$a^۲ + ۲ab + b^۲ = ۲ab + c^۲$$

$$c^۲ = a^۲ + b^۲$$



این همان رابطه‌ی فیثاغورس است. می‌بینید که به آسـانی و بدون توسل به شیوه‌ها و اثبات‌های پیچیده‌تر ریاضی، تنها به کمک برخی از عملیات جبـری و دانسته‌های معمولی فرد و کمک از تفکر تصویری او می‌توان به نتایج مطلوب رسید. هـر چنـد که در این‌جا این موضوع که چرا چهارضلعی c خود یـک مربـع اسـت، احتمـالاً بـرای برخـی دشوار می‌باشد.

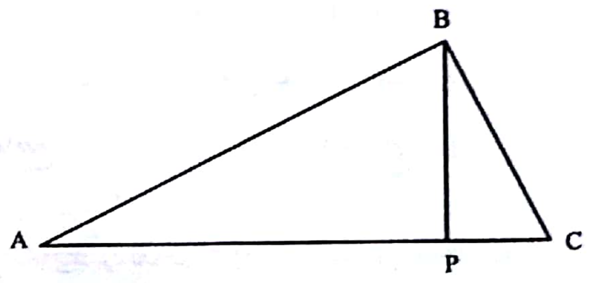
به هر حال اثبات را به ملایمت و آرامی ارائه دهید و از ذکر نکات غیرضروری خـودداری کنید تا دانش‌آموزان با آمادگی‌های کمتر ریاضی نیز از آن بهره جویند.

تمرین زیر نیز نمونه‌ای است که در آن برای اثبات احکام خواسته شـده مـی‌تـوان تنهـا از قضیه‌ی فیثاغورس استفاده کرد و هیچ اشاره‌ای به بحث نسبت‌ها و تشابه در مثلث نکرد.

✍ **تمرین:** مثلث ABC در رأس B قائمه است. از B، پاره‌خط BP را بـر AC عمـود مـی‌کنـیم، ثابت کنید:

$$PB^۲ = AP.PC$$

$$AB^۲ = AP.AC$$



Scanned by CamScanner

فصل چهارم
حالت‌های عاطفی هیجانی و آموزش ریاضیّات

«من فقط یک بار در زندگی از ترس فلج شدم. این حالت در جلسه‌ی امتحان ریاضی در سال اوّل دانشگاه برایم پیش آمد. امتحانی که برای آن درس نخوانده بودم. هنوز اتاقی را که در آن صبح بهاری، در حالتی به آن وارد شدم که احساس بدی روی قلبم سنگینی می‌کرد به خاطر دارم. امّا آن روز صبح از پشت پنجره چیزی نظرم را جلب نکرد و اصلاً سالن را ندیدم. وقتی جلد آبی دفترچه‌ی امتحانی خود را کنار زدم، صدای ضربان قلبم را در گوشم می‌شنیدم، در گودی زیر جناق سینه‌ام اضطراب را احساس می‌کردم. یک‌بار به سرعت به سؤالات امتحانی نگاه کردم، جای امیدواری نبود. به مدّت یک ساعت به همان صفحه خیره نگاه کردم. ذهنم اطراف پیامدهایی که باید متحمل می‌شدم دور می‌زد. افکاری مشابه زنجیره‌ای از ترس‌ولرز، بارها و بارها در سرم تکرار می‌شدند. چیزی که درباره‌ی آن لحظات هراسناک بیش از حد برایم تکان‌دهنده است، این است که ذهنم چه اندازه منقبض شده بود! در آن یک ساعت حتّی سعی نکردم پاسخ‌هایی مشابه سر هم کنم. خواب نمی‌دیدم، صرفاً با وحشت سر جای خود نشسته بودم، منتظر بودم آن آزمون سخت به پایان برسد».

مطلبی را که درباره‌ی شرکت در امتحان ریاضی و ترس و اضطراب ناشی از آن را خواندید، خاطره‌ای واقعی مربوط به دانیل گلمن روانشناس معروف است که به نقل از کتاب هوش هیجانی وی (۱۹۹۵) در اینجا آمده است. گلمن از این اتّفاق نتیجه می‌گیرد که آن آزمون سخت، احتمالاً تأکیدی بر توان مغز هیجانی برای غلبه بر نیروی مغز متفکّر تا حدّ فلج کردن آن بوده است.

این‌که ناراحتی‌های عاطفی هیجانی بر زندگی عقلانی و عملکرد تحصیلی شاگردان اثر می‌گذارند، امروزه موضوع نسبتاً آشکاری است. دانش‌آموزان نگران، مضطرب و یا افسرده اطلاعات را به گونه‌ای مؤثر دریافت نمی‌کنند و یا نمی‌توانند به خوبی با آن‌ها کنار آیند. واقعیت این است که احساسات و هیجانات منفی نیرومند، توجّه شاگرد (فرد) را به سوی کشمکش‌های ذهنی مرتبط با خود منحرف می‌سازد و مانع از آن می‌شود که یادگیری معنادار و مؤثّر برای او اتّفاق افتد!

در این فصل بر آنیم تا چگونگی اثربخشی حالت‌های عاطفی و هیجانی را که از مؤلّفه‌های پدیدآورنده‌ی شخصیت فرد است، بر رفتار ریاضی او مورد بررسی قرار دهیم. متأسفانه به‌رغم جدّی بودن تأثیر عامل‌های روانی و هیجانی بر عملکرد علمی افراد، به‌ویژه در علوم پایه از جمله ریاضیّات، کار در خور توجّهی در این مورد به زبان فارسی موجود نیست. به عنوان یک مربی آگاه ریاضی و یا پدر و مادری هوشیار علاقه‌مندیم تا عامل‌هایی (اعم از درونی و بیرونی) را بشناسیم و کنترل کنیم که می‌توانند زمینه‌های پیشرفت یا بازدارندگی شاگردان‌مان را در میدان فعالیت‌های ریاضی فراهم آورند. شاید تا کنون متوجه تغییر حالت‌های روانی و برانگیختگی‌های آشکار و نمایان فرزندان‌مان در مقابله با وضعیت‌های مختلف آموزش و یادگیری ریاضیّات شده باشیم. این امر همه، به ویژه پژوهشگران آموزش ریاضی را مصمم‌تر می‌سازد تا تأثیرهای هیجانی و برانگیختگی‌های روانی را بر رفتار ریاضی یادگیرنده‌ها خواه دانش‌آموز یا دانشجو بشناسیم و در مورد کنترل علمی و عملی آن اقدام نماییم. هیجان‌ها به مثابه‌ی یک عامل درونی و مؤثر در ساختار شخصیتی هر فرد موضوع سخن است و توجه داریم که جداسازی مقوله‌ی شناخت از فرایندهای عاطفی موجب ایجاد خلط در انعکاس دقیق تجربه انسانی می‌باشد (اسکمپ، ۱۹۸۹).

اصولاً هیجان چیست؟ خوب است یا بد؟ هیجان را می‌توان بی‌قراری فکر، احساس و یا حالت تحریک‌شده‌ی عقلانی دانست که مانند بسیاری از مؤلفه‌های مربوط به طبیعت انسان و فعالیت‌های وی تنها در جریان رشد شخصیت و تفکر او شناخته می‌شود.

هیجانات ممکن است مزاحم جریان طبیعی تفکر و رشد آدمی شوند. در این صورت باید اثر بخشی آن‌ها را بر عملکرد فرد دقیقاً کنترل کرد و کاهش داد؛ به‌طوری‌که به عاملی سودمند در خدمت پویایی اندیشه و شخصیت آدمی درآیند. روان‌شناسان هیجانات مربوط به کارآمدی و کفایت افراد را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنند (اسکمپ، ۱۹۸۹).

Scanned by CamScanner

الف- فشار روانی؛

ب- اضطراب؛

ج- ناکامی؛

د- ایمنی بی‌هراسی؛

هـ- اطمینان

از میان موارد فوق، اضطراب و فشار روانی جایگاه ویژه‌ای را در آموزش و یادگیری ریاضیّات مدرسه‌ای و حتّی دانشگاهی به خود اختصاص داده‌اند. در واقع، عالم ریاضیّات نیز از این مشخّصه‌ی عمده‌ی قرن یعنی اضطراب بی‌نصیب نمانده است، بلکه به دلیل ویژگی‌های خاص و طبیعی این شاخه از دانش و معرفت بشری، آسیب‌پذیری دانش‌آموزان را بیش از سایر شاخه‌هی علوم محتمل می‌سازد. اینک قبل از پرداختن به اضطراب ریاضی، مناسب است که ابتدا تصویری روشن از مقوله‌ی اضطراب داشته باشیم.

اضطراب چیست؟

اضطراب واژه‌ای است که با معانی گوناگون در قسمت‌های زیادی از روانشناسی به کار گرفته می‌شود. به‌طور کلی اضطراب بیانگر حالت هیجانی نامطلوبی است که نتیجه و محصول فشار و کشمکش‌های روانی افراد می‌باشد و مشخصه‌ی بارز آن ترس و بیم از وقوع حوادث آینده است. چنانچه این ترس و تشویش، مبهم و پراکنده بوده و وابسته به چیز معینی نباشد و یا به صورت افراطی درآید آن را اضطراب نوروتیک[1] گویند (استات[2]، ۱۹۹۰). چنانچه در وضعیتی قرار گیریم که در مقابله و رویارویی با مشکلات و خطرهای احتمالی از به‌کارگیری توانایی‌های خود نامطمئن باشیم، فردی مضطرب‌شناخته می‌شویم. مانند رانندگی روی زمین برفی و یخی یا شرکت در امتحان‌های ریاضی و... اصولاً تمایل به انتظار ناخوشایند از نتیجه‌ی کارها یکی از ویژگی‌های افراد مضطرب است (اضطراب انتظاری). از سوی دیگر، بنابر پژوهش‌های انجام شده، اضطراب و افسردگی به نحوی به یکدیگر مربوطند؛ به طوری که افراد افسرده غالباً مضطرب هستند (الیس و هانت[3]، ۱۹۹۳). نکته‌ی قابل توجه اینست که بسیارند کسانی که به نحوی دچار اضطراب و عوارض ناشی از آن هستند؛ در حالی که شناخت درستی از وضعیت روانی خویش ندارند و طبعاً درصدد بهبود آن برنمی‌آیند.

1. neurotic anxiety
2. Statt
3. Elli...

اکنون آماده‌ایم تا با طرح پرسش‌ها و عناوینی به بحث اصلی خود یعنی فشار روانی و اضطراب در آموزش و یادگیری ریاضیّات بپردازیم.

۱- اضطراب ریاضی چیست؟

۲- وجود فشار روانی و اضطراب ریاضی و تأثیرهای آن بر رفتار ریاضی فراگیران تا چه اندازه‌ای واقعی و پذیرفتنی است؟

۳- چگونه ممکن است دانش ریاضی، معلمان و والدین، دانش‌آموزان و دانشجویان را در معرض ابتلای به پدیده‌ی اضطراب ریاضی قرار دهند؟

٤- اضطراب ریاضی و تأثیر آن بر فرایندهای شناختی و پردازش اطلاعات، سبک‌های یادگیری و پیشرفت ریاضی چگونه است؟

٥- اضطراب ریاضی و اطمینان ریاضی چگونه با یکدیگر مرتبطند؟

٦- اضطراب ریاضی و شیوه‌های آموزشی در ریاضیّات؛

۷- اضطراب ریاضی و جنسیت؛

۸- آزمون‌های اندازه‌گیری اضطراب ریاضی؛

۹- شیوه‌های علمی کنترل و کاهش اضطراب ریاضی به منظور بهره‌وری بیشتر و رشد رفتار ریاضی

اضطراب ریاضی چیست؟

اضطراب ریاضی وضعیتی روانی است که به هنگام رویارویی با محتوی ریاضی، موقعیت‌های یاددهی- یادگیری، حل مسأله و امتحان در افراد پدید می‌آید. این وضعیت معمولاً توأم با نگرانی زیاد، اختلال و نابسامانی فکری، افکار تحمیلی و تنش روانی می‌باشد.

اضطراب ریاضی و تأثیر آن بر رفتار ریاضی یادگیرنده‌ها تا چه اندازه‌ای واقعی و پذیرفتنی است؟

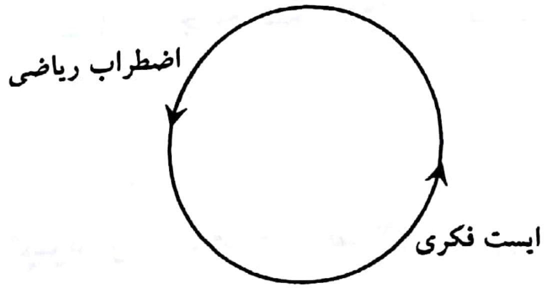
اضطراب به‌طور کلی و اضطراب ریاضی به‌طور خاص می‌تواند میزان حواس‌پرتی و افکار نامربوط و مزاحم را در افراد افزایش دهد و با ایجاد اختلال در ساختارهای ذهنی و فرایندهای پردازش اطلاعات، موجب تحریف ادراکات افراد از روابط و مفاهیم ریاضی شوند.

تحقیقات انجام شده پیرامون اضطراب و عملکرد افراد گواه نیرومندی بر این واقعیت است که اضطراب، افسردگی و به‌طور کلی فشارهای روانی موجب کاهش رفتار مفید و مؤثر اشخاص در مقابله با موقعیت های گوناگون می‌شود؛ به ویژه هنگامی که تکالیف خواسته شده

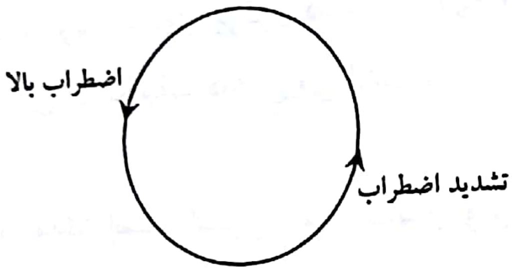
Scanned by CamScanner

دارای گام های فکری بیشتری باشند (دارک[1]، ۱۹۸۸).

باکستون[2] (۱۹۸۱)، براساس پژوهش‌های خود وجود اضطراب بالا در کلاس درس ریاضی را پدیده‌ای خطرناک و بسیار مهم با تأثیرات درازمدّت می‌داند و بحث می‌کند که چگونه هیجان‌های قوی (از جمله اضطراب ریاضی) می‌توانند موجب ایست توانایی تفکر و استدلال و نقصان در عملکرد مفید فرد شوند و او را در یک دور با طل گرفتار سازند. شکل‌های ٤-١ و ٤-٢، دورهای باطلی هستند که شخص مضطرب در آن‌ها گرفتار می‌شود.



شکل ٤-١- اختلال و ایست فکری



شکل ٤-٢- نقصان در عملکرد مفید

کوتاه سخن این‌که دانش‌آموزان در انجام فعالیت‌های ریاضی دچار اضطراب شده، در نتیجه نمی‌توانند درست بیاندیشند و دانسته‌های خود را سازمان بدهند. از این‌رو، غالباً کار و تلاش بیشتری می‌کنند؛ اما این تلاش‌ها یادگیری معنادار مفاهیم ریاضی را برای آنان به همراه ندارد. بنابراین، دچار ناامیدی و افسردگی می‌شوند، بیم و نگرانی از عدم موفقیت در امتحان میزان اضطراب ریاضی شاگردان را به گونه‌ای چشم‌گیر افزایش می‌دهد و آنگاه دورهای باطلی مانند شکل‌های ٤-١ و ٤-٢، هم‌زمان و هماهنگ اتفاق خواهند افتاد. به قول سانتراک (۲۰۰۳)، اضطراب نیروی عقلانی را تحلیل می‌برد و موجب می‌شود که هر نوع عملکرد تحصیلی فرد مختل گردد.

لئون[3] (۱۹۹۲)، اضطراب ریاضی را عاملی می‌داند که موجب اجتناب ریاضی[4] می‌شود و معتقد است که میزان اضطراب ریاضی، ارتباطی معکوس با زمینه‌ی دانش ریاضی فرد و پیشرفت ریاضی او دارد؛ در حالی‌که ارتباط مستقیمی با اجتناب ریاضی، پرهیز از انجام فعالیت‌های ریاضی خواهد داشت. به علاوه، او خاطرنشان می‌سازد که لزوماً موفقیت در یک درس ریاضی موجب کاهش اضطراب ریاضی در فرد یادگیرنده نخواهد شد. از سوی دیگر، در

1. Darke
2. Buxton
3. Leon
4. Math Avoidance

Scanned by CamScanner

پژوهش‌هایی ارتباط میان اضطراب ریاضی و پیشرفت ریاضی نشان داده شده است؛ به گونه‌ای که پیشرفت بالا و مطلوب در ریاضیّات را مرتبط با اضطراب اندک محصلان دبیرستانی تا دانشگاهی دانسته‌اند (کلوت[1]، ۱۹۸٤؛ علم‌الهدایی، ۲۰۰۹). بنابراین میزان سطح اضطراب ریاضی در افراد می‌تواند به عنوان عامل پیش‌بینی‌کننده در پیشرفت ریاضی آنان بشمار آید. اصولاً فرد افسرده و مضطرب کم‌انگیزه است و برای انجام تکلیف‌های پیچیده‌تر ریاضی که نیازمند گام‌های فکری بیشتری می‌باشد، از قابلیت‌های کمتری برخوردار است؛ زیرا براساس قانون پذیرفته شده‌ی یرکز- دادسون[2]، درجه‌ی انگیزش برای انجام یک تکلیف با میزان پیچیدگی آن تکلیف کاهش می‌یابد.

چگونه ممکن است دانش ریاضی، معلمان و والدین، فراگیران را در معرض ابتلای به بیماری اضطراب ریاضی قرار دهند؟

برخی از پژوهشگران نوعی اضطراب معتدل را برای هر نوع فعالیتی از جمله داشتن رفتار ریاضی می‌پذیرند و معتقدند که افراد با اضطراب پایین در ارتباط با یادگیری به‌طور کلی دچار نوعی خونسردی و بی‌تفاوتی هستند؛ به‌طوریکه این اضطراب ملایم آنان هرگز موجبات پیشرفت‌شان را فراهم نخواهد آورد (کلوت، ۱۹۸٤). بدیهی است که اضطراب کنترل شده و معتدل لازمه‌ی پویایی حیات بشر و عاملی طبیعی برای نیل به هدف‌هاست. اما سخن درباره‌ی اضطراب بالا یا اضطراب مرضی است که مزاحم روند تفکر سالم و رشدیابنده در فرد می‌باشد و به صورت مانعی جدّی در برابر فعّالیّت‌های علمی او قرار می‌گیرد. ضرورتی ندارد که فراگیران دچار اضطراب و هیجان‌های روحی بشوند تا احساس تعهد و انگیزه در قبال بروز رفتار ریاضی مطلوب پیدا کنند. بر عکس، چون افراد در میزان ابتلای به اضطراب و فشارهای روانی متفاوتند (چنانچه اضطراب را جزئی اجتناب‌ناپذیر از یادگیری ریاضیّات بدانیم)، بدون تردید بسیاری از دانش‌آموزان دچار عجز و ناتوانی در عملکرد ریاضی خود خواهند شد.

از سوی دیگر، طبیعت دانش ریاضی و امکان تحقق یادگیری غیرمعنادار برای دانش‌آموزان، نگرش‌های غیرعلمی به تعلیم و تربیت در ریاضیّات و اعمال فشارهای ناسازگار با ظرفیّت‌های عقلانی فراگیران، عدم توجّه به تفاوت‌های فردی و سبک‌های یادگیری دانش‌آموزان و مشارکت‌های مؤثر آنان در کار، کمبود اقتدار علمی و اخلاقی و شخصیّتی معلّمان در ایجاد

Scanned by CamScanner

روابط متعادل و اعتماد متقابل در کلاس ریاضی، هراس‌های ناشی از عدم توفیق در امتحان و انتظارهای نابجای والدین از فرزندان، از جمله عامل‌هایی هستند که می‌توانند موجبات بروز پدیده‌ی اضطراب ریاضی را در افراد فراهم آورند و احساس رضایت‌بخشی از فعالیت‌های ریاضی را به نگرش منفی و طبعاً نفرت تبدیل نمایند.

از سوی دیگر، نقش معلّم در ایجاد اضطراب ریاضی در شاگردان نیز قابل تأمّل است. تیشلر[1] (۱۹۸۰) متوجّه شد که معلّمان دارای اضطراب ریاضی، از آموزش مفاهیم تمایل دارند که به آموزش مهارت‌ها بپردازند و استراتژی‌های حلّ مسأله و کارهای گروهی را کمتر به‌کار می‌برند. ترایس[2] (۱۹۸۷) نیز به این نتیجه رسید که این معلّمان تمایل کمتری به اختصاص زمان کلاس به درس ریاضی دارند. بنابراین به نظر می‌رسد در صورتی که معلّمان خود دچار اضطراب ریاضی باشند، این اضطراب می‌تواند به شاگردان نیز منتقل گردد و آنان را با مشکلاتی در عرصه‌ی یاددهی- یادگیری ریاضیّات مواجه سازد. از سوی دیگر چگونگی برخورد معلّمان ریاضی با اشتباهات و پنداشت‌های غلط شاگردان نیز می‌تواند در کاهش یا تشدید اضطراب ریاضی آنان مؤثّر افتد. بارنز[3] (۱۹۸٤)، بر این باورست که طرز برخورد مثبت و واقع‌بینانه‌ی معلّم با اختلالات یادگیری شاگردان یکی از گام‌های اساسی در کاهش و کنترل اضطراب ریاضی آنان در کلاس درس است.

شاگردان باید دریابند که اشتباهات بخش مهم و اساسی از فرایند یادگیری است و به آنان کمک می‌کند تا آن‌چه را نفهیمده‌اند و آن‌چه را که برای پیشرفت ریاضی خود نیاز دارند، دریابند مطالعه‌ای که توسط جکسون و لفینگول[4] (۱۹۹۵) در مقاطع تحصیلی (ابتدایی، دبیرستان و دانشگاه) انجام شد، بر نقش مهم معلّمان در ایجاد اضطراب ریاضی تأکید داشت.

اضطراب ریاضی اغلب می‌تواند ریشه در تجربه‌های منفی کلاسی و آموزشی گذشته داشته باشد (نیوستد[5]، ۱۹۹۸). به‌عنوان مثال، دانش‌آموزی که تجربه‌های ناخوشایندی از کار ریاضی در دوره‌ی راهنمایی داشته باشد، این تجربه‌ها را به مقطع بعدی یعنی دبیرستان منتقل می‌کند که این خود مانع یادگیری‌های مطلوب و معنادار بعدی او می‌شود. برعکس انتقال تجربه‌های مثبت موجب افزایش انگیزش و خودکارامدی‌های بعدی او خواهد گردید.

1. Tishler
2. Trice
3. Barnes

Scanned by CamScanner

کورنو[1] (۱۹۹۱) با طرح ایده‌ی "مانع را بشناسیم"، معتقد است مطالعه‌ی موانع موجب می‌شود که مشکلات دانشجویان را در فرایند یادگیری بهتر بشناسیم و طبعاً راهبردهای آموزشی لازم را بیابیم. او مانع‌های شناختی زیر را به مثابه‌ی عامل‌هایی بازدارنده در فعالیت‌های ریاضی مطرح می‌کند:

۱- مانع‌های ژنتیکی و روان‌شناختی که در نتیجه‌ی رشدشناختی دانشجو و یا دانش‌آموز اتفاق می‌افتد.

۲- مانع‌های آموزشی[2] که در نتیجه‌ی شیوه‌های تدریس و شخصیت معلم و برنامه‌ها و کتاب‌های درسی رخ می‌دهد.

۳- مانع‌های معرفت‌شناسی[3] که درنتیجه‌ی طبیعت مفاهیم و مقوله‌های ریاضی اتفاق می‌افتد.

بدیهی است که شناخت عامل‌های سه‌گانه‌ی فوق که جای شرح و بسط آن‌ها در این مختصر نمی‌گنجد، توسط معلّمان و برنامه‌ریزان ریاضی و یافتن راه‌های غلبه بر آن‌ها به میزان قابل ملاحظه‌ای می‌تواند کشمکش‌های شناختی و فکری یادگیرنده‌ها را که بعضاً در بروز اضطراب ریاضی آنان مؤثّر می‌افتد، بکاهد و بستر مناسبی را برای یادگیری معنادار مفاهیم و مهارت‌های ریاضی فراهم آورد.

اضطراب ریاضی و تأثیر آن بر فرایندهای شناختی و پردازش اطلاعات، حافظه، سبک‌های شناختی و ساختمان‌های مفهومی

هر چند بحث در این عرصه نیازمند مجال و موقعیّت دیگری است که در آن نخست تعریف مناسبی از مقوله‌های مطرح شده ارائه دهیم و آنگاه تعامل اضطراب ریاضی را با آن‌ها مورد مطالعه قرار دهیم؛ ولی به دلیل اهمیت موضوع، بحثی کوتاه در این خصوص خواهیم داشت.

بر اساس پژوهش‌های انجام شده، حالت‌های هیجانی مانند فشارهای روانی، اضطراب و افسردگی می‌توانند نقش مهمی را در فرایندهای شناختی و حافظه ایفا نمایند (الیس[4]، ۱۹۹۳). ولز[5] (۱۹۹٤) معتقد است که در سطح شناختی، اضطراب در تقابل با نقش مؤثر حافظه قرار می‌گیرد. بدین ترتیب که بچه‌ها تلاش می‌کنند تا یک مفهوم ریاضی یا یک ایده‌ی کلیدی را در

حل معادلات درجه‌ی دوم و... به خاطر بسپارند. ولی هنگامی که آنان دچار اضطراب غیرمعمول ریاضی باشند، دیده می‌شود که آنان این یادگیری و به‌خاطرسپاری را به مراتب دشوارتر می‌یابند تا در حالت‌های عادی. در حقیقت دانش‌آموزان احتمالاً تحت فشار قرار می‌گیرند تا مطالب را بفهمند (یادگیری معنادار) یا یادگیری طوطی‌وار (غیرمعنادار) را دنبال کنند. در نتیجه افراد مضطرب با مانعی پیچیده‌تر که نتیجه‌ای از اضطراب ریاضی و یادگیری طوطی‌وار است، روبه‌رو خواهند بود. دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی بیشتر تحت فشار هستند که بفهمند تا به خاطر بسپارند (این هم امری درست است). امّا باید توجه داشت که فهم معنادار مفاهیم ریاضی به معنای رد و نفی به‌کارگیری حافظه و نقش مؤثر آن در چگونگی پردازش اطلاعات نمی‌باشد؛ بلکه فهیمدن، محصول تلاش مؤثر حافظه‌ی فعال و حافظه‌ی درازمدت در نظریه‌ی پردازش اطلاعات می‌باشد که دسترسی فرد را به دانسته‌هایش در شرایط و موقعیت‌های مختلف بهتر فراهم می‌آورد. ولی در هر حال «فهمیدن» جانشینی برای حافظه نیست. موضوع فراموشی و دسترسی به کدهای اطلاعاتی ذخیره شده در حافظه‌ی درازمدت نیز با نظریه‌ی IPT قابل تبیین است. به هرحال ممکن است زنجیره‌ای از ایده‌های به هم پیوسته‌ی ریاضی را بفهمیم و مهارت‌هایی را نیز بیاموزیم؛ ولی با گذشت زمان آن‌ها را از یاد ببریم. در این میان اضطراب ریاضی و شرایط دلهره‌آور کلاس و امتحان ریاضی طبعاً موجب اختلال نظم و انسجام فکری و مختل شدن فرایند پردازش اطلاعات و نقش مؤثر حافظه در دانش‌آموز شده، تا جایی که بعضاً بدیهیات و مسائل ابتدایی را نیز به خاطر نمی‌آورد.

هنگامی که هیجان، تمرکز و عملکرد تفکّر را مختل می‌سازد، ظرفیّت ذهنی که دانشمندان شناختی به آن حافظه‌ی فعّال یا حافظه‌ی کاری[1] می‌گویند، یعنی همان توانایی نگهداری تمام اطّلاعات مربوط به فعّالیّت جاری و تجزیه‌وتحلیل آن‌ها در ذهن دچار آسیب می‌شود[2].

به علاوه، به نظر می‌رسد که افراد با اضطراب ریاضی بالا کمتر قادرند تا از حافظه‌ی فعال خود که امکان پردازش ۲±۷ قطعه‌ی خبری و اطلاعاتی را در هر لحظه بر عهده دارد، به نحو مطلوبی بهره گیرند. در واقع افکار مزاحم و نامربوط ناشی از نگرانی‌ها و اضطراب به جای

1. Working Memory

۲. در نظریه‌ی پردازش اطّلاعات (IPT)، بخش فعّال و عملیّاتی حافظه‌ی کوتاه‌مدّت را حافظه‌ی فعّال یا کاری (X-Space) گویند. این بخش از ذهن در واقع حافظه‌ی در دسترس فرد می‌باشد که اطّلاعات جدید را از حافظه‌ی حسّی و اطّلاعات قبلی را از حافظه‌ی درازمدّت می‌گیرد؛ به‌طور موقّت ۳۰ ثانیه تا ۳۰ دقیقه نگهداری می‌نماید و به تجزیه‌وتحلیل آن‌ها می‌پردازد. حافظه‌ی فعّال دارای ظرفیّت محدودی است و نقش زیادی در یاددهی- یادگیری علوم و ریاضیّات و حلّ مسأله ایفا می‌کند.

Scanned by CamScanner

اندیشه‌های سازمان‌یافته و مربوط، بخش مهمی از ظرفیت عقلانی و توانایی پردازش اطلاعات آنان را تحت تأثیر قرار می‌دهند و موجبات نقصان بازدهی و ضعف عملکرد علمی‌شان را فراهم می‌آورند. بنا بر یافته‌های جدید پژوهشی، دانش‌آموزانی که ظرفیّت حافظه‌ی فعّال بالایی دارند، در مقایسه با کسانی که دارای حافظه‌ی فعّالِ پایین می‌باشند، در حلّ مسائل کلامی ریاضی به گونه‌ای معنادار عملکرد بسیار مطلوب‌تری از خود نشان داده‌اند (علم‌الهدایی، ۲۰۰۹).

در مورد ارتباط میان سبک‌های شناختی و اضطراب، هر چند کار چندانی انجام نشده است، هد فیلد[1] (۱۹۸٦) و علم‌الهدایی (۲۰۰۹) معتقدند که اضطراب بالاتر در میان افراد میدان بسته[2] بیشتر اتفاق می‌افتد تا در میان گروه‌هایی با سبک‌شناختی میدان نابسته[3]. در عین حال مطالعات زیادی لازم است تا بررسی شود که چگونه اضطراب ریاضی در تعامل با سبک‌های شناختی افراد و نیز فرایندهای پردازش اطلاعات علمی و استفاده از ظرفیت‌های عقلانی آنان قرار می‌گیرد.

اضطراب ریاضی و اطمینان ریاضی

در پژوهش‌های بسیاری نشان داده شده است که ارتباط معناداری بین اعتماد به توانایی یادگیری ریاضی (اطمینان ریاضی) با پیشرفت در ریاضیّات وجود دارد (ولز، ۱۹۹٤)؛ به‌طوریکه افراد با اطمینان ریاضی بیشتر در رفتار ریاضی خود وضعیّت مطلوب‌تری داشته‌اند. همچنین فنما و شرمن[4] (۱۹۷٦) نشان داده‌اند که اضطراب ریاضی ارتباطی نیرومند، ولی منفی با اطمینان ریاضی دارد. برخی از جمله برتون و راسل دریافته‌اند که فقدان یا تردید در توانایی کافی در ریاضیّات برای انجام فعالیت‌های ریاضی و کمبود عزّت نفس ریاضی موجب تقویت اضطراب

1. Hadfield
2. field dependent
3. field independent

افراد با سبک شناختی میدان نابسته (Field-independent) کسانی هستند که آسان‌تر می‌توانند ساختار یک محیط سازمان‌یافته یا میدان محرّک را در هم بریزد و بر آن ساختاری جدید بنا نهند. این قبیل شاگردان کمتر تحت نفوذ عوامل محیطی قرار می گیرند و راحت‌تر می‌توانند مثلاً در یک موفقیّت یاددهی- یادگیری و حلّ مسأله اقدام نمایند و عناصر مرتبط و مزاحم را از یکدیگر جدا کنند. به استدلال، تجزیه‌وتحلیل و مفاهیم مجرّد نیز علاقه‌مندتر هستند. بر عکس، افراد میدان بسته (Field-dependent)، ساختار یک محیط را آن‌گونه که هست، می‌پذیرند؛ به مسائل نگاه کلّی دارند و در جداسازی عوامل مرتبط و نامرتبط در یک فعّالیّت، دچار مشکل هستند. تحقیقات فراوان تا کنون نشان داده‌اند که افراد میدان نابسته در مقایسه با میدان بسته‌ها عملکرد مطلوب‌تری در فعّالیّت‌های ریاضی و حلّ مسأله از خود نشان داده‌اند، از جمله تحقیقات فراوان خود نگارنده.

Scanned by CamScanner

ریاضی خواهند شد. بنابراین احساس فقدان یا تردید در توانایی‌های فرد نسبت به انجام فعالیت‌های مناسب ریاضی در موقعیت‌های مختلف، او را در معرض بروز تقویت اضطراب ریاضی قرار می‌دهد و نوعی نگرش منفی نیز به‌طور کلی نسبت به ریاضیّات در او به‌وجود خواهد آورد.

گاه مشاهده می‌شود که حتی دانشجویان نسبتاً خوب ریاضی در دانشگاه به‌دلیل فقدان احساس اطمینان ریاضی مناسب با اندک تغییری در شرایط، دچار هراس و اضطراب می‌شوند. دانشجویی از این گروه در مراجعه به نگارنده اظهار می‌داشت حتّی تأخیر در شروع به موقع جلسه‌ی امتحان ریاضی او را دچار اضطراب می‌کند و یا دانشجوی نسبتاً مستعد دیگری از گروه ریاضی تقاضا داشت که به‌جای شرکت در جلسه‌ی رسمی و اضطراب‌آور امتحان‌های ریاضی، استاد از او به‌طور جداگانه و با زمانی که خود دانشجو در طول ترم تعیین می‌کند امتحان بگیرد. این مورد و ده‌ها نمونه‌ی دیگر در میان فراگیران ریاضی گویای این واقعیت است که چگونه نهادینه شدن تردید در قابلیت‌های ریاضی با ابتلای فرد به اضطراب ریاضی، رفتار ریاضی او را دچار مشکلات جدی می‌سازد.

اضطراب ریاضی و شیوه‌های آموزشی

به‌کارگیری شیوه‌ی آموزشی مناسب به گونه‌ای مؤثر می‌تواند در شکل‌دهی رفتار ریاضی فراگیران عمل کند و از آن‌جایی که رفتار ریاضی مثبت محصول تعامل و تقابل مؤثر عامل‌های برونی و درونی‌اند، بنابراین شیوه‌ی آموزشی مفاهیم و مهارت‌های ریاضی بدون توجّه به عامل‌های درونی به ویژه تفاوت‌های فردی فراگیران امری غیرعلمی است و طبعاً بهره‌وری مطلوب را در یادگیری ریاضیّات به همراه نخواهد داشت. در این میان آگاهی و بینش لازم معلّمان و مربّیان ریاضی نسبت به حالت‌های هیجانی و روحی شاگردان‌شان در خور اهمیت است تا با انتخاب روش مناسب آموزشی و فعالیت‌های کلاسی شایسته، زمینه‌ی مشارکت بیشتر و مطلوب‌تر مخاطبان خود را فراهم آورند. پس بدون تردید، اقتدار علمی معلّمان و شیوه‌ی آموزشی آنان در تدریس و هدایت فعالیت‌های ریاضی می‌تواند موجب تشدید اضطراب ریاضی در افراد و یا تنش‌زدایی آن بشود.

کلوت (۱۹۸٤) در پژوهشی پی برد که تعامل و ارتباط معناداری ($p<0.1$) بین میزان اضطراب ریاضی و اتخاذ شیوه‌ی آموزشی وجود دارد؛ به‌طوری‌که دانشجویان با سطح اضطراب بالای ریاضی از شیوه‌ی توصیفی در تدریس ریاضی سود بیشتری می‌برند. در حالی‌که شاگردان

با اضطراب ریاضی کمتر، شیوه‌ی اکتشافی و حل مسأله را مفیدتر می‌دانند. در واقع افراد مضطرب، نیازمند آرامش بیشتر و تکیه بر مباحث خوب سازمان‌یافته و با طراحی شفاف‌تر برای یادگیری ریاضی هستند. از این رو، نگرش توصیفی به ریاضیّات با ساختارهای روشن در محیطی بانشاط و آرام طبعاً برانگیختگی‌های نامتعادل روانی و عاطفی آنان را نه تنها موجب نمی‌شود، بلکه کنترل هم خواهد کرد. بر عکس، همان طوری که قبلاً بحث شد، غالب شاگردان با اضطراب اندک با برخورداری از اطمینان ریاضی بالاتر تمایل زیادتری به مناقشه‌های علمی و بحث‌وجدل با معلّمان خود دارند؛ در حالی‌که فاقدین اطمینان ریاضی از درگیر شدن با چنین کشمکش‌هایی که طبعاً اضطراب‌زا هستند بیزارند (ریزه[1]، ۱۹۸۰). بنابراین منطقی به نظر می‌رسد که شیوه‌های آموزش اکتشافی (که موجب ایجاد بسط شرایط محیطی دلهره‌آور می‌شوند)، برای شاگردانی مناسب‌تر باشد که از اطمینان ریاضی بالاتر و در نتیجه اضطراب ریاضی کمتری برخوردارند. ضمناً تشکیل گروه‌های کوچک کاری برای انجام فعالیت‌های ریاضی در میان فراگیران میدان بحث و اظهارنظر را در بین آنان می‌گشاید و با هدایت آگاهانه‌ی معلم می‌تواند فرصت خوبی را برای یادگیری‌های مشارکتی در میان همشاگردان ایجاد کند و موجب رشد طرحواره‌های مفهومی و آمادگی‌های ذهنی افراد شود و در نتیجه بسط دانش ریاضی فراگیران را فراهم آورد. بدین ترتیب در محیطی نسبتاً بی‌دغدغه شاید خوداتکایی و اطمینان ریاضی دانش‌آموزان افزایش یابد و در گروه‌ی متجانس افراد با اضطراب ریاضی بالاتر نیز باور کنند که توانایی و قابلیت نسبی فهم مفاهیم ریاضی و کار ریاضی را دارند.

به علاوه گرین وود[2] (۱۹۸٤)، معتقد است که روش‌های یاددهی به‌کار رفته در انتقال مهارت‌های اساسی ریاضی از جمله دلایل اصلی پیدایش اضطراب ریاضی در شاگردان است. او بر این باور است که الگوی آموزشی، توضیح، تمرین و به خاطر سپردن فرمول‌ها و قاعده‌ها از منابع مهم اضطراب ریاضی در فراگیران می‌باشد و آنان را به سوی یادگیری غیرمعنادار و حافظه‌ای سوق می‌دهد. تجارب یادگیرنده‌ها از تحقیر و تنبیه در کلاس را نیز می‌توان از جمله عوامل بروز اضطراب ریاضی در آنان به شمار آورد. ارائه‌ی مطالب درسی، حلّ مسأله و پاسخ به سؤالات در حضور معلم و همکلاسی‌ها نیز ممکن است منبع بروز اضطراب ریاضی در شاگردان باشد (نیوستد، ۱۹۹۸). منبع مهم دیگر اضطراب ریاضی، مسائل کلامی هستند (توبیاز،

1. Reyes

۱۹۷۸؛ علم‌الهدایی، ۲۰۰۹).

شاگردان برای حلّ این‌گونه مسائل، نیازمند سطح بالاتری از تفکّر و استدلال ریاضی هستند و در انجام چنین تکالیفی با مشکل روبرو هستند. برخی پژوهش‌ها نشان می‌دهد که شاگردان دارای اضطراب ریاضی بالا در مقایسه با همکلاسی‌های خود که اضطراب ریاضی پایین‌تری را تجربه می‌کنند، عملکرد نامطلوب‌تری را در حلّ مسائل کلامی ریاضی دوران مدرسه دارند (علم‌الهدایی، ۲۰۰۹).

به هرحال دانش، تجربه و هنر معلمی اقتضا می‌کند که با توجه به قابلیت‌ها و وضعیت روانی کلاس، تلفیقی متعادل و متناسب از شیوه‌های آموزشی شامل روش توصیفی، اکتشافی، کار گروهی و انجام پروژه‌های کوچک علمی در حوصله‌ی درس، موجبات لذت‌بخشی رفتار ریاضی را فراهم آوریم. بدیهی است که لذت ناشی از مسرت‌بخش شدن کار ریاضی در کنترل و تخفیف اضطراب ریاضی به نحو قابل ملاحظه‌ای مؤثر خواهد افتاد.

اضطراب ریاضی و جنسیت

تفاوت و ویژگی‌های رفتار ریاضی با عنایب به موضوع جنسیت امری است مورد توجه و علاقه‌ی پژوهشگران آموزش ریاضی. واقعاً زن بودن چگونه ممکن است بر عملکرد افراد در دروس مختلف ریاضی مؤثر افتد؟ آیا اصولاً پسران به لحاظ طبیعی و فرصت‌های اجتماعی در انجام فعالیت‌های ریاضی بر دختران برتری دارند؟ آیا جنبه‌های مختلف بیولوژیکی، روان‌شناختی و حالت‌های مختلف هیجانی از جمله اضطراب و اطمینان ریاضی هیچگونه تفاوتی را میان رفتار ریاضی زنان و مردان نشان نمی‌دهد؟ در این مورد دستاوردها و مناقشات علمی فراوان است، اما در مورد اضطراب ریاضی می‌توان گفت که برخی از پژوهشگران از جمله براش[1] (۱۹۷۸) نشان دادند که به‌طور معناداری زنان نمره‌ی بالاتری را در آزمون اضطراب ریاضی موسوم به MARS[2] در مقایسه با مردان کسب می‌کنند. به علاوه، گزارش شده است که به‌طور میانگین نمره‌ی اضطراب کلی و اضطراب آمار و ریاضی زنان در مقایسه با همکلاسی‌های مرد خود در دانشگاه بالاتر است (بنسون[3]، ۱۹۸۷). در عین حال در پژوهش دیگری (لئون، ۱۹۹۲) دیده شد که میزان اضطراب ریاضی در دانشجویان و معلّمان ضمن خدمت علوم اجتماعی ارتباطی با جنسیت افراد ارتباطی نداشته است؛ بلکه باید عامل‌های

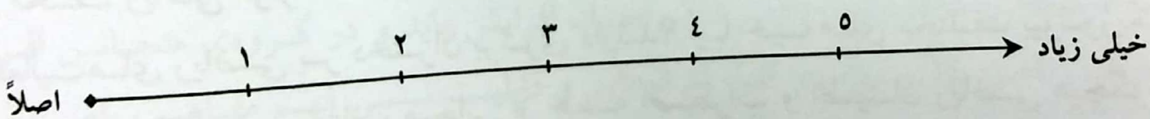
1. Brush
2. Mathematics Anxiety Rating Scale
3. Benson

دیگری را به منظور تبیین تفاوت عملکرد ریاضی میان زنان و مردان جستجو کرد.

در هر حال اگر بپذیریم که زنان به لحاظ ساختارهای شخصیتی و ویژگی‌های روانی و عاطفی بیشتر در معرض ابتلای به هیجان‌ها از جمله فشارهای روانی و اضطراب هستند، طبیعی است که ابتلای زودهنگام آنان را به اضطراب ریاضی و تردیدشان نسبت به اطمینان ریاضی را در مقایسه با مردان بپذیریم. هر چند که این امر نیازمند مطالعات بیشتری است تا ملاحظه شود که چگونه پیشرفت در ریاضیّات تحت تأثیر اضطراب ریاضی و جنسیت قرار می‌گیرد. بدیهی است که دستاوردهای ناشی از چنین پژوهش‌هایی نتیجه‌ی ارزشمندی را برای فراگیران، معلّمان و برنامه‌ریزان آموزشی در ریاضیّات فراهم خواهد آورد.

آزمون‌های اندازه‌گیری اضطراب ریاضی

چگونه می‌توان میزان اضطراب ریاضی را در افراد تعیین کرد تا از حدس و گمان‌های غیرعلمی جلوگیری شود؟ آزمون MARS [1]، ابزاری است برای سنجش سطح اضطراب ریاضی در فراگیران که سوئین [2] (۱۹۷۰) آن را طراحی و اجرا کرد. آزمون MARS شامل ۹۸ سؤال است که برانگیختگی‌های اضطراب‌آور افراد را در فعّالیّت‌های ریاضی اندازه می‌گیرد. در این آزمون، اضطراب اشخاص بر حسب میزان ابتلای آنان به پنج درجه تقسیم می‌شوند:



علاوه بر MARS، آزمون‌های تغییریافته‌ی دیگری بر اساس آن تحت عنوان RMARS توسط پژوهشگران دیگر از جمله فرگاسن [3] (۱۹۸۶) طراحی و اجرا شده است. آزمون فرگاسن شامل ۳۰ سؤال است که ۲۰ سؤال آن را از MARS اقتباس کرده و ۱۰ سؤال دیگر نیز به آن افزوده است. این ۱۰ سؤال به اعتقاد فرگاسن به گونه‌ای است که می‌تواند عامل دیگری را در اضطراب ریاضی فراگیران تحت عنوان اضطراب مفاهیم مجرّد [4] اندازه‌گیری کند. در واقع، به کمک این ۱۰ سؤال جدید می‌توان اضطراب ناشی از کار کردن و برخورد با مفاهیم مجرّد و نمادهای ریاضی در افراد را خصوصاً در مقاطع متوسطه مورد سنجش قرار داد. او با انجام

1. Mathematics Anxiety Rating Scale
2. Suinn

Scanned by CamScanner

پژوهش خود نشان داد که اضطراب مفاهیم مجرّد نیز عاملی است که باید در اندازه‌گیری اضطراب ریاضی شخص به حساب آید. مثلاً کار کردن با مجموعه‌ها، یا متغیرها (x، y و...) و پارامترها (a، n، m و...) به جای اعداد در مقاطع ابتدایی، راهنمایی و حتّی بالاتر یا نمادها و یا کار کردن با انتگرال‌های دوگانه یا چندگانه و... می‌توانند اضطراب‌آور باشند.

شیوه‌های علمی کنترل و کاهش اضطراب ریاضی به منظور بهره‌وری بیشتر و رشد رفتار ریاضی فراگیران

اکنون که تا حدودی با واقعیّت‌های مربوط به حالت‌های عاطفی و هیجانی و عمدتاً اضطراب ریاضی و تأثیرشان بر عملکرد ریاضی فراگیران آشناتر شده‌ایم، باید بکوشیم تا راهکارهای علمی مهار و کاهش آن‌ها را بشناسیم و به‌طور مؤثر به کار گیریم. بدیهی است که در این میان نقش سه گروه ۱- معلمان، ۲- دانش‌آموزان و دانشجویان و ۳- خانواده‌ها از منزلت ویژه‌ای برخوردار است. البتّه سهم و نقش هر یک از این گروه‌ها در این امر مهم در مقطع‌های گوناگون تحصیلی متفاوت است. مثلاً در ریاضیّات مدرسه‌ای، به ویژه سال‌های نخست فراگیری مفاهیم و مهارت‌های ریاضی، معلّمان و خانواده‌ها در مقایسه با دانش‌آموزان سهم عمده‌تری را در شناخت و کاهش حالت‌های هیجانی و تنش‌زا به عهده می‌گیرند؛ در حالی‌که در ریاضیّات دانشگاهی طبعاً خود دانشجو باید از اولویت و سهم بیشتری برخوردار باشد. در هر حال، همکاری‌های مؤثر و متقابل سه عنصر معلّم، فراگیر و خانواده در قالب یک نگرش نظام‌وار (سیستمیک) می‌تواند سازوکارهای لازم را برای حذف موقعیت‌های هراس‌آور و اضطراب‌زا در انجام فعالیّت‌های ریاضی فراهم آورد. توجّه به نکات زیر شاید بتواند گوشه‌ای از راهکارهای مهم در این خصوص را نشان دهد.

۱- شناخت پدیده‌های هیجانی و فشارهای روانی، به ویژه مقوله‌ی اضطراب، در عرصه‌ی فعّالیّت‌های ریاضی و تلاش برای مسلّط شدن بر این حالت‌ها با کمک راهکارهای علمی.

راسل در کتاب "امیدهای نو" می‌نویسد: «برخورد علمی با مصیبت دو حسن دارد: یکی این‌که باعث می‌شود شخص با میل و اراده‌ی خودش آن را بپذیرد؛ دیگر این‌که سبب خواهد شد عقل انسان در جستجوی وسایل تسکین آن برآید.» بنابراین برخورد علمی با پدیده‌ی اضطراب ریاضی از سوی همه‌ی گروه‌های ذینفع، به ویژه فراگیران، و این باور که امکان غلبه بر اضطراب ریاضی وجود دارد، نیمی از موفقیّت است.

Scanned by CamScanner

۲- توجه و برخورد علمی با تفاوت‌های فردی فراگیران در ابعاد گوناگون، به ویژه از سوی معلّمان و والدین (این تفاوت‌ها می‌تواند شامل سبک‌های مختلف شناختی یادگیری، ظرفیت حافظه‌ی فعّال، فرایندهای ذهنی و پردازش اطلاعات، دانش قبلی، ترجیح‌ها و انگیزش‌ها، جنبه‌های عاطفی و روانی، مؤلفه‌های فرهنگی- اقتصادی، خانوادگی و جنسیت و... باشد).

۳- تلاش برای ایجاد اعتماد متقابل میان معلّمان و فراگیران

نگارنده در نشست و گفت‌وگویی که با جمعی از دانشجویان ریاضی در یکی از دانشگاه‌ها داشت، ضرورت اعتماد متقابل میان معلّم و شاگرد، به ویژه در میان دختران دانشجو و در سال‌های اوّلیه‌ی ورود به دانشگاه را به عنوان عاملی در کاهش افسردگی‌ها و نگرانی‌های آنان یافت.

٤- تلاش برای ایجاد نگرش مثبت نسبت به ریاضیّات

تقویت اطمینان ریاضی در افراد، لذّت‌بخش کردن فعّالیّت‌های ریاضی و آشنا ساختن فراگیران با منافع و کاربردهای علوم ریاضی در جامعه و سایر علوم بشری. متأسفانه تلقین‌های اجتماعی در همه جا از جمله جامعه‌ی خودمان به گونه‌ای است که افراد حتّی از نخستین روزهای آغاز ریاضیّات مدرسه با نوعی هراس و وحشت‌زدگی مواجه هستند که این هراس طبعاً اضطراب‌آور است. بنابراین وحشت‌زدایی و مبارزه با پیش‌داوری‌های منفی و یأس‌آور نسبت به ریاضیّات همواره باید مورد عنایت آموزشگران ریاضی و والدین باشد. ایجاد جوّ ارعاب و وحشت نه تنها فراگیر را به تلاش‌های جدّی‌تر وادار نمی‌سازد، بلکه برانگیختگی نابهنجار حالت‌های روانی، آنان را دچار مشکلات جدّی و نفرت از کار ریاضی می‌کند که از این کار هیچ‌کس سود نخواهد برد. از سوی دیگر، تقویت باورهای دانش‌آموز نسبت به قابلیّت‌ها و ظرفیّت‌های‌اش و این‌که هر فردی با هوش و توانایی‌های متعارف قادر به انجام نسبی کار ریاضی است، در ایجاد نگرش مثبت نسبت به ریاضیّات و شادی‌آفرین ساختن کلاس درس ریاضی تأثیری جدّی دارد.

۵- شناخت دانش پیشین دانش‌آموز و رفع و ترمیم کمبودها و مشکلات علمی، به ویژه به هنگام وارد شدن در عناوین جدید ریاضی.

این عمل به نحو قابل ملاحظه‌ای موجب می‌شود که فهم و یادگیری معنادار مفاهیم و مهارت‌های ریاضی اتفاق افتد و از آموزش‌های غیرمعنادار و طوطی‌وار جلوگیری شود. به گفته‌ی اسکمپ (۱۹۸۹)، یادگیری معنادار و احساس رضایت ناشی از آن بهترین پاداش برای

Scanned by CamScanner

بچّه‌ها در فعّالیّت‌های ریاضی است. به باور آزوبل[1]، برای آموزش باید از محتوای دانش قبلی فرد آغاز کنیم، با این اعتقاد که واقعاً همه‌ی دانش‌آموزان ما یکسان نمی‌اندیشند و از دانش و تجربه‌ی گذشته‌ی یکسانی برخوردار نمی‌باشند (بک هاوس[2]، ۱۹۹۲).

۶- اصلاح شیوه‌های سنتی و متعارف سنجش رفتار ریاضی (امتحان)

شیوه‌ی کاغذ و قلمی و معمولی ما برای اندازه‌گیری دانش ریاضی دانش‌آموزان و دانشجویان، آن هم گاه با یک بار امتحان، شاید نه عادلانه باشد و نه علمی. بیم و هراس ناشی از شرکت و توفیق در امتحان‌های ریاضی همواره از آغاز ترم، ذهن و اندیشه‌ی فرد را به خود مشغول می‌کند و طبعاً بسیاری از دانش‌آموزان و دانشجویان در جهتی حرکت خواهند کرد که تنها موفقیّت آنان را در این امتحان‌های رسمی و خشک فراهم آورد.

انجمن ملی ریاضی معلّمان آمریکا (NCTM) در سال ۱۹۹۵ بولتنی را تحت عنوان "استانداردهای سنجش برای ریاضیّات مدرسه"[3] منتشر کرده است که مطالعه و توجّه به آن‌ها برای معلّمان ریاضی خالی از فایده نخواهد بود.

۷- اتّخاذ شیوه‌ی آموزشی مناسب که اجمالاً مورد بحث قرار گرفت.

۸- انتخاب آزاد دسته‌ای از مسائل و تکلیف‌های ریاضی برای درگیر شدن دانش‌آموزان و هدایت آنان برای انتخاب مسائلی که هم جذاب باشد و هم چالش‌انگیز

این کار برای دانش‌آموزان این فرصت را فراهم خواهد آورد که خود انتخاب کنند و مسؤلیت‌های انتخاب خویش را نیز به عهده گیرند. به این ترتیب که این انتخاب‌ها نهایی نمی‌باشند و آنان خود باید موجب رشد احساس قدرت و اطمینان ریاضی‌شان بشوند. واگذاری کارهای تحقیقاتی متناسب با توانایی‌های فراگیران و همسو با برنامه‌های درسی نیز از جایگاه بالایی در آموزش ریاضیّات برخوردار می‌باشد و افزایش مشارکت فعّال فراگیران را به همراه خواهد داشت و از نگرانی‌های آنان به ویژه در امتحان پایان‌ترم می‌کاهد.

۹- استفاده‌ی مناسب و بهینه از زمان در طول ترم و سال تحصیلی و اراده برای کار و تلاش بیشتر

عدم تنظیم درست اوقات درسی و انباشته شدن مطالب برای روزهای پایانی ترم و امتحان بدون تردید موجب افزایش نگرانی و اضطراب دانش‌آموزان و دانشجویان خواهد شد. متأسفانه

1. Ausubel
2. Backhou...

Scanned by CamScanner

حجم بالای کتاب‌های درسی ریاضی و غیرریاضی در نظام آموزشی جدید ایران و زمان ناکافی و متناسب با حجم مطالب در مقایسه با زمان نسبتاً فراخ نظام قبلی برای آموزش و یادگیری، هم معلّمان و هم فراگیران را دچار نوعی اضطراب کرده است که محصول کار طبعاً نقصان در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان را به همراه خواهد داشت.

۱۰- تحسین و قدرشناسی همواره یکی از مشخصه‌های فعالیت‌های هنری است، به‌طوری‌که همواره هنرمندان هر چند در ارائه‌ی تخیل‌ها و کارهای خود دچار نقصان و اشتباه باشند، باز هم از سوی جمعی مورد حمایت و تحسین قرار می‌گیرند؛ در حالی‌که معمولاً تلاش‌های دانشمندان و شاید فعّالیّت‌های خستگی‌ناپذیر ریاضی‌دانان کمتر مورد ستایش و تحسین عمومی واقع می‌شود. در واقع زیبایی و عظمت کار آنان معمولاً برای سایرین نامرئی و ناشناخته است. مطمئناً می‌توانیم به عنوان یک آموزشگر ریاضی با ارائه‌ی زیبایی‌های نامرئی کار برخی از ریاضی‌دانان و نیز کار خود فراگیر، آنان را به انگیزش برای تلاش بیشتر و تفکر بهتر وادار سازیم. بسیارند شاگردانی که در انجام تکالیف ریاضی خود از شیوه‌هایی ابتکاری و زیبا بهره می‌گیرند. مطمئناً مورد تحسین قرار دادن این شیوه‌ها و بیان زیبایی‌های آن‌ها موجب تقویت اطمینان ریاضی افراد شده و رضایت‌بخشی حاصل از این ارزش‌گذاری بهترین انگیزش برای کار و تلاش بی‌دغدغه و هراس‌آور خواهد بود. به علاوه دانش‌آموزان درس‌های ارزشمندی را از چگونگی کار و زندگی و تلاش ریاضی‌دانان حرفه‌ای خواهند آموخت. ریاضی‌دانان از این مزیّت انتخاب برخوردارند که چگونه و با چه کسانی کار کنند، درک این امر برای محصلان حائز اهمیت است که این اجازه را بیابند که خودشان کار کنند و یا با دوست و دوستانی همکاری‌های مفید علمی داشته باشند.

۱۱- اصلاح و رفع اشتباهات درسی و علمی دانش‌آموزان در کلاس درس با کمک خود آنان با طرح سؤال و جواب‌های مناسب و وادار نمودن آنان به نوشتن بیشتر

واگذاری مسئولیّت پیشرفت ریاضی‌خوان‌ها به خودشان، امری است که امروزه بیش از پیش فراگیران آموزش ریاضی بر آن واقفند. در این میان آگاهی درست شاگردان از اشتباهات و بدفهمی‌های علمی در موقعیّت‌های یادگیری و حلّ مسأله می‌تواند عامل تعیین‌کننده‌ای در احساس مسئولیت برای رشد عملکرد ریاضی آنان به حساب آید؛ ضمن این‌که به خوداتکایی، خودباوری و اطمینان ریاضی افراد نیز کمک سودمندی خواهد کرد. افزون بر آن، محترم بودن شاگرد در کلاس، و احساس ایمنی و امنیّت او را در میان هم‌کلاسی‌های وی به ارمغان می‌آورد که خود عامل‌هایی کارآمد برای اضطراب‌زدایی هستند.

Scanned by CamScanner

۱۲- انجام مصاحبه و مشاوره‌های علمی با شاگردانی که به نوعی در معرض ابتلای به اضطراب شدید ریاضی و عدم اطمینان ریاضی هستند.

شاید بتوان مدعی شد که معلّمان مجرّب و کارآمد بهترین کسانی هستند که می‌توانند مورد اعتماد دانش‌آموزان و دانشجویان قرار گیرند و با شناخت مشکلات هیجانی و روانی آنان، راهکارهای اجرایی غلبه بر این حالات را با کمک خود دانش‌آموزان و دانشجویان بیابند و در تنش‌زدایی درسی آنان مؤثر افتند.

مهّم‌تر از همه این‌که زمانی این توصیه‌ها و شیوه‌های علمی قطعاً کارآمد خواهد شد که توکّل بر خدا و اعتماد به نفس، تکیه‌گاه تلاش‌های همه‌ی معلّمان و فراگیران قرار گیرد و ارتباطی مطمئن، شفاف و ناگسستنی با حکیم دانای توانایی که سرچشمه‌ی همه‌ی روشنی‌ها و آگاهی‌ها از اوست، برقرار شود. خوشبختانه قلب‌های صاف و پاک نوجوانان و جوانان ما چنین آمادگی‌هایی را برای الهام از تفکر و اندیشه‌های ناب اسلامی دارند تا بر پایه‌ی این تکیه‌گاه استوار، اراده‌ی خلل‌ناپذیر علمی و ثبات روحی و شخصیّتی خود را بسازند و از امدادهای غیبی الهی همراه با تلاش‌های مؤثر خود بهره‌ی لازم ببرند که به فرموده‌ی قرآن کریم: «با یاد خدا دل‌ها آرام می‌گیرد»

Scanned by CamScanner

فصل پنجم

امنیّت روانی- شخصیّتی شاگردان

در فصل چهارم از این کتاب به اختصار به این مهم پرداخته شد که توجّه جدّی و نخستین به حالت‌های هیجانی و روحی شاگردان در درس و کلاس از سوی معلّمان ریاضی از جایگاهی بس مهم برخوردار است که هرگونه غفلت از آن موجب نقصان عملکرد ریاضی شاگردان خواهد شد. چه بسیارند دانش‌آموزانی که در عرصه‌ی کار ریاضی به خودی خود دچار مشکلاتی جدّی نیستند، امّا ویژگی‌های احساسی و روانی شخصیّت آنان به گونه‌ای است که در صورت بی‌توجّهی نسبت به آن‌ها از سوی معلمان، پدران و مادران و خود فراگیران، می‌تواند به مانع هایی جدّی در یادگیری معنادار مفاهیم ریاضی و بروز قابلیّت‌های ریاضی تبدیل گردد. در فصل پیش با پدیده‌ی اضطراب ریاضی و اثربخشی آن بر رفتار ریاضی افراد و چگونگی مهار آن آشنا شدیم. اکنون بر آنیم که در این فصل به عامل‌هایی اشاره کنیم که امنیت روانی- شخصیّتی شاگردان در کلاس و امکان یادگیری شادی‌بخش آنان را در کار ریاضی فراهم می‌آورد.

این عامل‌هاعبارتند از:

الف- امنیّت در کلاس درس؛

ب- نیاز شاگردان برای محترم بودن؛

ج- یادگیری رضایت‌بخش

الف- احساس امنیّت در کلاس

برای کاهش نگرانی‌ها و اضطراب، دانش‌آموز به احساس امنیّت در کلاس درس ریاضی

Scanned by CamScanner

نیاز دارد. این احساس به طرق مختلفی از جمله کمک به افزایش فهم مفاهیم ریاضی، تسلّط بر مهارت‌ها و قاعده‌ها، عدم توقع از دانش‌آموز که مثل معلم خود فکر و رفتار کند، عدم تهدید به خاطر نمره و پاسخ نگفتن به یک سؤال و یا به‌کار نگرفتن جملاتی از این قبیل در پاسخ به سؤال درسی یک فرد در کلاس که "اگر گوش داده بودی نیاز به سؤال نبود" و یا این‌که "سؤالات شما نامربوط و غیرمنطقی است" و ده‌هاروش دیگر می تواند موجب اضطراب‌زدایی و افزایش احساس امنیت در فراگیران شود و در نتیجه به درک مطلوب‌تر آنان از مباحث ریاضی بیانجامد.

ب- احترام

بسیاری از متخصّصان علوم تربیتی معتقدند که احترام قائل شدن برای همه‌ی فراگیران در کلاس یک اصل است. به واقع کلاسی که میدان مجادله و کشمکش‌های غیراصولی و غیرعلمی میان معلّم ودانش‌آموز باشد، نامطلوب‌ترین محیط را برای یادگیری فراهم می‌آورد. بنابراین محیط یادگیری به ویژه برای درس ریاضی باید حداقل از امتیازات زیر برخوردار باشد:

۱- دانش‌آموزان با روحیه‌ی همکاری و مشارکت، زمینه‌ی ایجاد یادگیری معنادار را برای یکدیگر فراهم آورند.

۲- همانطوری که پیش‌تر اشاره شد، معلّم باید دانش‌آموزان خود را همچون آحاد مختلف انسانی با تأکید بر تفاوت‌های فراوان در سبک‌های شناختی، ظرفیت‌ها و توانایی‌های گوناگون در پردازش و جذب اطلاعات علمی، حل مسأله و میزان تلاش و پشتکار بداند.

۳- شاگردان ضمن مشارکت فعّال در کلاس به معلم خود امکان دهند تا به وظایف آموزشی خود بپردازد.

٤- رفتار معترضانه و نقّادانه‌ی مبتنی بر ارزش‌ها و اصول اخلاقی صحیح (اخلاق اسلامی) از سوی همه‌ی افراد صورت گیرد.

۵- معلم زمینه‌ی بحث‌ها و مشارکت‌های گروهی درون و برون کلاس را در میان دانش‌آموزان ایجاد کند.

٦- معلّم در ایجاد حسّ اعتماد متقابل میان خود وشاگردان و شاگردان با هم بکوشد.

نیلِ به موارد فوق شاید آسان نباشد، ولی معلم می‌تواند نقشی جدّی در چگونگی رفتار کلاس اعم از رفتار علمی و اخلاقی داشته باشد و با رفتار به‌هنجار خود محیطی مناسب برای

Scanned by CamScanner

یادگیری مطلوب فراهم آورد. در این صورت شاگردان نیز با احساس امنیّت به ارضای انتظارات ریاضی معلّم خود تمایل نشان خواهند داد. تجربه نشان داده است که با ایجاد شرایط و محیط مناسب، یادگیری ریاضیّات برای بسیاری از افراد می‌تواند لذّت‌بخش باشد؛ به ویژه هنگامی که احساس پیشرفت و تسلّط بر مفاهیم و مهارت‌های مباحث جدید ریاضی ایجاد شود. ممکن است این احساس در کسانی نیز به وجود آید که هر از چند گاهی در ریاضیّات موفقیّتی کسب می‌کنند. این احساس با توجّه به طبیعت نسبتاً دشوار فراگیری ریاضیّات در مقایسه با سایر علوم ، بزگترین پاداش را به دانش‌آموزاعطا می‌کند.

رشد شناختی فراگیران

همانطور که در فصل اول گفته شد، بسیاری از پژوهشگران آموزش ریاضیّات در تحقیقات خود از واژه‌ی طرحواره استفاده می‌کنند. طرحواره عبارت است از یک ساختار ذهنی که در آن دانش و تجربه‌های مربوط فرد سازمان می‌یابند. یک عمل مهم طرحواره‌ی مفهومی اینست که اکتساب مفاهیم و یادگیری مطالب جدید را در یک موقعیّت آموزشی تسهیل می‌کند. مثلاً چنانچه ما قبلاً مطالبی را درباره‌ی یک عنوان ریاضی مثل مفهوم تابع بدانیم، ایده‌های بعدی در این زمینه مانند مفهوم تابع‌های یک‌به‌یک (۱-۱) و پوششی یا حد و پیوستگی تابع‌ها به مثابه‌ی دانش جدیدمان می‌توانند به نحو مناسبی به طرحواره‌ی مفهومی موجود در ذهن ما افزوده گردند و موجب توسعه‌ی معنادار و سازمان‌یافته‌تر اطلاعات ما درباره‌ی مفهوم تابع شوند. امّا چنانچه دانش موجود ما از تابع با طرحواره‌ی مفهومی مناسب و کارآمدی همراه نباشد، طبیعی است که اطلاعات بعدی در این مقوله نمی‌توانند ضمن مرتبط شدن با وضعیّت موجود در جایگاه واقعی خود قرار بگیرند و بصیرت ریاضی لازم را در این خصوص برای ما تدارک ببینند. ضمناً با رشد طرحواره‌های مفهومی از جمله مفاهیم ریاضی، این ساختارها طبعاً برای توسعه‌ی خود نیازمند جایگاه بیشتری از ساختمان ذهنی فرد هستند و بنابراین چنانچه با شیوه‌های مناسب علمی به بسط طرحواره‌های مفهومی در شاگردان مبادرت ورزیم، در واقع به نوعی، قابلیّت ساختمان‌های ذهنی و توان پردازشی آنان را توسعه داده‌ایم و این امر رشد شناختی فرد را به همراه دارد. اسکمپ که از طرّاحان نظریه‌ی طرحواره‌های مفهومی در یادگیری ریاضیّات می‌باشد، معتقد است که فعّالیت‌های علمی‌ای که بر پایه‌ی رشد طرحواره‌ها صورت پذیرد، با ایجاد نوعی مسرّت و احساس رضایت در فراگیران، موجب تسهیل یادگیری مفاهیم یادگیری می‌شوند. اسکمپ (۱۹۸۶) فهمیدن یک چیز را جذب آن به یک طرحواره‌ی

Scanned by CamScanner

مفهومی مناسب می‌داند. او معتقد است که طرحواره‌های مفهومی علاوه بر این‌که مشخصه‌ها و خواص تک‌تک و جداگانه‌ی مفاهیم را دارا می‌باشند، از سه عمل دیگر هم برخوردار هستند که موجب سامان‌دهی و هماهنگ کردن آن‌ها می‌شود و طبعاً یادگیری‌های بعدی را آسان می‌سازند.

به هر حال، با توسعه‌ی طرحواره‌های مفهومی مناسب در هر یک از ایده‌های ریاضی، هر کسی می‌تواند در یادگیری و آموزش دانش ریاضی رضایت حاصل از رشد شناختی خود را تجربه کند.

احساس لذّت‌بخشی

مسرّتی که از یادگیری ریاضیّات مدرسه حاصل می‌شود، از فعالیّت‌های کلاس درسی جداناپذیر است و معلّمان خواستار نگرش مثبت شاگردان‌شان نسبت به ریاضیّات هستند، هر چند که این نگرش مشتمل بر احساسات گوناگون است. پیش‌تر گفته شد که رشد طرحواره‌های مفهومی در فراگیران، و ایجاد توانایی‌های حلّ مسأله موجب احساس مسرّت در آنان خواهد شد. به علاوه، همراه بودن با شاگردانی که یک درس ریاضی برای آنان لذّت‌بخش است، می‌تواند احساس مشابهی در شخص همراه نیز ایجاد کند. پیشنهادهای زیر ممکن است بتواند موجب لذّت‌بخش‌تر شدن فرایندهای یادگیری مباحث ریاضی برای فراگیران شود.

۱- انجام فعّالیّت‌های جدید ریاضی؛

۲- بازی‌های ریاضی، به ویژه برای سنین پایین‌تر؛

۳- ساختن و نمایش شکل‌های گوناگون ریاضی و هندسی؛

٤- انجام کارهای عملی (کار با کامپیوتر و ماشین‌های حسابگر)؛

۵- انجام پروژه‌هایی که می‌تواند موجب کشف مفاهیم گوناگون ریاضی برای شاگردان باشد و نیروی ابتکار و خلاقیّت را در آنان شکوفا سازد؛

٦- انجام پژوهش‌ها، کار گروهی و مباحثه‌های گروهی، زیرا کارِ گروهی در ریاضیّات برای بسیاری از افراد لذّت‌بخش است و موجب بسط و اصلاح طرحواره‌های مفهومی در آنان می‌شود؛

۷- انجام فعالیّت‌هایی از ریاضیّات که هرگز قبل از آن انجام نداده‌اند، زیرا این قبیل فعّالیّت‌ها موجب تسلط بر مفاهیم و مهارت‌های ریاضی توسط دانش‌آموز، آن‌گونه که می‌خواهیم می‌شود؛

Scanned by CamScanner

۸– ریاضیّات وقتی جالب است که کار عملی انجام می‌دهیم و مسائل و مشکلات مربوطه را با دیگران مورد بحث قرار می‌دهیم (مباحثات ریاضی).

هر معلمی سبک ویژه‌ای را در آموزش ریاضی دارد، برخی بازی‌های ریاضی یا معمّاها را به کار می‌گیرند، پاره‌ای دیگر، نرم‌افزارهای کامپیوتری یا چندرسانه‌ای را ترجیح می‌دهند. عدّه‌ای سؤال و جواب و مباحثات را می‌پسندند و جمعی به سازمان دادن امتحانات یک‌باره و بدون اطلاع قبلی و گروه‌های رقابت‌کننده علاقه‌مندند و عدّه‌ای کارهای گروهی را می‌پسندند.

به هر حال، شیوه‌های متنوّع آموزشی می‌تواند به‌طور قابل ملاحظه‌ای موجب لذت‌بخش‌تر شدن کار در ریاضیّات شود. هر چند لذّت‌بخش کردن یک درس ریاضی مهم است، مهم‌تر از آن رشد علاقه‌مندی به ریاضیّات در کلّ است. زیرا لذّت بردن از یک یا چند درس ریاضی به‌طور مقطعی موجب علاقه‌مندی به کلّ ریاضیّات نمی‌شود.

اشتباهات فراگیران در درس ریاضی

واگذاری مسئولیّت پیشرفت فراگیران ریاضی به خودشان امری است که امروزه بیش از پیش مورد توجّه پژوهشگران آموزش ریاضی قرار گرفته است. این موضوع با ایده‌ی برقراری ارتباط خوب دانش‌آموزان با کلاس درس و معلّم خود همسو می‌باشد. در این میان آگاهی درست شاگردان از اشتباهات و بدفهمی‌هایی که در یادگیری و حلّ مسأله‌های ریاضی دارند، عاملی تعیین‌کننده در این احساس مسئولیّت برای رشد عملکرد ریاضی آنان محسوب می‌شود. معمولاً اشتباه‌های دانش‌آموزان در دروس ریاضی بسیاری از اوقاتِ معلّم و کلاس را به خود اختصاص می‌دهد که طبعاً ًیافتن راه‌حل‌های مناسب برای تشریح وَ تصحیح آن‌ها، منافع فراوان آموزشی در پی خواهد داشت. وقتی دانش‌آموزی به درستی دریابد که دلایل و ریشه‌های بدفهمی و راه‌حل غلط او در کجا است و خود با راهنمایی‌های معلّمش در مقام رفع و تصحیح آن‌ها برآید، بدون شک تجربه‌ی مهمّی را کسب کرده است که در موقعیّت‌های دیگر یادگیری و حلّ مسائل ریاضی به کمک او خواهد آمد و این امر در واقع به رشد تفکّر و فهم ریاضی او منجر خواهد شد. اغلب معلّمان ریاضی قادرند تا با اتّخاذ شیوه‌های مناسب و درگیر ساختن دانش‌آموزان در فعالیّت‌های درسی، آنان را توانا سازند تا خود ضمن بررسی درستی یا نادرستی جواب‌های‌شان تصمیم لازم را با اعتماد به‌نفس اتخاذ کنند. تقویت این توانایی به نوبه‌ی خود نخستین گام برای نیل به تفکّر مستقل ریاضی و ایجاد خلّاقیّت و ابتکار در فرد می‌باشد؛ هر چند که گاه تحقّق آن برای معلّمان کار ساده‌ای نیست.

Scanned by CamScanner

نزدیک شدن اندیشه‌ها

آزوبل (۱۹۶۸) می‌گوید: اگر بخواهیم تمام روان‌شناسی تربیتی را در یک اصل خلاصه کنیم، خواهیم گفت: مهم‌ترین عاملی که به تنهایی می‌تواند بر یادگیری انسان مؤثّر باشد این نکته است که بدانیم یادگیرنده یا مخاطب ما چه چیزهایی را قبلاً می‌داند، آن‌ها را مشخص کنیم و بر این اساس دانش‌های بعدی را به او آموزش دهیم. متأسّفانه ضرورت بازگشت به محتوای قبلی دانش‌آموز واقعیّتی است که عملاً در کلاس‌های درس ریاضی، اعم از مدرسه و دانشگاه اغلب نادیده انگاشته می‌شود. در حالی‌که شروع یک درس حتّی با گوش دادن به فراگیران و ارزیابی اطلاعات موجود آنان، شروع بسیار مطلوبی برای یادگیری می‌باشد و فضای مطلوبی را در کلاس فراهم می‌آورد. در این‌جا با طرح این مطلب می‌خواهیم آموزشگران ریاضی را تشویق کنیم تا هر چه بیشتر به چگونگی و نوع تفکّر شاگردان خود نزدیک‌تر شوند. جویا شدن نظر یک دانش‌آموز در مورد حلّ یک مسأله‌ی ریاضی و کمک معلّم به هدایت و پرورش آن فکر می‌تواند او را در یافتن راه‌حل مطلوب یاری دهد. این امر در واقع دانش‌آموزمحوری را در کلاس تشویق می‌کند تا معلّم‌محوری را، که باید فقط چشم به دهان معلّم دوخت و هر چه او می‌گوید صحیح است و بس!

دو شیوه‌ی زیر می‌تواند راهکار عملی تقارب اندیشه‌ی میان معلّمان و شاگردان را نشان دهد:

▪ **تصحیح عملی اشتباه‌ها**

تقارب اندیشه‌ها بین معلّم و دانش‌آموزان می‌تواند تحت شرایط فراوانی اتفاق بیفتد، به مثال زیر توجه کنید:

- معلم: قطر دایره‌ای ۲۵ سانتی‌متر است. محیط آن چه اندازه است؟ مساحت آن چه مقدار می‌باشد (علی جواب بده).
- دانش‌آموز: محیط دایره ۵۰ و مساحت دایره π ۶۲۵ می‌باشد.
- معلم: نه. احمد به علی جواب درست را بگو!

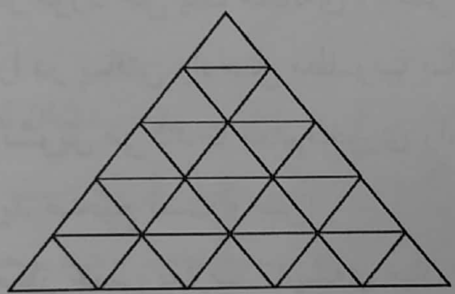
با این چند کلام و پاسخ معلم نه تنها فرصتی را که علی می‌تواند در خلال آن فهم ناصحیح خود را دریابد، از دست می‌دهد، بلکه احساس شرمندگی می‌کند؛ بدون این‌که شانس اصلاح پاسخ خود را بیابد. در حالی‌که معلم به سادگی می‌تواند با به‌کارگیری جملاتی مانند جملات زیر، امکان یادگیری و تصحیح اشتباهات علی را برای او فراهم آورد، "مثلاً چگونه شما به این پاسخ‌ها رسیدید؟؛ چگونه محیط و مساحت دایره را بدست آوردید؟؛ قطر و شعاع

Scanned by CamScanner

یک دایره چیست؟"

شاید در کلاس درس دانش‌آموزان دیگری باشند که مرتکب چنین اشتباهاتی شوند. پس تصحیح پاسخ دانش‌آموز نه تنها موجب اتلاف وقت نمی‌شود، بلکه به فراگیران کمک می‌کند روشن‌تر و بهتر درس را درک کنند. این نگرش فرصت‌هایی را برای معلّمان به وجود می‌آورد تا دریابند که اشتباه شاگردشان ناگهانی اتفاق افتاده است یا ناشی از عدم توانایی او در پاسخ دادن به این قبیل سؤالات است. چنانچه دانش‌آموز بتواند با طرح سؤالات درست معلّم، اشتباه خویش را تصحیح کند، در واقع با راهنمایی معلّم خود در رفع اشتباه‌های خویش تلاش می‌کند و دچار احساس حقارت و درماندگی نمی‌شود. به مثال زیر توجّه کنید.

- **معلّم:** تعداد مثلث‌های شکل زیر را بیابید؟
- **دانش‌آموز:** هر دفعه که مثلث‌ها را می‌شمارم تعداد آن‌ها فرق می‌کند.



- **معلّم:** چگونه می‌شمارید که به جواب‌های مختلفی می‌رسید؟
- **دانش‌آموز:** من درست همان‌هایی را می‌توانم بشمارم که می‌بینم.
- **معلّم:** کدام‌ها را می‌توانید ببینید؟
- **دانش‌آموز:** مثلث‌های کوچک و بزرگ و برخی مثلث‌های وارونه.
- **معلّم:** آیا می‌توانید درباره‌ی مثلث‌های متفاوت فکر کنید؟ آنگاه سیستمی را ثبت کنید که چند تا از هر کدام دارید؟ این کار به شما فرصت می‌دهد که آسان‌تر شمارش خود را انجام دهید.

مثال بالا بیانگر این واقعیت است که دانش‌آموزان شما به لحاظ سبک‌های شناختی و قابلیت جداسازی شکل‌های ساده از یک زمینه‌ی پیچیده‌تر و تحت تأثیر محرک‌های محیطی قرار گرفتن و تجزیه‌وتحلیل آن‌ها متفاوت هستند.

انتظار، فاصله‌ی زمانی میان طرح سؤال معلم و اظهارنظر بعدی او را **زمان انتظار** می‌نامیم. این زمان توسط معلّمان مختلف می‌تواند از ۱ تا چند ثانیه باشد. بنا بر برخی پژوهش‌ها، هنگامی که زمان انتظار دارای میانگین ٤ تا ٥ ثانیه بوده است، تعداد سؤالات پاسخ داده شده توسط شاگردان و کیفیت آن‌ها افزایش یافته است. آن دسته از معلّمانی که می‌کوشند تا دریابند

Scanned by CamScanner

که شاگردان آنان چگونه می‌اندیشند، باید بدانند که پاسخ‌های خوب و سازمان‌یافته نیازمند زمان انتظار مناسب است. در پایان این بحث توجه به نکات زیر برای معلّمان ریاضی سودمند خواهد بود:

۱- با بردباری به دانش‌آموزان گوش دهیم تا دریابیم که آنان چگونه فکر می‌کنند.

۲- برای نیل به این منظور سؤالات را تغییر دهیم و اصلاح کنیم.

۳- پاسخ‌های خود را حتی‌الامکان بر اساس جواب‌ها و راه‌حل‌های دانش‌آموزان بنا نهیم، نه فقط بر اساس تفکر و پیشنهادهای خودمان.

٤- منتظر پاسخ دانش‌آموزان بمانیم و برای دریافت پاسخ‌های بیشتر و درست‌تر فرصت زیادتری را به آنان بدهیم.

٥- نشان دهیم که به احتیاج دانش‌آموز خود برای فکر کردن احترام قائلیم، این کار را با گفتن جمله‌ای مانند زیر می‌توانید انجام دهید:

«اگر سعی کنی، حتماً به پاسخ درست می‌رسی!»

و یا این‌که او را وادار سازیم تا مسأله یا سؤال موردنظر (تعریف یا گزاره‌های ریاضی) را با بیان خود شرح دهد و بروزهایی را که یک مطلب ریاضی از سوی شاگرد می‌تواند داشته باشد بیان کند.

گاهی یک شیوه‌ی خوب برای تصحیح و قانع کردن دانش‌آموزی که اشتباهی کرده است، راهنمایی کردن او برای یافتن یک مثال نقض ریاضی است. مثلاً برای تبیین و اثبات درستی یا نادرستی گزاره های زیر استفاده از مثال نقض راهگشاست:

۱- همه‌ی توابع پیوسته مشتق‌پذیرند.

۲- دو مثلث وقتی قابل انطباق‌اند که دو ضلع و زاویه‌ی مقابل به یکی از اضلاع در یک مثلث با دو ضلع و زاویه‌ی متناظرش در مثلث دیگر قابل انطباق باشند.

۳- مجموعه‌ی اعداد طبیعی نسبت به عمل تفریق بسته است.

٤- هرگاه $a > b$ و $c > d$، آنگاه $a-c > b-d$.

٥- الف) معادله‌ی $2x^2+1=0$ دارای دو ریشه است.

ب) هر چیز تقسیم بر خودش برابر یک است.

٦- نشان دهید که وجود $\lim_{x\to x_0}\left[f(x)+g(x)\right]$، وجود $\lim_{x\to x_0} f(x) \;\&\; \lim_{x\to x_0} g(x)$ را ایجاب نمی‌کند.

در بخش‌های قبلی وقت زیادی را صرف درک تفاوت‌های فردی و احساسات فراگیران

Scanned by CamScanner

نسبت به کلاس و درس ریاضی کردیم؛ زیرا معتقدیم که در عمل توجه به این مهم در فرایند تدریس و یادگیری ریاضیّات مورد غفلت و بی‌مهری قرار گرفته است. مطمئناً برخی از معلمان ریاضی تفاوت‌های فردی شاگردان خود را مد نظر دارند؛ در حالی‌که بسیاری صرفاً به احساسات خود توجه دارند و مخاطبان را فراموش می‌کنند. در قسمت‌های بعدی نیز فراگیران را به مثابه‌ی آحاد انسانی می‌نگریم و همچون انسان‌هایی که ممکن است با شیوه‌های مختلف نسبت به آنچه معلم هنگام آموزش در کلاس می‌گوید، واکنش نشان می‌دهند. پیام مهم عمده در آموزش ریاضی این است که در کلاس ریاضی شما، افراد زیادی وجود دارند که لزوماً مانند شما نمی‌اندیشند و سبک‌های یادگیری و شناختی آنان با یکدیگر و نیز با شما متفاوت است.

▪ کار با گروه‌های مختلف یادگیرنده در کلاس

واقعیتی است روشن که بسیاری از معلّمان ریاضی زمان کافی برای بررسی و رفع مشکلات تک‌تک فراگیران ندارند، هر چند که برخی نیز چنین می‌کنند. یک معلم ریاضی سنت‌گرا ممکن است در مورد شیوه‌ی آموزش ریاضی در کلاس خود چنین بیاندیشد:

«یک معلم برای سی نفر دانش‌آموز وجود دارد. من می‌دانم که چه مباحثی از ریاضیّات را آنان باید بیاموزند و شغل من نیز این است که این دانش‌ها را به آنان آموزش دهم. در یک زمان نمی‌توانم هم به یکایک افراد برسم و هم وظایف آموزشی خود را انجام دهم؛ بنابراین همه‌ی شاگردان را با هم آموزش می‌دهم. این کار به‌طور مناسبی موجب صرفه‌جویی در زمان می‌شود. من مفاهیم ریاضی را به دقت شرح می‌دهم و مثال‌هایی را نیز برای آنان روی تابلو می‌نویسم.» در مقابل این رویکرد، دیدگاه شاگرد شما ممکن است چنین باشد: «معلم ما مبحث جدیدی را در ریاضی شروع کرده است که این مبحث نیاز به ریاضیاتی دارد که ما ترم پیش دیده‌ایم، ولی حالا برخی از قسمت‌های آن را فراموش کرده‌ایم. هنگامی که تلاش می‌کنیم تا معانی واژه‌هایی را که او به‌کار می‌گیرد به خاطر بیاوریم، او بسیاری از قسمت‌ها را گفته است. ما سر نخ مطالب را از دست داده‌ایم و بدتر این‌که نمی‌توانیم او را دنبال کنیم.» چرا این قبیل دانش‌آموزان سؤالی از مباحث قبلی نمی‌کنند؛ زیرا ممکن است در مقابل کلاس و معلم خود متهم به بی‌سوادی و کودنی بشوند، به ویژه این‌که اگر افراد زیادی در کلاس درباره‌ی مطالب قبلی مشکلی نداشته باشند. آیا این‌که از معلم برای توضیحی دیگر درخواست شود، کاربردی در فهم بیشتر دارد؟ طبعاً معلم دوباره مطلب را با بیان قبلی و یا بیشتر توضیح خواهد داد. در عین حال، او معتقد است که دیگران نیز اشکالات دیگری دارند که اگر آنان را به سؤال کردن

Scanned by CamScanner

تشویق کند، سررشته‌ی تدریس مطالب از دست او خارج خواهد شد. این موضوع یعنی استفاده‌ی نامناسب از زمان!. معلم می‌گوید: «با توجه به تجربه‌ی من در این سن و سال و با این توانایی‌ها، هدف خود را متمرکز بر دانش‌آموز X می‌کنم و اگر او مطالب موردنظر را فرا گرفت، بر همین مبنا تکیه خواهم کرد و طبعاً وضعیت سایر دانش‌آموزان برایم ملاک نخواهند بود.»

در مقابل این شیوه‌ی سنت‌گرایی و یکسان انگاشتن شاگردان، باید به این واقعیت مهم توجه کرد که افراد مختلف با دانشهای متفاوت ریاضی به کلاس می‌آیند. هر چند که دو یا سه سال دارای دروس مشترک ریاضی بوده باشند، زیرا آنان مباحث قبلی ریاضیّات را به‌طور متفاوت فهمیده‌اند و میزان یادآوری مطالب آموخته شده در آنان نیز مختلف است. چنانچه معلم ریاضی با شیوه‌ی نمایشی (توصیفی) خوبی به تدریس بپردازد، باز هم باید بکوشد که توجه و دقت دانش‌آموزان را به سوی مباحث موردنظر جلب و در طول تدریس آن را کنترل کند. در این شرایط طبعاً سؤالاتی که از سوی شاگردان کندتر مطرح می‌شود موجب اختلال در تمرکز بسیاری از دانش‌آموزان خواهد شد. به‌علاوه، فهمیدن این‌که کدامیک از شاگردان شما نیاز به کمک بیشتری در تمرین‌های درسی دارند محتاج زمان است. بنابراین، این قبیل افراد باید منتظر کمک‌های معلم بمانند، در حالی‌که دیگران (با توانائی‌های بیشتر) می‌توانند از پس این تمرین‌های عملی برآیند. از این رو، ضعیف‌ترها در کلاس ریاضی در مقایسه با سایرینی که می‌توانند به‌خوبی از پس تمرین‌های معلم برآیند تمرین‌های کمتری خواهند داشت.

برعکس، در تعلیم و تربیت فردگرایانه انتظار این است که بهترین فرصت برای معلم ریاضی فراهم آید تا او زمان لازم برای کار با شاگردان خود را به صورت افراد انسانی داشته باشد؛ هر چند که این امر دشوار به نظر می‌رسد. در برخی مواقع تجربه نشان داده است که بعضی معلمان زمان بیشتری را در امور اداری کلاس (حضور و غیاب و امور انضباطی و...) صرف می‌کنند تا کمک به دانش‌آموزان‌شان در رفع معضلات یادگیری!

احتمال دیگری که برای چگونگی آموزش ریاضی در یک کلاس درس متصور است، استفاده از گروه‌های کاری کوچک در کلاس می‌باشد. اگر گروه‌های دانش‌آموزی تشکیل شده، همگن و نسبتاً متجانس باشند، فرصت خوبی برای معلم ایجاد می‌کنند که با هر یک از اعضا و گروه به‌طور مشترک صحبت کند و مطمئن شود که همه‌ی اعضا در بحث‌های موجود به نحوی درگیر هستند. مباحثه‌های گروهی درباره‌ی مباحث درس ریاضی میان دانش‌آموزان غالباً موجب می‌شود که خود آنان بسیاری از دشواری‌های درسی را تشخیص دهند که این امر طبعاً در زمان

Scanned by CamScanner

کاری معلم نیز صرفه‌جویی خواهد کرد. هر سه شیوه‌ی یاددهی - یادگیری ریاضیّات جایگاه خاص خود را دارد، ولی ما در این سلسله بحث‌های آموزش ریاضی واقعاً به دنبال این هستیم که فرصت‌هایی را که موجب چالش فکری میان معلم و فراگیر می‌شود بیشتر بشناسیم، آن‌ها را اصلاح کنیم و رشد دهیم.

یادگیری مشارکتی و مزایای تشکیل گروه‌های کاری در کلاس‌های ریاضی

در یک جمع‌بندی کوتاه و با عنایت به پژوهش‌های انجام شده در این عرصه می‌توان مزایای کار و فعالیت‌های ریاضی در قالب گروه‌های کوچک دانشجویی و دانش‌آموزی به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

۱- تشویق و تحکیم عادت مفید مباحثه

ایجاد گروه‌های کاری در میان فراگیران موجب می‌شود تا آنان با همشاگردی‌های خود به بحث و گفت‌وگو بپردازند که خود عامل مهمی برای تقویت یادگیری معنادار مفاهیم ریاضی توسط آنان خواهد بود. نقش ایجاد ارتباط با دیگران و اظهار دیدگاه‌های خود موجب روشن‌تر شدن آن‌ها می‌شود. مثلاً هنگامی که یک تعریف و یا مفهوم و یا اثبات ریاضی را با دیگران مورد بحث قرار می‌دهیم، سعی می‌کنیم دانسته‌ها و دیدگاه‌های خود را در قالب کلمات و یا نمادهای مناسب ریاضی برای آنان بیان کنیم و متقاعدشان سازیم. چنانچه این تلاش به‌طور مکرر انجام گیرد، کمک خوبی برای بیان روشن‌تر و بی‌ابهام مسأله که خود نیمی از حل آن می‌باشد خواهد بود. اسکمپ در کتاب روان‌شناسی یادگیری ریاضیّات می‌نویسد: «من معلمی را ملاقات کردم که تکنیک و شیوه‌ی جالبی را در بحث اتخاذ می‌کرد هنگامی که با اظهارات اشتباه‌آمیز شاگردان خود مواجه می‌شد، بیان شاگرد را که ناشی از پنداشت‌های غلط او از یک مفهوم یا عبارت ریاضی بود این‌گونه اصلاح می‌کرد: از یکی دیگر از اعضای گروه می‌خواست که چرا و در کجا آن اشتباه رخ داده است؛ با وجود این، معلم مذکور از شاگردان می‌خواست تا برای بقیه‌ی کلاس نیز دیدگاه خود را بیان کنند. نتیجه‌ی معمول این شیوه این بود که اعضای گروه پس از بحث و جدل، موفق به کشف اشتباه‌های خویش می‌شدند و ضمناً بقیه‌ی کلاس نیز چیزهای جدیدی را می‌آموختند.»

جنبه‌ی مفید دیگر مباحثه صرف‌نظر از برجسته کردن تفکر دیگران (طرح تفکر آنان)، تعامل و تبادل افکار و ایده‌های ما و دیگران است. در واقع بسط طرحواره‌های ذهنی و شناختی‌مان ما را قادر می‌سازد تا اندیشه‌های دیگران را جذب کنیم و توضیحات و تشریح‌های

Scanned by CamScanner

ما از مفاهیم و عبارت‌های ریاضی برای دیگران موجب می‌شود تا آنان نیز این ایده‌ها را به نحو مناسب‌تری به ساختار ذهنی خود جذب کنند. هم معلم و هم فراگیر نیازمند این تعامل و تقابل افکار هستند، اما به طرق مختلف. یکی دیگر از جنبه‌های سودمند مباحثه، برانگیخته شدن افکار و برداشت‌های جدید در افراد است. گوش دادن یک فرد به دیگران یا خواندن آنچه آنان نوشته‌اند ممکن است بارقه‌ی جدیدی را در ذهن ما به وجود آورد که هرگز وجود نداشته است.

۲- کار در گروه‌های کوچک (حداکثر تا ٦ نفر) به شاگردان کمک خواهد کرد تا ماهیت دیالکتیکی ریاضیّات را بهتر دریابند.

۳- شاگردان یاد می‌گیرند که برای فرآیند انجام ریاضی بیش از محصول نهایی، یعنی یافتن جواب آخر، ارزش قائل شوند. زیرا یکی از هدف‌های کار گروهی در ریاضیّات کمک به فراگیران به‌گونه‌ای است تا درک کنند که در ریاضی نیز مانند موسیقی، نمی‌توان بدون درگیر شدن واقعی با فرآیندهای ساختن، پرداختن و انجام دادن، ریاضی‌دان شد. باید برای شاگردان فرصتی فراهم آید تا آنان بتوانند ریاضیّات را نه فقط به‌صورت یک سلسله فرمول‌ها، قاعده‌ها و مراحل انجام کار ، بلکه با عمل بیاموزند.

٤- کار گروهی موجب می‌شود که محصلان تشویق شوند تا همیشه به قدرت خارجی یعنی معلم خود اتکا نکنند تا او به آنان بگوید چه بکنند و چه نکنند، بلکه خود به خلق و انجام فعالیت‌های ریاضی و رفع مشکلات بپردازند.

۵- کار در گروه‌های کوچک موجب می‌شود که دانش ریاضی شاگردان به‌صورت قابل ملاحظه‌ای توسعه پیدا کند و بر اثر مواجه شدن با نگرش‌های مختلف برای حل مسأله‌ای واحد، بر درک آنان نسبت به ریاضیّات و اعتماد به نفس و خوداتکایی‌شان افزوده شود.

خوانش‌پریشی در ریاضیّات[1]

به عنوان یک معلم ریاضی در مقاطع مختلف ممکن است شاگردانی داشته باشید که به نوعی در خواندن و نوشتن نمادهای ریاضی دچار مشکل باشند، بدون این‌که این اشکال مربوط به توانایی‌های عمومی آنان در یادگیری ریاضیّات باشد. احتمالاً عدم توانایی شاگردان در خواندن و نوشتن مفاهیم و مهارت‌های ریاضی از دو عامل سرچشمه می‌گیرد:

۱- وجود کلاس‌های پرجمعیت که معلم وقت لازم را برای رسیدگی به تک‌تک شاگردان پیدا نمی‌کند.

۲- این‌که بر طبق پژوهش‌های انجام شده حدود ۱۰٪ از دانش‌آموزان یک مدرسه به نوعی از بیماری خوانش‌پریشی رنج می‌برند. خوانش‌پریشی اختلالی است که به موجب آن بچه‌ها به خاطر عدم توانایی در خواندن و فهم کلمات و نمادها مطالب نوشتاری را درک نمی‌کنند.

هر چند پرداختن به این بیماری و راه‌های درمان آن در حوصله‌ی درس آموزش ریاضی نیست، ولی آشنایی اجمالی با آن برای معلمان ریاضی در شناخت بیشتر تفاوت‌های فردی و وضعیت کلاس درس خالی از فایده نخواهد بود. موارد زیر می‌تواند برخی از اشتباهات دانش‌آموزان مبتلا به خوانش‌پریشی را نشان دهد:

۱- اشتباه در نوشتن حروف و ارقام: مثلاً نشان دادن مقدار عدد پی (π) با ۳/۱۴، نمایش p بجای q یا d که البته ممکن است با گذشت سن و در دوران دبیرستان اصلاح شود.

۲- تخمین زده می‌شود که حدود ۶۰ درصد دانش‌آموزان مبتلا به این بیماری در برخی مقوله‌های ریاضیّات باید دچار اشکال شوند. این اشکالات ممکن است در به‌خاطر سپردن جدول‌ها، کار کردن با اعداد اعشاری و کسری، تفاوت میان اعمال چهارگانه‌ی +، × و یا – و ÷ و یا رابطه‌های < و > باشد و یا در نوشتن ارقام به حروف و یا حروف به رقم پدیدار شود (مثلاً هفتاد و چهار را چهل و هفت می‌نویسد).

۳- حدود ۸۰ درصد از این قبیل دانش‌آموزان در شناخت و تمیز جهت‌ها (راست و چپ) و کار کردن با محورها دچار مشکل می‌شوند.

۴- دشواری در قرار دادن نمادهای ریاضی در ترتیب درست خودش به‌ویژه تا دوران قبل از دبیرستان.

۵- توانایی درک فضایی آنان ممکن است ضعیف یا عالی باشد. در عین حال این قبیل افراد ممکن است دانشمندان یا مهندسین موفّقی شوند. می‌توان به اینشتین و یا لئوناردو داوینچی اشاره کرد که افرادی خوانش‌پریش بودند.

۶- ممکن است به خوبی متوجه آنچه خوانده‌اند نشوند (عجز در فهم مطالب خوانده شده)؛ ولی هنگامی که حل مسأله‌ای به‌طور شفاهی از آنان خواسته شود، خوب عمل کنند. با توجه به ویژگی‌های فراگیران خوانش‌پریش، معلمان ضمن توجه و مراقبت غیرمحسوس آنان، با توضیح شفاهی مطالب مکتوب باید این قبیل افراد را در فهم

Scanned by CamScanner

درست‌تر مفاهیم ریاضی یاری دهند. انگشت‌نما نکردن آنان در کلاس درس و اجتناب از انتقاد در این خصوص می‌تواند کمک مؤثری در پیشرفت این دسته از دانش‌آموزان باشد.

نابینایان و ریاضیّات

در ارتباط با بررسی مشکلات نابینایان و یاددهی- یادگیری ریاضیّات به ویژه در دوره‌های پیشرفته‌تر حدّاقل در کشور ما مطالعه‌ی چندانی نشده است. شاید یکی از نخستین مشکلات دانش‌آموزان نابینا در برخورد با درس ریاضی نگرش نه چندان مثبت آنان به پیشرفت در این درس باشد و این‌که آنان به دلیل مشکل بینایی قادر به ادامه‌ی تحصیل در رشته‌هایی که نیازمند به ریاضیّات هستند، نمی‌باشند. در تحقیقی، ابراهیمی‌مقدّم و علم‌الهدایی (۱۳۷۸)، چگونگی نگرش دانش‌آموزان دختر و پسر بینا و نابینا نسبت به ریاضیّات در مقطع راهنمایی تحصیلی را مورد مطالعه قرار دادند. یافته‌های تحقیق موردنظر نشان داد که:

۱- دانش‌آموزان بینا در مقایسه با همسالان نابینایشان نگرش بسیار مثبت‌تری نسبت به درس ریاضی داشتند و درس ریاضی را ساده‌تر می‌دانستند؛

۲- هر دو گروه دانش‌آموزی بر ضرورت و نیاز به دانش ریاضی و لزوم مطالعه‌ی آن به گونه‌ای یکسان واقف بودند؛

۳- شاگردان نابینا نسبت به عبارت «فقط بعضی افراد استعداد و توانایی ریاضی خواندن را دارند»، باور بیشتری داشتند؛

۴- در پاسخ به سؤال «آیا ریاضیّات سخت است و انسان را گیج می‌کند»، ۴۷/۲ درصد نابینایان جواب بلی را انتخاب کردند؛ در حالی‌که شاگردان بینا فقط ۲۷/۲ درصد این جواب را برگزیده بودند و اختلاف آنان به لحاظ آماری با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ معنادار بود؛

۵- شاگردان نابینا نقص عضو خود را مانعی جدّی برای پیشرفت و ادامه‌ی تحصیل در ریاضیّات می‌دانستند؛

۶- از نظر پیچیدگی در علائم اختصاری و نوشتاری ریاضی، تفاوت میان شاگردان بینا و نابینا تفاوت بسیار بود؛ به طوریکه ۷۳/۶ درصد شاگردان نابینا در پاسخ به سؤال «آیا چون ریاضیّات علائم عجیب و پیچیده دارد، مشکل است؟»، پاسخ مثبت داده بودند. پاسخ مثبت شاگردان بینا به این پرسش، رقم ۲۳/۷ درصد بود. تفاوت معنادار ۵۰

Scanned by CamScanner

درصدی در این‌جا قابل تأمّل است!

۷- علاوه بر علائم و نمادهای خاصّ ریاضی، شاگردان نابینا به‌طور طبیعی در استفاده از شکل‌ها و گراف‌ها با مشکل روبرو هستند و خطّ بریل[1] به تنهایی کافی به نظر نمی‌رسد؛ هر چند که برای استفاده از متن‌های ریاضی مناسب می‌باشد.

خوشبختانه با توسعه‌ی جدّی و روزافزون فناوری‌های جدید اطلاعات و ارتباطات و چندرسانه‌ای[2]ها و طراحی نرم‌افزارهای هوشمند برای نابینایان، یاددهی- یادگیری بسیاری از دروس از جمله در مقایسه با گذشته از مشکلات کمتری برخوردارست.

سرفصل‌نگری

توجه یا عدم توجه به رعایت سرفصل مطالب درسی در یک کلاس ریاضی مقوله‌ی مورد عنایت فراگیران، معلمان و برنامه‌ریزان درسی است. پارلت[3] (۱۹۷۰) میان دو دسته از فراگیران (عمدتاً در آموزش عالی) تفاوت قائل شده است. دسته‌ای که به شدت وابسته به سرفصل‌های درسی‌اند و از پذیرش هر مطلبی خارج از سرفصل‌ها و عنوان‌های تعیین شده امتناع می‌ورزند و دسته‌ی دیگری که دنبال ایده‌های جدید ریاضی‌اند و خود را در چارچوب عناوین تعیین شده محصور نمی‌کنند. به هر حال، این سؤال مهم مطرح است "آیا با رعایت دقیق سرفصل‌های درسی می‌توان مدعی بود که ریاضیّات خوب آموزش داده می‌شود؟" یا "می‌توان ادعا کرد که بهترین وضعیت برای یادگیری ریاضیّات زمانی اتفاق می‌افتد که معلمان و یادگیرنده‌ها هر دو خود را کاملاً در چارچوب عناوین تعیین شده‌ی درسی محدود نکنند؟" دلایل زیر می‌توانند این ادعا را پشتیبانی کنند:

۱- ریاضیّات به مثابه‌ی فعالیتی است که گاه ایجاب می‌کند معلم با طرح یک مفهوم ریاضی آن را در موقعیت‌های جدید به‌کار گیرد. بنابراین، چنانچه معلم ناگهان به دلیل رعایت سرفصل‌ها بیان یک فرایند ریاضی را متوقف کند، چه بسا موجب بدفهمی و برداشت غیرواقعی دانش‌آموز از ریاضیّات شود.

۲- گاه توقف ناگهانی معلم در یک مبحث ریاضی به دلیل نبود مطالب بیشتر در سرفصل‌ها موجب تضعیف روحیه‌ی کنجکاوی و پژوهش در بسیاری از فراگیران می‌شود، در حالی‌که برانگیختن حس کنجکاوی برای تعقیب یک بحث ریاضی می‌تواند

1. Braille
2. multimedia

Scanned by CamScanner

از جالب‌ترین ابزارهایی باشد که در مورد فراگیران ریاضیّات انجام می‌گیرد.

۳- در درازمدت نباید نمره‌ی امتحانی ملاک عمل و موضوع مهمی برای دانش‌آموز باشد، بلکه نکته‌ی حائز اهمیت این است که او یاد بگیرد، ریاضی‌گونه بیاندیشد و رفتار ریاضی متناسب با وضعیت‌های مختلف را از خود نشان دهد. از این رو، تأکید فراوان بر اهداف بیرونی مانند امتحان می‌تواند موجب تضعیف بهره‌وری دانش‌آموزان از تعلیم و تربیت ریاضیّات بشود.

بنابراین، بسیاری از متخصّصان آموزش ریاضی معتقدند که یک معلم سرفصل‌گرا که همواره فقط رعایت عناوین تعیین شده را مد نظر دارد لزوماً بهترین عملکرد را برای کلاس خود نمی‌تواند داشته باشد.

وابستگی به گروه‌ها

در این مباحث همواره بر این مهم تکیه داشته‌ایم که نگرش به افراد یک کلاس درسی به مثابه‌ی یک موج انسانی بدون توجه به تفاوت‌های فردی آنان عملی است غیرواقع‌بینانه و غیرعلمی؛ اما لازم به تذکر است که تا کنون این تفاوت‌ها را بیشتر از دیدگاه اختلاف در طرحواره‌های ذهنی و سبک‌های یادگیری و سطح پردازش اطلاعات توسط آنان مورد مطالعه قرار داده‌ایم. اینک متوجه تفاوت‌هایی خواهیم شد که ناشی از تعلق افراد به گروه خاصی است؛ از جمله مایلیم موارد زیر را مورد بحث قرار دهیم:

۱- جنسیت؛ ۲- نژاد و فرهنگ؛ ۳- ارتباط با همشاگردی‌ها و همسالان و ٤- خانواده.

باید توجه داشت که تفاوت‌های ناشی از رشد شناختی و سبک‌های یادگیری شاگردان در یک کلاس جدید به راحتی برای معلمان آشکار نخواهد شد. در حالی‌که تفاوت‌های ناشی از موارد بالا ملموس‌تر می‌باشند. مثلاً چنانچه افراد یک کلاس از تفاوت‌های فرهنگی و خانوادگی بارزی برخوردار باشند، این اختلاف‌ها می‌تواند اثراتی اساسی در یادگیری ریاضیّات آنان بر جای گذارد. در عین حال، برخی از معلمان سؤال می‌کنند آیا عضویت در گروه‌های چهارگانه‌ی بالا ارتباطی با آموزش فراگیران به مثابه‌ی افراد انسانی (توجه به تفاوت‌های فردی) دارد؟ یا می‌توانیم بدون توجه به جنسیت و نژاد و فرهنگ و خانواده‌ی افراد آموزش ریاضی را تنها بر پایه‌ی تفاوت‌های طبیعی ناشی از طرحواره‌های ذهنی و مفهومی و سبک‌های شناختی آنان بنا نهیم؟ واقعیت این است که پژوهش‌ها و گزارش‌های علمی، تأثیر جنسیت را در عملکردهای علمی و اجتماعی افراد و فراگیران نشان داده است، به‌طوری‌که نادیده انگاشتن

Scanned by CamScanner

تفاوت‌های ناشی از جنسیت افراد، غیرعلمی به نظر می‌رسد.

به دلیل اهمیت و نقش دو مقوله‌ی جنسیت و خانواده در یادگیری ریاضی، در این نوشتار، اجمالاً به آن‌ها خواهیم پرداخت.

▪ **جنسیت:** برخی پژوهش‌ها و مشاهدات علمی نشان داده است که دختران در مقایسه با پسران از عملکرد پایین‌تری در ریاضیّات برخوردار بوده‌اند و یا نگرش پسران نسبت به ریاضیّات مطلوب‌تر است، یا توجه عمومی پسران در کلاس درس بیشتر از دختران می‌باشد. خوشبختانه تلاش‌های زیادی در عرصه‌ی آموزش ریاضیّات در جریان است که دختران با یافتن اعتماد به نفس بیشتری نسبت به توانایی‌های خود در یادگیری ریاضیّات بکوشند و از ظرفیت‌های خدادادی خود در فرصت‌های فراهم شده‌ی مدرسه و بعد از آن بهره‌جویی لازم را به عمل آورند. به نظر می‌رسد فراهم آوردن فرصت‌های مناسب اجتماعی و مبارزه با رویکردهای انحصارگرایانه و سنّتی می‌توانند دختران را در وضعیت‌های مطلوب‌تری از فعالیت‌های ریاضی قرار دهد. پیشنهادهای زیر می‌توانند دختران را در یادگیری مطلوب‌تر ریاضیّات یاری دهند و آنان را برای غلبه بر ناکامی‌های ناشی از جنسیت خود آماده‌تر سازند. این موارد عبارتند از:

۱- معلمان ریاضی مراقب باشند که عملکرد آنان ممکن است حاوی پیام‌های پنهانی‌ای باشد که موجب بروز رفتارهای متفاوتی در پسران و دختران به‌ویژه در موارد زیر گردد:

الف- عملکرد ریاضی؛

ب- نگرش نسبت به رشته‌های مختلف؛

ج- انتخاب ریاضیّات برای ادامه‌ی تحصیل؛

د- فرصت‌های استخدامی بعد از تحصیلات دبیرستان و آموزش عالی.

۲- تبلیغ و ترویج این طرز تلقی و نگرش که بسیاری از زنان ریاضی‌دان، افرادی موفق در زندگی و کار خود بوده‌اند.

۳- تشویق دختران و پسران (به‌طور مساوی) برای فعالیت در همه‌ی جنبه‌های ریاضیّات از جمله ارائه‌ی مطالب.

۴- تشویق دختران به بحث و کار گروهی و کارهای تحقیقاتی؛ زیرا آنان آموزش سنتی در کلاس درس را ترجیح می‌دهند. بنابراین، تشویق دختران به مشارکت در کلاس و فعالیت‌های گروهی می‌تواند اعتماد به نفس آنان را در کار ریاضی تقویت کند.

Scanned by CamScanner

▪ **خانواده:** علاوه بر موضوع جنسیت، همان‌طوری که در فصل اول بحث شد، نمی‌توان تأثیر خانواده و محیط خانوادگی فرد را در یادگیری ریاضیّات نادیده انگاشت. برخی از شاگردان از این شانس و موقعیت برخوردارند که تعلیم و تربیت آنان مورد حمایت و تشویق خانواده‌شان می‌باشد، خصوصاً میزان حمایت از یادگیری ریاضیّات به‌طور فاحشی در خانواده‌ها متفاوت است. پدر و مادر علاقمند به ریاضیّات یا دارای دانش و تجربه‌ی ریاضی می‌توانند بهترین فرصت و مزیت را برای فرزندان‌شان در آموزش ریاضیّات فراهم آورند. دانش‌آموزانی که از چنین امکانی برخوردار هستند طبعاً از مزیت بزرگی بهره‌مندند که دیگران با داشتن والدین غیرعلاقمند و ناآگاه به ریاضیّات فاقد آن هستند. پاره‌ای از پژوهش‌ها نشان داده‌اند که حضور پدر در خانواده و کمک او به درس ریاضی فرزند، تأثیر مناسبی در پیشرفت وی داشته است. در حالی‌که حضور مادر پیشرفت کلامی فرزندان را در بر دارد. شغل و میزان تحصیل والدین نیز بر عملکرد ریاضی بچه‌هایشان مؤثر می‌افتد. این موضوع که چه مقدار معلم ریاضی می‌تواند بر پیشرفت بچه‌هایی که به دلیل مسائل خانوادگی دچار مشکلات ریاضی می‌شوند، مؤثر باشد، جای تردید است؛ ولی این تردید نباید موجب خودداری از کمک به این قبیل دانش‌آموزان بشود. به هر حال، دانش‌آموزان در طول دوره‌ی دبیرستان خود ده‌ها و بلکه صدها ساعت را در کلاس‌های ریاضی می‌گذرانند که این فرصت خوبی است برای شناخت ظرفیت‌های آنان و کمک به پیشرفت ریاضی‌شان. در این مورد پیشنهادهای زیر ممکن است کارساز باشند:

۱- تشویق دانش‌آموزان به این‌که نسبت به توانایی‌ها و ظرفیت‌های خود در یادگیری ریاضیّات اعتماد به نفس داشته باشند. به عبارت دیگر، نسبت به رشد و توسعه‌ی اطمینان ریاضی شاگردان با روش‌های مناسب عملی اقدام شود.

۲- برقراری ملاقات‌هایی با والدینی که احیاناً نظر مساعدی نسبت به ریاضیّات ندارند و یا از اهمیت آن غافلند.

۳- همیشه فرض را بر این قرار دهیم که یک دانش‌آموز ظرفیت بیشتری از آنچه در برخی از اوقات نشان می‌دهد، برای پیشرفت در ریاضیّات دارد.

۴- در عین حال از تحمیل فشارهای نامتناسب بر محصلان و داشتن انتظارهای ناهماهنگ با ظرفیت‌های آنان خودداری شود.

۵- توجه به بنیه و فقر اقتصادی و فرهنگی- اجتماعی خانواده.

در یک جمع‌بندی کوتاه از آنچه در مورد تفاوت‌های فردی تا کنون گفته‌ایم، تأکید بر این

Scanned by CamScanner

پیام است که دانش‌آموزانی در کلاس ما وجود دارند که مانند ما نمی‌اندیشند و مانند ما یاد نمی‌گیرند، بلکه عامل‌های زیادی بر نحوه‌ی تفکر آنان مؤثرند که عبارتند از:

۱- سبک‌های یادگیری شاگردان؛

۲- توان تفکر تصویری و شهودی؛

۳- یادگیری معنادار یا غیرمعنادار؛

۴- بافت و زمینه‌ای که ریاضیّات در آن مطرح می‌شود؛

۵- مشکل خوانش‌پریشی؛

۶- سرفصل‌ها؛

۷- ترتیب روان‌شناختی و منطقی مفاهیم؛

۸- عضویت در گروه‌های چهارگانه (جنسیت، نژاد و فرهنگ، ارتباط با همشاگردی‌ها و خانواده).

بنابراین

۱- انتظار نمی‌رود هیچ محصلی با همان شیوه و راهی که معلمش می‌اندیشد، فکر کند و یاد بگیرد.

۲- انتظار نمی‌رود که هیچ دو دانش آموزی مانند یکدیگر فکر کرده و یاد بگیرند.

توجه به این گفته‌ی آزوبل که "باید از دانش موجود دانش‌آموزان خود شروع کنیم"، به همراه درک این واقعیت که فراگیران و مخاطبان با شیوه‌های متفاوت می‌اندیشند، ما را به این مهم رهنمون می‌سازد که در ارائه‌ی مطالب درسی و اتخاذ شیوه‌های آموزشی خویش، افراد را مد نظر داشته باشیم؛ نه کلاس را به‌صورت موج انسانی و گروه‌های یکسان!

ریاضیّات و یادگیری

به عنوان یک آموزشگر ریاضیّات علاقمند هستیم که در شاگردان خود توان و قابلیّت ریاضی مناسبی را ایجاد کنیم، توانایی‌ای‌که ریاضیّات را بفهمند و انجام دهند و به‌کار گیرند. تحولات سال‌های اخیر در آموزش ریاضیّات دبیرستانی، به‌ویژه در کشورهای توسعه‌یافته موجب شده است که ریاضیّات در بافت‌ها و زمینه‌های مختلف ارائه شود و از صورت یک سلسله تکنیک‌ها و شیوه‌های به‌ظاهرً نامربوط خارج شود. در عین حال، از آن‌جا که در برنامه‌های جدید آموزش ریاضیّات دبیرستانی در غرب تأکید کمتری روی مهارت‌های ذهنی صورت می‌پذیرد، به نظر می‌رسد که کفایت دانش‌آموزان در انجام دروسی مانند حساب و جبر

Scanned by CamScanner

و عملیات و محاسبه‌های جبری کاهش یافته است. نگارنده نیز در مطالعه‌ی برگه‌های امتحانی دانشجویان، ضعف دانشجویان ریاضیّات عمومی را در انجام عملیات جبری مشاهده کرد و در صحبت‌هایی که با اساتید آنان و برخی ریاضی‌دانان دیگر داشت، این موضوع به‌عنوان یک ضعف عمومی در میان دانشجویان انگلیسی نیز مورد تأیید بود. به هر حال، مطلوب آرمانی همه‌ی ما این است که شاگردان‌مان در هر دو جنبه‌ی درک مفاهیم ریاضی و کسب مهارت‌ها از بنیه و توان لازم برخوردار شوند.

در ریاضیّات عامل‌هایی وجود دارند که خواه ناخواه بر شیوه‌ی یادگیری آن تأثیر می‌گذارند. در یک دسته‌بندی کلی این عامل‌ها عبارتند از:

۱- قراردادها، ۲- مفاهیم، ۳- فرآیندها، ٤- نتایج، ٥- تکنیک‌ها و ٦- حل مسأله.

بنابراین، در فراگیری و آموزش ریاضیّات باید این مقوله‌ها مورد توجه قرار گیرند.

• قراردادها[1]

زندگی روزمره و اجتماعی ما پر از قراردادهای متنوع است؛ به طوری‌که این قراردادها به نحوی چشمگیر موجب تسهیل رفتارهای اجتماعی و ارتباط‌ها و کاهش مشکلات مردم می‌شود؛ مثلاً قراردادهای موجود در رانندگی، واحدهای اندازه‌گیری، پول، قوانین و... از ضروریات یک زندگی اجتماعی و جامعه‌ی متمدن است. در ریاضیّات نیز قراردادها و نمادها از مهم‌ترین ابزارهای یادگیری، آموزش و تبادل مقوله‌های ریاضی است. عدم فراگیری و در نتیجه عدم تسلط بر این قراردادها و استفاده‌های مناسب از آن‌ها موجب دشوارهای جدی در فعالیت‌های ریاضی خصوصاً ریاضیّات مدرسه‌ای خواهد شد.

در ریاضیّات مقدماتی، نماد (توان) قراردادی است که برای خلاصه‌نویسی ضرب به کار می‌گیریم. مثلاً $۲^۳=۲\times۲\times۲$ یا جهت مثلثاتی (عکس حرکت عقربه‌های ساعت)، جهت‌های مثبت و منفی محورهای مختصات، =، <، > نماد Σ، $۱\times۲\times۳\times...\times n=n!$، $i=\sqrt{-۱}$، حذف علامت ضرب قبل از یک حرف یا یک پرانتز، کار کردن با انتگرال‌ها و... که پشت سر آن‌ها مفاهیم بنیادی نهفته است. به‌طور کلی می‌توان گفت که تمام نمادهای موجود در ریاضیّات در واقع قراردادهایی عمومی، علمی و بین‌المللی هستند که به مثابه‌ی زبان تفاهم و گفتمان رفتار ریاضی عمل می‌کنند. معرفی درست قراردادها و نمادهای ریاضی و چگونگی به‌کارگیری آن‌ها، به‌ویژه در مراحل مدرسه‌ای و ریاضیّات مقدماتی، از زمره‌ی وظایف مهم یک معلم ریاضی

1. convention

است. منطق ریاضی نیز می‌کوشد تا قوانین و شیوه‌های به‌کارگیری درست قراردادها و نمادهای ریاضی را بر اساس استدلال‌ها و استنتاج‌های انجام شده نشان دهد و از خطاهای ناشی از استفاده‌ی نامناسب آن‌ها جلوگیری کند. بدیهی است داشتن تمرین کافی و مناسب در توانایی به‌کارگیری نمادهای ریاضی خصوصاً ریاضیّات مدرسه‌ای تأثیر به‌سزایی دارد.

• مفاهیم ریاضی[1]

واژه‌ی مفهوم در ریاضیّات بسیار مهم قلمداد می‌گردد و به طرق مختلفی به‌کار گرفته می‌شود. از یک دیدگاه، مفهوم، ایده‌ها و مقوله‌هایی را تعریف می‌کند که از آن‌ها ریاضیّات ساخته شده است؛ مثلاً اعداد، جمع، تفریق، ضرب و...، بزرگتری یا کوچکتری، خط، دایره، محیط، سینوس، کسینوس، متغیرها، مشتق، تابع و...، همه‌وهمه بیانگر نام‌هایی هستند که مفاهیم ریاضی را نشان می‌دهند. در ریاضیّات مجرد، غالب این مفاهیم تعریف شده‌اند یا به عبارت دیگر مفاهیم ریاضی اغلب توسط تعریف‌های صوری و مجردشان یاد گرفته می‌شوند. بنابراین می‌توان گفت: مفاهیم ریاضی عمدتاً مقوله‌هایی تعریف شده هستند و یک مفهوم تعریف شده[2] که توسط یک عبارت یا فرمول ریاضی تبیین می‌شود، ممکن است ترکیبی‌از یک یا چند مفهوم دیگر باشد که دیگر ارتباطی با جهان فیزیکی ندارند. به قول گانیه (۱۹۸۵)، در واقع تعریف‌های ریاضی اساساً تعریف‌هایی ساختگی هستند که فراگیران با آن‌ها مواجه شده و موجب برانگیختگی آنان نسبت به الگوهایی می‌شود که طبعاً در زندگی روزمره‌شان یافته نمی‌شود. بنابراین، توانایی درک و غلبه بر مفاهیم ریاضی و کار کردن با آن‌ها به‌گونه‌ای انعطاف‌پذیر و متغیر، از جمله مهم‌ترین اهداف یادگیری ریاضیّات است.

از سوی دیگر، تعریف خالص منطقی مفاهیم ریاضی (نگرش منطقی) به اعتقاد بسیاری از پژوهشگران آموزش ریاضی نمی‌تواند بصیرت لازم را در یادگیری ریاضیّات برای یادگیرنده‌ها فراهم آورد؛ بلکه تصویرهای شخصی ذهنی افراد و فرآیندهای شناختی‌شان نقش مهمی در رشد و تظریف مفاهیم آموزش داده شده دارند. به‌علاوه، ترتیب منطقی یعنی ترتیبی که ما ریاضیّات را آموزش می‌دهیم، همواره به عنوان یک ترتیب مناسب برای افراد نیستند. به عبارت دیگر، در بسیاری از موارد ترتیب‌های منطقی معنادار برای معلم ریاضی دارای ترتیب معنایی مناسبی نزد شاگردان نخواهد بود (تال و وینر[3]، ۱۹۸۱).

Scanned by CamScanner

اصولاً از نظر روان‌شناختی، فراگیر مجبور است یک مفهوم را در ذهن و اندیشه‌ی خود شکل و توسعه دهد، مثلاً مفهوم متغیر (x یا y) از جمله مفاهیمی است که به تدریج در ذهن فرد بسط و توسعه می‌یابد. در خلال این دوره، مجموعه‌ای از ارتباط‌ها یا ساختارهای مفهومی در اندیشه‌ی یادگیرنده توسعه می‌یابد و موجب ربط مفهوم متغییر با سایر مفاهیم ریاضی مانند فرمول‌ها، جانشین‌سازی، تابع، منحنی‌ها، حد و پیوستگی، مشتق‌گیری، ماکزیمم و می‌نیمم نمودن تابع‌ها و... می‌شود. اصولاً هنگامی‌که یک مفهوم ریاضی در ذهن فرد شکل گرفت، به سرعت مفاهیم محدودتر یا مبسوط‌تر نیز از آن ناشی خواهد شد. به عنوان مثال در آمارگیری از یک کلاس درس، تعداد افرادی که خویشاوند هستند، مثالی از یک متغیّر گسسته می‌باشد که در مقابل متغیّر پیوسته‌ای مانند اندازه‌ی قد افراد کلاس مطرح می‌شود.

تقسیم‌بندی مفاهیم

اسکمپ (۱۹۸۹)، در یک نگرش کلی مفاهیم را به دو دسته‌ی زیر تقسیم می‌کند:

۱- مفاهیم اولیه[1]؛

۲- مفاهیم ثانویه[2]

۱- مفاهیم اولیه: مفاهیمی هستند که مستقیماً از تماس با طبیعت و تجربه‌های حسی ما ناشی می‌شوند و در زندگی روزمره به سادگی قابل دسترسی می‌باشند. مثلاً مفهوم پروانه، زنبور عسل، مورچه، عروسک و... مفاهیمی اولیه هستند که کودکان علاقمند می‌باشند که با لمس کردن نامشان را نیز یاد بگیرند.

۲- مفاهیم ثانویه: آن دسته مفاهیمی که از مفهوم‌های دیگر ناشی می‌شوند، مفاهیم ثانویه هستند. به عنوان مثال مفهوم رنگ مفهومی ثانویه است و زمانی در ذهن ما شکل می‌گیرد که دریابیم مفاهیم سبز، زرد، آبی، قرمز، و غیره چه چیز مشترکی دارند. هنگامی این عامل مشترک (یعنی رنگ) را شناختیم، به‌راحتی درمی یابیم که نارنجی هم یک رنگ است، اما مربع رنگ نیست.

بنابراین مفاهیم ثانویه وابسته و متکی به سایر مفاهیمی هستند که خود می‌توانند مفهوم‌های اولیه یا مفاهیم ثانویه‌ی دیگری باشند. این فرآیند در بیشتر اوقات تکرار شده و مفاهیم جدید به صورت مقولاتی مجرد و جدا شده از تجربه‌های حسی درمی‌آیند. مفاهیم ریاضی عمدتاً مفاهیم ثانویه هستند که در زنجیره‌ای از مقوله‌ها و عملیات مجرد واقع می‌شوند و در نتیجه این

1. primary concepts
2. secondary concepts

Scanned by CamScanner

مجرّدسازی فراوان و پی‌درپی به‌وجود می‌آیند. مفهوم میدان اعداد گویا، حقیقی، مختلط، مفاهیمی چون تابع، حد و... در ریاضیّات مقدماتی و عالی همه در شمار مقوله‌هایی ثانویه هستند و غیرقابل دریافت در جهان فیزیکی و ملموس پیرامون شاگردان ما.

سلسله مراتب مفهومی در ریاضیّات[1]

همان‌طوری‌که قبلاً نیز گفته‌ایم، ریاضیّات دانشی است تراکمی که هر مفهوم بر پایه‌ی مفهوم دیگری نهاده می‌شود، یعنی دارای ویژگی سلسله مراتب مفهومی است. این ویژگی طبیعی مباحث ریاضی موجب شده است تا آموزش و یادگیری آن از ظرافت، دقت و اهمیت خاصی در ابعاد مختلفی برخوردار شود. اگر مفهوم A مثالی از مفهوم B باشد و B مثالی از مفهوم C، در این صورت می‌گوییم که مفهوم C دارای مرتبه‌ی بالاتری از مفهوم B و مفهوم B نیز از مرتبه‌ای بالاتر در مقابل مفهوم A برخوردار است. در این‌جا «از مرتبه‌ی بالاتر» به معنی «مجرد شده از» یا «بیشتر مجرد» می‌باشد و این خود بدین معناست که مفهوم موردنظر ما با افزایش سلسله مراتب مفهومی خود از تجربه‌ی دنیای بیرون بیشتر خارج می‌شود.

طبیعی است که این مقایسه تنها در مقایسه میان مفاهیم موجود در یک سلسله مراتب مفهومی معتبر است. اسکمپ در یک رویکرد دیگر مفاهیم را به‌طور کلی و مفاهیم ریاضی به‌طور اخص را به دو دسته تقسیم می‌کند:

۱- مفاهیم با مرتبه‌ی بالاتر[2]؛

۲- مفاهیم با مرتبه‌ی پایین‌تر[3]

در این تقسیم‌بندی هر چه مرتبه‌ی مفهوم بالاتر باشد، مجردتر بوده و هر چه مرتبه‌ی پایین‌تری داشته باشد، از تجرد و پیچیدگی‌اش کاسته می‌شود و به جهان محسوس نزدیک‌تر است. در مثال قبل دیدیم که مفهوم رنگ مجردتر از مفاهیم سبز، زرد و قرمز است. این مفاهیم، تشکیل‌دهنده‌ی یک سلسله مراتب مفهومی‌اند که واژه‌های مرتبه‌ی بالاتر و مرتبه‌ی پایین‌تر بیانگر نوعی ارتباط متساوی این واژه‌ها با تجرد بیشتر و تجرد کمتر است. در آموزش و یادگیری مفاهیم و مهارت‌های ریاضی، مفاهیم و مهارت‌های با مرتبه‌ی بالاتر (مجردتر) و مفاهیم با مرتبه‌ی پایین‌تر (محسوس‌تر) در یک سلسله مراتب مفهومی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار می‌باشند. ما می‌توانیم جغرافیای ایران را بدون داشتن هرگونه دانشی درباره‌ی جغرافیای فرانسه یا آلمان مطالعه کنیم، ولی فهمیدن مفهوم ارزش مکانی که اغلب به غلط به

مثابه‌ی مفهوم مقدماتی و اولیه شناخته می‌شود، وابسته به همه‌ی مفاهیم زیر است:

۱- اعداد طبیعی، ۲- ترتیب، ۳- شمارش، ٤- اشیای واحد، ۵- مجموعه‌هایی از چیزها، ٦- مجموعه‌ها همچون مقوله‌هایی تنها (مجرد)، ۷- مجموعه‌هایی از مجموعه‌ها، ۸- ارقام (اعداد) و تفاوت میان آن‌ها و اعداد، ۹- مبناهای شمارش (دهدهی).

نه فقط این مقوله‌ها که خود مفاهیم ثانویه هستند و از تجرد بالاتری برخورد می‌باشند، بلکه باید مفاهیم و مقوله‌هایی دیگر را همراه با ارتباط‌هایشان نشان دهیم که نیازمند به یک شکل بزرگ هستیم. مفاهیم تابع و تابع‌های پیوسته، تابع‌های مشتق‌پذیر فضاهای متریک R و R^2 و C و فضاهای توپولوژیک و سایر مفاهیمی را که در ریاضیّات فرامی‌گیریم از این دسته‌اند. با توجه به میزان و درجه‌ی تجرد مفاهیم در ریاضی، آن‌ها به صورت مفاهیم با مرتبه‌ی بالاتر یا مرتبه‌ی پایین‌تر درمی‌آیند. مثلاً رابطه‌ی قبل از مفهوم تابع و مفهوم مجموعه‌ی قبل از مفهوم رابطه و به همین ترتیب قرار می‌گیرند.

در تدریس و یادگیری یک مفهوم جدید ریاضی باید تلاش کرد که مفاهیم ساده‌تر و از مرتبه‌ی پایین‌تر را که در تشکیل مفهوم موردنظر ما مشارکت دارند بشناسیم و دریابیم که مجدداً در ساختن این مفاهیم ساده‌تر چه مفهوم‌های ساده‌تر دیگری شرکت داشته‌اند تا به مفاهیم نسبتاً آشنا و محسوس‌تر و اولیه برسیم؛ مفاهیمی که قابل فهم‌تر برای دانش‌آموزان به‌ویژه در مراحل اولیه‌ی یادگیری ریاضیّات باشند. به اعتقاد بسیاری از مربیان ریاضی و متخصّصان آموزش ریاضی، وقتی در آموزش یک مفهوم نسبتاً پیچیده و مجرد ریاضی طرح مناسبی از سلسله مراتب مفاهیم ساده‌تر و به‌هم مرتبط سازنده آن را به محصّلان ارائه دهیم، در واقع عمل دشوار فراگیری مفاهیم ریاضی را آسان‌تر کرده‌ایم. این آنالیز مفهومی[1] هر چند نیاز به تجربه و کار بیشتری از ارائه‌ی یک تعریف مجرد ریاضی دارد، ولی نتایج جالب و ارزنده‌ای را، به‌ویژه برای دانش‌آموزان کندتر فراهم می‌آورد. به طور خلاصه باید گفت که:

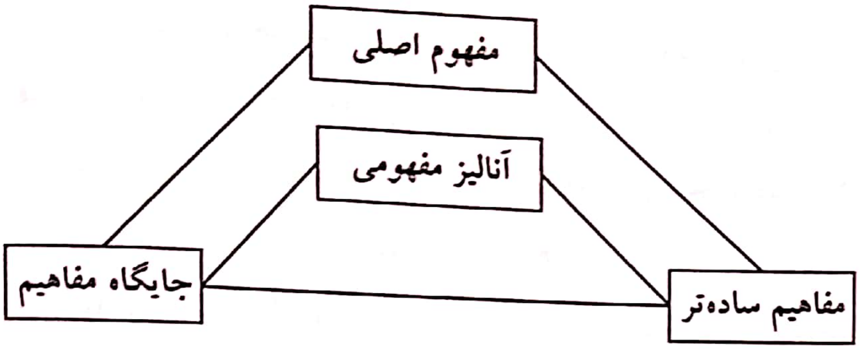
۱- تشخیص مفاهیم ساده‌تر شرکت‌کننده در ساختار یک مفهوم ریاضی؛

۲- تشخیص جایگاه مفاهیم سازنده‌ی یک مفهوم پیچیده‌تر در سلسله مراتب مفهومی؛

۳- درک ارتباط و تعامل میان مفاهیم ساده‌تر (با مرتبه‌ی کمتر) با هم و ارتباط آن‌ها با مفهوم اصلی، سیستم معناداری را می‌سازد که به کمک آن درک و پردازش مفاهیم ریاضی تسهیل می‌شود. شکل زیر مدل آنالیز مفهومی را نشان می‌دهد.

1. conceptual

Scanned by CamScanner



نمودار ۵-۱- مفاهیم

✍ **تمرین:** یک مفهوم دلخواه ریاضی را انتخاب نمایید و سلسله مراتب مفهومی آن را مشخص کنید.

• فرآیندها[1]

به‌طور کلی یک فرآیند می‌تواند به مثابه‌ی راه انجام یک کار یا یک شیوه‌ی عمل در نظر گرفته شود. هنگامی که افراد مسأله‌ای را حل می‌کنند، لحظه‌هایی وجود دارد که لازم است آنان برای جریان بعدی عمل، تصمیم بگیرند. ممکن است ضرورت داشته باشد که ابتدا به مسأله‌ای ساده‌تر بپردازند، به مثال‌های ویژه‌ای توجه کنند، برای الگوهایی جستجوکننده حدس‌هایی بزنند و آن‌ها را تبیین کنند، به تعمیم و مهارت‌ها بپردازند، کار خود را بررسی نمایند و بالاخره نتیجه‌ای را اثبات کنند. هر کدام از این موارد یک فرآیند ریاضی را توصیف می‌کنند.

مهم‌ترین توان فرآیندها این است که آن‌ها قابل انتقال و تبدیل ازحل یک مسأله به حل مسأله‌ای دیگر هستند و از کاربرد بسیار گسترده‌ای برخوردار می‌باشند. در مقایسه با فرآیندها، تکنیک‌ها از دامنه‌ی عمل بسیار محدودتری برخوردارند؛ زیرا آن‌ها شامل مجموعه‌ای از قاعده‌های خوش‌تعریف هستند و در نتیجه غیرقابل انعطافند.

هدف ما از بیان این تفاوت، تأکید بر اهمیت بیشتر فرایندها در مقایسه با تکنیک‌ها نمی‌باشد، بلکه آن‌ها در واقع مکمل یکدیگرند.

نتایج

بیشتر ریاضیّات صوری با قضایا و گزاره‌هایی سروکار دارند که مفاهیم ریاضی را به یکدیگر پیوند می‌دهند و با یک فرآیند اثباتی ساخته می‌شوند. واژه (قضیه) به مهم‌ترین گزاره‌هایی از این نوع اطلاق می‌شود. در حالی‌که گزاره‌هایی مرتبط با برخی از این قضایا نتایج قابل استفاده‌ای را بنا می‌نهند. امروزه هر چند که اثبات‌های پیچیده‌تر ریاضی در بسیاری از

---

1. processes

کشورها برای سنین ۱۶-۱۱ سالگی کمتر مورد توجه هستند ولی باید متقاعد شویم که این نتایج در یک فرآیند استدلالی مورد استفاده قرار می‌گیرند. نکته‌ی قابل توجه این است که نتایج ریاضی متمایز از تعریف‌ها هستند.

به عنوان مثال

۱ـ مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلثی برابر ۱۸۰ درجه است.

۲ـ مساحت یک دایره برابر πr^2 می‌باشند و نمونه‌های دیگر از این قبیل که در ریاضیّات مدرسه‌ای فراوان دیده می‌شود و بدون توجه به اثبات آن‌ها مورد استفاده‌ی دانش‌آموزان قرار می‌گیرند. در ریاضیّات مجرد، نتایج با کمک اثبات‌ها قابل ارائه و تبیین هستند، در حالی‌که تجربه نشان داده است که بسیاری از شاگردان به ویژه در سنین ۱۶-۱۱ سالگی در مقابله و برخورد با اثبات‌های ریاضی دچار مشکل می‌باشند. در این قبیل مواقع بهره‌گیری از استدلال استقرایی می‌تواند نقش عمده‌ای در افزایش اعتماد به نفس فراگیران در به‌کارگیری صحیح نتایج داشته باشد. هنگامی که نتیجه‌ای در ریاضی به شکلی رضایت‌بخش برای فراگیر ساخته می‌شود، به منظور تقویت و تثبیت آن باید تمرین‌های متفاوتی به وی ارائه شود. یادگیری کاربردهای گسترده‌ی نتایج، طبعاً موجب افزایش کارآیی دانش‌آموزان در استفاده‌ی مطلوب‌تر از آن‌ها در موقعیت‌های مختلف کار در ریاضیّات خواهد بود.

• تکنیک‌ها

منظور از تکنیک در ریاضیّات، ارائه‌ی راهکارهایی مبتنی بر قاعده یا قاعده‌هایی خوش‌تعریف می‌باشد. این قاعده‌ها ممکن است شیوه‌های محاسبه در حساب و عملیات جبری در ریاضیّات کلاسیک باشند که موجب ایجاد الگوریتم‌هایی برای انجام عملیات ریاضی می‌شوند.

محاسبه‌ی بزرگترین عامل مشترک و حل معادله‌های درجه‌ی اول و دوم و رسم شکل‌های هندسی مانند ترسیم نیمساز زاویه یا رسم دایره‌ی محیطی یک مثلث، یافتن حوزه‌ی تعریف و مقادیر در بسیاری از تابع‌ها و یا محاسبه‌ی انتگرال‌ها به کمک قاعده‌های کلاسیک، همه‌وهمه نمونه‌هایی از تکنیک‌هایی هستند که در حل مسائل متنوع ریاضی به‌کار می‌روند. در عین حال برخی شاگردان مستعدتر می‌کوشند در کنار روش‌های الگوریتمی و استفاده از دستورالعمل‌های کلاسیک، از روش‌ها و راهبردهای خودساخته استفاده کنند. بنابراین به منظور تقویت تفکر ریاضی شاگردان و ایجاد چالش‌های رغبت‌انگیز در کار ریاضی باید فرصت‌هایی فراهم شود

Scanned by CamScanner

تا فراگیران ضمن یادگیری قاعده‌ها و روش‌های متداول و کلاسیک و تسلط بر استفاده‌ی از آن‌ها، تکنیک‌های مناسب و روش‌های خودشان را در انجام تکالیف ریاضی به‌کار گیرند. در مراحل پیشرفته‌تر انتخاب یک روش و یا راهبردی بهینه برای حل یک مسأله‌ی ریاضی نیازمند تأمل و تجربه بیشتری است. توانایی استفاده و کاربرد یک تکنیک را مهارت می‌نامیم. یادگیری یک مهارت نیازمند انجام مراحل تشکیل‌دهنده‌ی یک تکنیک و چگونگی اتصال و ارتباط این مراحل با یکدیگر است.

Scanned by CamScanner

فصل ششم

ناتوانی‌های یادگیری در ریاضیّات

در حوزه‌ی آسیب‌شناسی رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان، توجّه به ناتوانی‌های یادگیری شاگردان از اهمیّتی اساسی برخوردار است. اصولاً در فرایند یاددهی- یادگیری ریاضیّات، بسیاری از شاگردان دچار پنداشت‌های غلط از مفاهیم، مهارت‌ها و الگوریتم‌های ریاضی می‌شوند و آنان را به سمت یادگیری حافظه‌ای و غیرمعنادار سوق می‌دهد. بروز پدیده‌ی بدفهمی در هر فعّالیّت آموزشی امری طبیعی و اجتناب‌ناپذیر است که نباید مورد بی‌توجّهی و غفلت معلّمان قرار گیرد. مشکلات یادگیری ناشی از برداشت‌ها و پنداشت‌های غلط مفاهیم ریاضی در مقایسه با سایر ناتوانی‌های یادگیری ناشی از نارسایی‌های ذهنی و جسمی مانند نارساخوانی[1]، نارسانویسی[2] و حتّی نارسایی در حساب کردن[3] کمتر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. پنداشت‌های غلط و پردازش‌های نامناسب اطلاعات ریاضی توسط شاگردان به ویژه در موقعیت حلّ مسأله عمدتاً ناشی از شکل‌گیری ناقص دانش مفهومی[4] و دانش اجرایی[5] آنان می‌باشد.

باید توجّه داشت که بدفهمی‌های شاگردان در درس ریاضی از طبیعت، اهمیّت و

1. Dyslexia
2. Dysgraphia
3. Dyscalculia
4. Conceptual Knowledge
5. Procedural Knowledge

Scanned by CamScanner

پیچیدگی‌های متفاوتی برخوردارند و طبعاً دلایل و چگونگی پیدایش و گسترش آن‌ها نیز متفاوت است. در اینجا به نمونه‌هایی از کشمکش‌های ذهنی شاگردان در ریاضیّات مقدماتی اشاره می‌کنیم:

۱- بسیاری از کودکان به آسانی نمی‌توانند الگوریتم‌های ریاضی و دلایل انجام آن‌ها را بیاموزند. برای مثال آنان در نخستین تجربه‌های خود از عمل تفریق، یاد می‌گیرند که همواره عدد کوچک‌تر را از عدد بزرگ‌تر کم کنند؛ در حالی‌که این عمل دانش مفهومی همیشگی و پایداری نمی‌باشد. براون و برتون (۱۹۸۱) به نقل از گلاور و همکاران (۱۹۹۰)، از طریق بررسی و تحلیل عملکرد هزاران کودک دبستانی، بیش از ۳۰۰ نوع از اشکال‌های مختلف عمل تفریق را تشخیص دادند.

۲- عمل ضرب به عنوان فرایند بزرگ‌تر شدن آموخته می‌شود؛ در حالی‌که ضرب در اعدادی مانند $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۲}{۳}$ و ۰/٦ موجب کوچک‌تر شدن اشیا می‌گردد (چنین اشتباهی در مورد عمل تقسیم اتفاق می‌افتد).

۳- در کسرها بزرگ کوچک‌تر می‌شود. به عنوان مثال $\frac{۱}{۹}$ کوچک‌تر از $\frac{۱}{۲}$ است. یا به‌طور کلی $\frac{b}{a} \neq \frac{a}{b}$؛ در حالی‌که در سایر موارد ab=ba (۳×٤=٤×۳) یا (a+b=b+a). در صورتی که $a-b \neq b-a$.

٤- به بچّه‌ها می‌گوییم که ضرب یک، آن عدد را تغییر نمی‌دهد؛ امّا می‌بینند که در کسرها، مثلاً $\frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۵}{۵} \times \frac{۲}{۳}$؛ یعنی این‌که ظاهر کسر تغییر کرده است.

۵- در جبر، x را به عنوان نمادی متغیّر برای هر عددی به کار می‌بریم؛ ولی از بچّه‌ها می‌خواهیم که در عبارت ۲x+۸=۲۰ برای x یک عدد معین بیابند.

٦- به‌طور معمول اعمال جمع، تفریق و ضرب را از راست به چپ انجام می‌دهیم و تقسیم را از چپ به راست.

۷- در جمع و تفریق کسرها بیشتر اوقات به شکل زیر عمل می‌کنند:

$$۱ = \frac{۳}{۳} = \frac{۸-۵}{۹-٦} = \frac{۵}{٦} - \frac{۸}{۹} \quad \text{یا} \quad ۲ = \frac{۱۸}{۹} = \frac{۱۲}{۵} + \frac{٦}{٤}$$

✍ **تمرین:** آیا نمونه‌های دیگری از غلط‌های رایج شاگردان دبستانی و راهنمایی را سراغ دارید؟

Scanned by CamScanner

اکنون با چند پرسش اساسی روبرو هستیم که یافتن پاسخ‌های علمی مناسب بـرای آن‌هـا نیازمند تحقیق و مطالعه‌ی بسیاری است. این پرسش‌ها عبارتند از:

- فهمیدن و بد فهمیدن در ریاضیّات چیست؟
- انواع فهم‌های مورد نیاز برای فعالیت‌های ریاضی کدامند؟
- چه عواملی موجب پیدایش بدفهمی و پنداشت‌های غلط نزد شاگردان می‌شوند؟
- چرا و چگونه بدفهمی‌ها در یادگیری مداخله می‌کنند و موجب یادگیری‌هـای طـوطی‌وار می‌شوند؟
- چگونه باید شاگردان را برای رهایی از کشمکش‌های ذهنی و پنداشت‌های غلط ریاضـی کمک نمود؟

•فهمیدن و بد فهمیدن در ریاضیّات

فهمیـدن ریاضـیّات و یـادگیری معنـادار آن همـواره نگرانـی جـدّی بـسیاری از معلّمـان، برنامه‌ریزان درسی و مؤلّفان کتاب‌های ریاضی بوده است. صاحب‌نظـران ایـن عرصـه همـواره کوشیده‌اند تا با چگـونگی یـادگیری مفـاهیم ریاضـی توسـط فراگیـران و مـشکلات ناشـی از بدفهمی‌های آنان آشنا شوند. پیشنهاد مدل‌های مختلف برای فهم و یـادگیری ریاضـیّات نیـز از همین منظر قابل درک است.

بارتلت (۱۹۳۲)، فهمیدن را به عنوان یک تلاش ذهنی تعریـف مـی‌کنـد کـه یـک مطلب موجود نزد فرد را به مطلب دیگری مرتبط می‌سازد. اسکمپ (۱۹۸۶)، هم فهمیدن یک مطلب را جذب آن به یک طرحـواره‌ی مناسـب مـی‌دانـد و سـزازکیس[1] (۱۹۹۸)، از جـذب بـه یـک طرحواره‌ی مجرّدتر و قوی‌تر می‌گویـد. در ریاضـیّات، فهمیـدن در عرصـه‌ای بـسیار وسـیع و متفاوت به کار می‌رود و وابسته به فعالیّت‌هـای ذهنـی مختلفـی اسـت. فهـم الگوهـا، مفـاهیم، نمادها، هم‌ارزی‌ها، مهارت‌های اجرایی، ارتباط میان اعداد و مقادیر، ارتباط میان مفـاهیم مجرّد و محسوس، ارتباط میان ریاضیّات و دنیای واقعی، ساختار خطـی اعـداد مثبـت، اسـتدلال‌هـا، اثبات‌ها، زبان ریاضـیّات، دنبالـه‌ی اعـداد و... از جملـه موضـوعاتی هـستند کـه در عرصـه‌ی ریاضیّات مورد مطالعه قرار می‌گیرند (سیرپینسکا، ۱۹۹۴)[2]. صاحب‌نظران معتقدند که فهمیـدن کم‌وبیش یک ویژگی انحصاری فردی است و طبعاً از شخصی به شخص دیگر متفاوت خواهد

1. Zazkis
2. Sierpinska

بود؛ زیرا اصولاً فراگیران در همه‌ی جنبه‌ها از جمله سبک‌های یادگیری و دانش قبلی با یکدیگر تفاوت دارند. جالب است که بدانیم کودکان حتّی زیر یک سال نیز متوجّه برخی مفاهیم ریاضی می‌شوند. وین[1] (۱۹۹۲)، در تحقیقی نشان داد که کودکان زیر پنج ماه سن انتظار داشتند که یک و یک، دو شود.

اسکمپ (۱۹۷٦، ۱۹۸۷) سه نوع فهم ریاضی را مورد بحث قرار می‌دهد که عبارتند از ۱- فهم ابزاری یا فهم بدون دلیل[2]؛ ۲- فهم واسطه‌ای یا فهم با دلیل[3] و ۳- فهم منطقی یا فهم ارتباط دادن نمادهای ریاضی با ایده‌های مربوطه. هر چند که برخی از محقّقان تفاوتی میان فهم واسطه‌ای و فهم منطقی قایل نیستند، زیرا در هر دو فهم، شاگردان باید در جستجوی روابط منطقی میان روابط و مفاهیم ریاضی باشند و برای هر فعالیّت خود، دلیل و برهانی داشته باشند و قاعده‌ای را از یک موقعیت حل مسأله به موقعیت دیگر انتقال دهند.

در فصل هفتم، فهم‌های هشت‌گانه‌ای مطرح خواهد شد که به نظر می‌رسد برای فعالیت‌های مختلف ریاضی و یادگیری معنادار آن ضرورت دارد. پی‌ری و کی‌رن[4] (۱۹۹٤، ۱۹۹۱ و ۱۹۸۹)، ایده‌ی دسته‌بندی فهم ریاضی را زیر سؤال می‌برند و معتقدند که به‌طور مجرد چنین چیزی ممکن نیست. آنان بر این باورند که فهم ریاضی، فرایندی است که توسط یک فراگیر در موضوعی خاص و در یک موقعیت ویژه اتفّاق می‌افتد. فهم ریاضی پدیده‌ای بازگشتی، فعّال و فرایندی غیرخطّی است که تفکّر در خلال سطوح پیچیده‌ای حرکت می‌کند و پردازش‌های ذهنی شکل می‌گیرد.

نکته‌ی قابل توجّه این است که هر جا آموزش و یادگیری‌ای در میان باشد امکان فراگیری ناقص و نارسای برخی از مطالب و مفاهیم مورد آموزش بسیار امکان‌پذیر است و بنابراین بدفهمی‌ها و ناتوانی‌های ناشی از آن‌ها اتّفاق می‌افتد. پنداشت‌های غلط و بدفهمی در ریاضیّات بنا بر دلایل مختلف و با شیوه‌های متفاوت توسط معلّمان و شاگردان بروز می‌نماید و عرصه‌ی آن‌ها از اشکالات و ابهام‌های جزئی تا ناتوانی‌های گسترده و مهّم تغییر می‌کند. بدفهمی‌ها در واقع چگونگی شکل‌گیری ناقص دانش و تجربه‌ی ریاضی یک شاگرد را در یک موقعیت یاددهی- یادگیری نشان می‌دهد که باید شناسایی و ریشه‌یابی گردد. در تبیین چگونگی پیدایش پنداشت‌های غلط ریاضی باید به این مهّم توجّه نمود که آن‌ها صرفاً به عنوان یک غلط یا

1. Wynn

Scanned by CamScanner

اشتباه اتفاقی مطرح نیستند؛ بلکه در قالب یک ساختار ذهنی خوب شکل‌یافته از ایده‌های ناقص قابل توجیه می‌باشند. مثلاً تمایل شاگردان به این‌که یک تناظر یک‌به‌یک فقط یک تابع می‌باشد و یا گراف یا تابع پیوسته حتماً باید دارای نمودار یکپارچه‌ای باشد، از جمله بدفهمی‌های رایج در درس حسابان است.

نکته‌ی قابل توجّه این است که وجود پنداشت‌های غلط ریاضی دارای ریشه‌ای تاریخی است و نه تنها شاگردان بلکه ریاضی‌دانان مشهور نیز در طول تلاش‌های پژوهشی و علمی خود دچار تناقض‌ها و بدفهمی‌هایی می‌شده‌اند. فیثاغورسیان یونان باستان بر این باور بودند که نسبت میان دو پاره‌خط همواره نشان‌دهنده‌ی یک کسر است؛ در حالی‌که این اعتقاد با یکی از یافته‌های اساسی آنان در تناقض بود که نسبت میان قطر و ضلع در یک مربع را نمی‌توان توسط یک کسر نمایش داد. نمونه‌ی دیگر این‌که با معرفی اعداد منفی، برخی از ریاضی‌دانان از پذیرش آن خودداری می‌ورزیدند. یکی از دلایل آنان برای امتناع این بود که با توجّه به قواعد اعداد منفی باید $\frac{-۱}{۱}=\frac{۱}{-۱}$ باشد، در حالی‌که چگونه می‌تواند نسبت میان یک مقدار بزرگ و یک مقدار کوچک (یعنی ۱ و ۱-) برابر باشد با نسبت یک مقدار کوچک و یک مقدار بزرگ (یعنی ۱- و ۱)؟! آنچه موجب چنین پنداشتی شده بود این باور بود که اعداد به تنهایی مقدار و کمیت را نشان می‌دهند؛ اتفاقاً با شروع آموزش اعداد منفی، بسیاری از شاگردان دچار این قبیل مشکلات می‌شوند.

در قرن ۱۸ میلادی تناظری که با قاعده‌ی $f(x)=x$ برای $x>۰$ و $f(x)=-x$ برای $x\leq ۰$ نشان داده می‌شد، به عنوان یک تابع تلقی نمی‌گردید؛ زیرا این پنداشت نادرست رایج بود که تابع همواره با یک قاعده نشان داده می‌شود. اکنون نیز بسیاری از شاگردان چنین برداشت نادرستی را از مفهوم تابع و نمایش نمودار آن دارند.

چه عواملی موجب پیدایش بدفهمی نزد شاگردان می‌شوند؟

پنداشت‌های غلط و بدفهمی معمولاً زمانی اتفاق می‌افتد که شاگردان مجبورند از یک حوزه‌ی ریاضی به حوزه‌ای دیگر و یا از یک فعالیت به فعالیتی دیگر بروند، چون در عمل قوانین و راه‌حل‌های گذشته در شرایط جدید عیناً قابل اقتباس و به‌کارگیری نیستند. به عنوان مثال، دانش‌آموزان در توسعه‌ی طرحواره‌ی عدد از اعداد طبیعی (N) به سمت اعداد گویا و اعداد صحیح نسبی (Z) و از میدان اعداد حقیقی (R) به سوی میدان اعداد مختلط (C) هدایت

Scanned by CamScanner

می‌شوند و در این مسیر معمولاً با چنین مشکلاتی روبرو می‌شوند. هر چند با توجّه به شباهت‌ها و تفاوت‌ها میان مفاهیم ریاضی به قیاس‌های نامرتبط می‌پردازند. به عنوان نمونه، شاگردان از قاعده‌ی درست $a=b \Rightarrow ac=bc$ معمولاً قاعده‌ی نادرست $a<b \Rightarrow ac<bc$ را (برای هر عدد c) نتیجه می‌گیرند یا در ریاضیّات پیشرفته‌تر، مرتب بودن میدان اعداد حقیقی را به میدان اعداد مختلط تعمیم می‌دهند. در شیوه‌های موجود یاددهی- یادگیری ریاضیّات که بیشتر بر تقویت مهارت‌ها و دانش اجرایی شاگردان تأکید می‌شود تا معناجویی مفاهیم و دانش مفهومی، انتظار وقوع چنین برداشت‌های نادرستی طبیعی به نظر می‌رسد.

در یک جمع‌بندی کلّی می‌توان مهّم‌ترین منابع عمده‌ی ایجاد بدفهمی شاگردان را در موارد زیر خلاصه نمود:

- مشکلات شناختی و فراشناختی شاگردان؛
- طبیعت مجرّد دانش ریاضی؛
- تصویرهای ذهنی نامناسب از تعریف‌ها و مقولات ریاضی؛
- نقصان در عملکرد حافظه‌ی فعّال (WM) شاگردان؛
- دانش و تجربه‌ی ناکافی قبلی فراگیران؛
- عدم تشکیل طرحواره‌های ذهنی مناسب؛
- دقت‌های گزینشی در انتخاب مطالب درسی و یا بی‌دقّتی؛
- توجّه ناکافی به نکات عمده و کلیدی درس؛
- دریافت اطلاعات ناقص، مبهم و یا نادرست به هنگام تدریس؛
- انجام قیاس‌های نامناسب (عدم توجّه به تفاوت‌ها و شباهت‌ها) توسط شاگردان؛
- تعبیر و تفسیر و استنتاج‌های غلط؛
- تدریس‌های تک‌بُعدی بدون توجّه به تفاوت‌های فردی توسط معلّمان ریاضی؛
- اضطراب ریاضی و عدم احساس ایمنی در کلاس

توجّه داشته باشیم که تنوّع و تعدّد بدفهمی‌ها و منابع مختلف تولید آن‌ها، طبعاً شناسایی و درمان آن‌ها را با روش‌های یکسان و غیرعلمی ناممکن می‌سازد.

✍ تمرین:

۱- در کلاس درباره‌ی عوامل بالا که موجب بدفهمی و پنداشت‌های غلط توسط شاگردان می‌شود، بحث کنید.

Scanned by CamScanner

۲- آیا علاوه بر منابع فوق، دلایل دیگری را سراغ دارید که موجب بدفهمی ریاضی نزد شاگردان گردد؟

۰ چرا و چگونه بدفهمی‌ها در یادگیری مداخله می‌کنند و موجب یادگیری‌های طوطی‌وار می‌شوند؟

بدفهمی‌ها در ریاضیّات عمدتاً بنا بر دلایل زیر در یادگیری مداخله می‌کنند و مانع پیشرفت ریاضی شاگردان می‌شوند که این دلایل عبارتند از:

الف- اصل مداخله‌گری

بدفهمی‌های شاگردان از مطالب درسی گذشته موجب می‌شود که یادگیری موضوعات جدید و مرتبط با آن‌ها دچار مشکل گردد. در واقع پنداشت‌های غلط گذشته نوعی منع و مداخله در موقعیت‌های جدید یادگیری ایجاد می‌کنند و آنان را به سمت بدفهمی‌های جدید و یادگیری حافظه‌ای سوق می‌دهند. در موقعیّت‌های حلّ مسأله نیز چنین اتّفاقی قابل پیش‌بینی است؛ تا جایی که تجربه و برداشت‌های ذهنی شاگردان از حلّ مسائل قبلی به درستی به مسائل جدید و در عین حال مشابه منتقل نمی‌شود. به عبارت دیگر، شاگردانی که موضوعات گذشته‌ی درسی را به درستی نیاموخته‌اند و مهارت‌های لازم را برای حلّ مسائل موردنظر کسب نکرده‌اند، دانش و تجربه‌ی ناقص قبلی‌شان مانع جدیدی برای فعّالیّت‌های بعدی آنان می‌گردد.

✍ **تمرین:** آیا می‌توانید نمونه‌ای از تجربیّات خود در این زمینه -مداخله‌گری- را توضیح دهید؟

ب- اصل وابستگی روانی- ذهنی

معمولاً شاگردان در ایجاد بدفهمی‌های ریاضی نقش فعّالانه‌ای ایفا می‌نمایند و چون خود به نوعی خالق آن پنداشت‌های غلط هستند، به‌طور طبیعی نوعی وابستگی روانی- ذهنی نسبت به آن‌ها پیدا می‌کنند. این وابستگی موجب می‌شود که شاگردان در برابر هَر گونه اصلاح و تغییری برای رفع بدفهمی‌های خویش مقاومت نشان دهند که طبعاً کار معلّمان ریاضی را برای رفع اشتباهات شاگردان با دشواری‌هایی روبرو خواهد ساخت!

طرح سؤال برای فراگیران و استفاده از پرسش‌های گشاینده[1] که کوتاه و گویا باشند،

1. Opening up

Scanned by CamScanner

می‌تواند در رفع ابهامات و اشتباهات شاگردان مؤثر افتد. لازم به یادآوری است که شاگردان، خود باید در پاسخ این سؤالات و حتّی در صورت امکان طراحی آن‌ها مشارکت داشته باشند و معلّم تنها نقش هدایت‌گر را بر عهده گیرد. سؤالات گشاینده معمولاً سؤالی در برابر سؤال است و می‌تواند با پرسش‌هایی مانند نمونه‌های زیر آغاز گردد:

۱- این مسأله یا سؤال ریاضی از شما چه می‌خواهد؟

۲- دانسته‌ها و اطلاعات قبلی شما درباره‌ی این سؤال چیست؟

۳- چه تلاشی برای پاسخ به این سؤال کرده‌اید و آیا فکر می‌کنید نیاز به تلاش‌های بیشتری برای یافتن پاسخ یا پاسخ‌های درست لازم باشد؟

۴- آیا تا کنون با سؤالات یا مسائلی مانند مسأله‌ی فعلی یا مشابه آن برخورد داشته‌اید؟

توجّه داشته باشیم که طرح زیرمسأله‌هایی که به نوعی مرتبط با مسأله‌ی کلّی موردنظر باشد، در واقع شکل‌دهنده‌ی سؤالات گشاینده است.

تمرین:

۱- دانش‌آموزی معادله‌ی رادیکالی $۶+\sqrt{x-۵}=۳$ را به صورت زیر حل کرده است. چگونه با طرح سؤالات گشاینده‌ی مرتبط می‌توانید بدفهمی او را اصلاح کنید؟

$$\sqrt{x-۵}=۳-۶ \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x-۵}=-۳ \quad \Rightarrow \quad x-۵=۹ \quad \Rightarrow \quad x=۱۴$$

۲- در حلّ معادله‌ی $۴x=۶x^۳+x^۲$، شاگردان معمولاً با چه مشکلاتی روبرو هستند و چگونه باید آن‌ها را رفع نمود؟

۳- نمونه‌هایی از این قبیل مسائل و راه‌حل‌ها را ارائه دهید.

• چگونه می‌توان شاگردان را برای رهایی از بدفهمی‌های ریاضی و کشمکش‌های ذهنی کمک نمود؟

شاگردان در عرصه‌ی کار ریاضی و انجام تکلیف‌های موردنظر، اصولاً با انواع متعدّد و متنوّع پیچیدگی تکلیف[1] روبرو هستند که باید ضمن شناسایی و تحلیل این پیچیدگی‌ها بر آن‌ها غلبه نمایند تا به راه‌حل‌های موردنیاز دست یابند. این غلبه عمدتاً نیازمند برخورداری از دو قابلیّت اساسی زیر است، که عبارتند از:

۱- دانش مفهومی[2]؛

---

1. [illegible] demands

۲- دانش اجرایی (رویه‌ای[1])

و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

۱- دانش مفهومی ریاضی

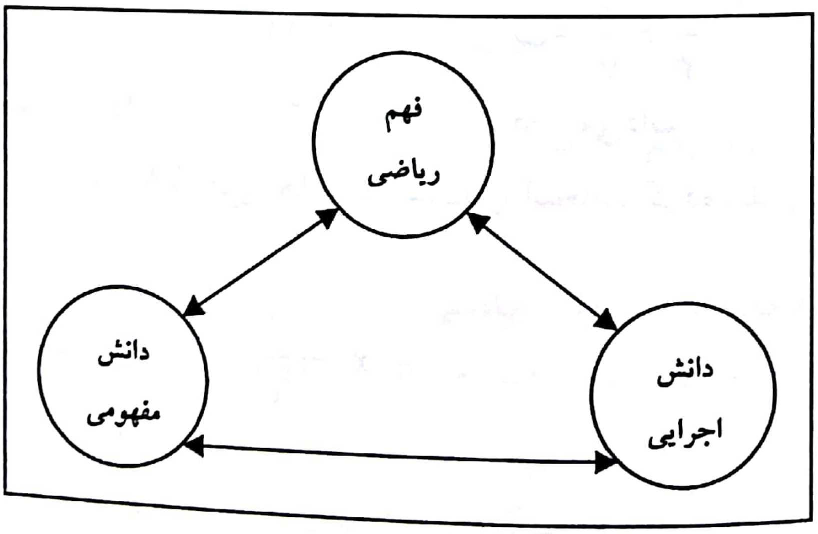
دانش مفهومی را به عنوان دانش ارتباط میان مفاهیم و روابط ریاضی می‌دانند که به صورت درونی ساخته می‌شود و به عنوان سامانه و شبکه‌ای از ایده‌ها در ذهن وجود دارد؛ مانند تعریفی که اسکمپ (۱۹۷۶) از فهم ارتباطی ارائه می‌دهد (هایبرت و لفور، ۱۹۸۶)[2].

۲- دانش اجرایی

دانش مهارت‌ها، قاعده‌ها و الگوریتم‌هایی است که شاگرد در انجام تکلیف‌های ریاضی آن‌ها را مورد استفاده قرار می‌دهد.

دانش اجرایی ممکن است بدون ارتباط با دانش مفهومی به کار گرفته شود؛ به عنوان مثال شاگرد بتواند بدون داشتن درک درستی از مفهوم حد یا مشتق یک تابع، مقدار حد یا مشتق را به دست آورد. بسیار اتّفاق می افتد که فراگیران با استفاده از تعریف حد نمی‌توانند وجود حدّ یک تابع را اثبات نمایند. دانش اجرایی فاقد پشتیبانی دانش مفهومی، مانند فهم ابزاری اسکمپ یا اقدام بدون دلیل است.

مدل زیر می‌تواند چگونگی تعامل میان دانش مفهومی و دانش اجرایی را در ارتباط با فهم ریاضی نشان دهد.



نکته‌ی مهم! اختلال در شکل‌گیری و چگونگی عملکرد و ارتباط دوسویه‌ی دانش مفهومی و اجرایی می‌تواند به عنوان یکی از منابع عمده‌ی بدفهمی شاگردان به شمار آید.

1. Procedural knowledge
2. Hiebert & Lefevre

Scanned by CamScanner

◄ تمرین: در تمرین‌های زیر شاگردان احتمالاً با چه مشکلات مفهومی و اجرایی روبه‌رو خواهد شد و چه راهکارهایی برای رفع آن‌ها پیشنهاد می‌نمایید؟

۱- راه‌حل زیر دارای چه مشکلی است؟

$$\lim_{x \to 0} x\left(\frac{1}{x^2+x}\right) = \lim_{x \to 0} x \cdot \lim_{x \to 0}\left(\frac{1}{x^2+x}\right) = 0 \cdot \lim_{x \to 0}\left(\frac{1}{x^2+x}\right) = 0$$

۲- می‌دانیم که $e = \lim_{n \to \infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ (e، عدد نپر). شاگردی با شیوه‌ی اثبات زیر نشان داده است که e=1. پنداشت‌های غلط او کدامند؟

$$e = \lim_{n \to \infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \lim_{n \to \infty}\underbrace{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{n}\right)}_{n} = \lim_{n \to \infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)\times\ldots\times\lim_{n \to \infty}\left(1+\frac{1}{n}\right) = 1\times1\times\ldots\times1 = 1$$

سؤالات زیر بر مبنای کتاب‌های ریاضی ۱ و ۲ دبیرستانی طرح شده‌اند و در یک دبیرستان مورد آزمون قرار گرفته‌اند که نتایج زیر به دست آمده‌اند. در مورد نمونه‌های زیر، مشکلات دانش مفهومی و اجرایی شاگردان را مورد بررسی و تحلیل قرار دهید.

۱- اگر $a > 0$، همواره داریم:

الف- $\frac{a}{3} < \frac{a}{7}$ (٪۱۱)　　ب- $\frac{a}{3} > \frac{a}{7}$ (٪۳۵)

ج- بستگی به مقدار a دارد (٪۳۶)　　د- نمی‌دانم (٪۷)

◄ ٪۱۱، گزینه‌ی درست و ٪۸۲، گزینه‌های نادرست را انتخاب کرده‌اند و ٪۷، اصلاً جواب نداده‌اند.

۲- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$، حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$

الف- ۹ (٪۶۴)　　ب- ۷ (٪۶)

ج- ۶ (٪۹)　　د- ۵ (٪۱۲)

◄ ٪۶، پاسخ درست و ٪۸۵، پاسخ نادرست را انتخاب کرده‌اند و ٪۹، پاسخ نداده‌اند.

۳- آیا $\{\varphi\} \in \{\varphi, \{\{\varphi\}\}\}$ درست است؟

الف- بله (٪۲۱)　　ب- خیر (٪۲۷)

ج- پاسخ نداده (٪۵۰)

Scanned by CamScanner

➜ تنها ۲۷٪ پاسخ داده‌اند.

به نمونه سؤالات زیر توجّه کنید که از مجموعه‌ی کتاب‌های ریاضی ۱ تا ۵ رشته‌ی تجربی تهیه شده و در سال سوّم تجربی یک دبیرستان دخترانـه‌ی دولتـی (N=۵۰) اجـرا شـده است. عملکرد شاگردان را با توجّه به چگونگی دانش مفهومی و اجرایی آنان در حـل مسائل مورد بحث و بررسی قرار دهید.

۱- فرض کنید {۴ و ۳ و ۲} → {۶ و ۵ و ۳} : f بـه‌صـورت {(۳ و ۶)، (۴ و ۲)، (۲ و ۵)} = f تعریف شده باشد، کدام گزینه در مورد f درست است؟

الف- f پوشاست (۳۰٪) ب- f یک‌به‌یک و پوشاست (۲۸٪)

ج- f یک‌به‌یک است (۱۲٪) د- تابع نیست (۲۸٪)

➜ ۲۸٪ گزینه‌ی درست (یعنی "د") و ۷۰٪ گزینه‌های نادرست را انتخاب کرده‌اند.

۲- دامنه‌ی تابع $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1-x}}$ کدام است؟

الف- $(0,\infty)$ (۱۲٪) ب- $[0,\infty)$ (۳۰٪)

ج- $[0,1]$ (۲۶٪) د- $(0,1]$ (۲۸٪)

➜ ۲۶٪ گزینه‌ی درست (یعنی "ج") و ۷۰٪ گزینه‌های نادرست را انتخاب کرده‌اند.

۳- فرض کنید $f(x)=\sin(x^2)$ و $g(x)=\sin^2(x)$ در مورد توابع f و g کدام گزینه درست است؟

الف- $[1,1]$=f برد و $[0,1]$=g برد (۱۰٪) ب- $[0,1]$=f برد و $[-1,1]$=g برد (۲۲٪)

ج- $[-1,1]$ = g برد = f برد (۳۲٪) د- $[0,1]$=g برد = f برد (۲۴٪)

➜ ۱۰٪ گزینه‌ی درست (یعنی "الف") و ۷۸٪ گزینه‌های نادرست را انتخاب کرده‌اند و ۱۲٪ بدون پاسخ

• چند راهبرد برای کاهش بدفهمی‌های ریاضی

راهبردهای زیر می‌توانند برای کاهش و کنترل بدفهمی‌هـای شـاگردان در مقاطع مختلف فراگیری ریاضیّات مؤثر باشند.

- توجّه به تفاوت‌های فردی و سبک‌های یادگیری شاگردان؛
- فعّال‌سازی دانش قبلی شـاگردان و یکپارچـه‌سازی مطالـب جدیـد و قـدیم ریاضی و استفاده‌ی بیشتر از مطالب یادآور؛
- تقویت شیوه‌های پرسش‌گری و خودپرسشی در کلاس؛
- تأکید بر تفاوت‌ها و شباهت‌ها با کمک مثال‌ها و نامثال‌های ریاضی؛

Scanned by CamScanner

- تأکید بر تشکیل گروه‌های کاری و مباحثه‌ای در کلاس و تقویت فنِ گفت‌وگو و مباحثه در موضوعات درسی؛
- تقویت استراتژی‌های فراشناختی (درگیر نمودن شاگردان در شناسایی و رفع بدفهمی‌ها) ریاضی؛
- کاهش فشارهای روانی و اضطراب ریاضی؛
- تقویت تفکّر تصویری شاگردان و استفاده از چندرسانه‌ای‌ها به عنوان مکمّل درسی برای فهم مطلوب‌تر مطالب ریاضی؛
- استفاده‌ی منظّم از سنجش‌های تکوینی و تشخیصی به عنوان بخش جدایی‌ناپذیر از یاددهی- یادگیری ریاضیّات

تمرین:

۱- درباره‌ی راهبردهای بالا در کلاس درس بحث و تحقیق نمایید.

۲- آیا می‌توانید راهبرد مؤثر دیگری را برای کاهش ناتوانی‌های یادگیری شاگردان پیشنهاد دهید؟

Scanned by CamScanner

فصل هفتم

سنجش و ارزش‌یابی رفتار و پیشرفت ریاضی

طبیعی است که به عنوان یک معلّم ریاضی و در هر سطحی نگران پیشرفت تحصیلی شاگردان خود در درس ریاضی باشیم و بر عملکرد مطلوب‌تر آنان تأکید نماییم. این‌که چگونه باید رفتار و پیشرفت ریاضی فراگیران را سنجید، مقوله‌ای در خور تأمّل و دقّت است. در عرصه‌ی یاددهی- یادگیری ریاضیّات، مشکلات ناشی از طبیعت دانش ریاضی (معرفت شناختی) و کشمکش‌های ذهنی شاگردان، کم‌فهمی‌ها و بدفهمی‌ها (پنداشت‌های غلط)، مشکلات ناشی از تدریس‌های غیرعلمی و احیاناً ناشیانه، مقولاتی قابل انتظار و اتّفاق هستند. به علاوه وجود تفاوت‌های فردی میان فراگیران از جمله دانش و تجربه‌ی متفاوت قبلی، سبک‌های یادگیری گوناگون، ظرفیت و پردازش‌های ذهنی مختلف، زمینه‌های متفاوت فرهنگی- اجتماعی و خانوادگی، رفتارهای سلیقه‌ای معلّمان، همه و همه کار سنجیدن و ارزیابی پیشرفت ریاضی افراد را دشوارتر می‌نماید.

امروزه متخصّصان آموزش ریاضی بر اهمیّت و جایگاه اساسی معیارها و استانداردهای سنجش و چگونگی به‌کارگیری آن‌ها تأکید فراوان دارند و اصولاً یکی از مهم‌ترین هدف‌های سنجش رفتار ریاضی شاگردان را نظارت همیشگی مرئی و نامرئی در نیل به هدف‌های یادگیری می‌دانند.

متأسفانه واقعیت‌ها نشان می‌دهد که سنجش ما از عملکرد ریاضی شاگردان بیشتر متکی بر اندازه‌گیری حافظه و انباشته‌های درسی آنان است. در این میان شناخت قابلیّت استدلال و استنباط افراد و میزان یادگیری معنی‌دارشان از مفاهیم و مهارت‌های ریاضی مورد غفلت قرار

Scanned by CamScanner

می‌گیرد. در این میان پرسش مهم این است که آیا با انجام یکی دو امتحان می‌توان در خصوص توانایی‌ها و عملکرد شاگردان در یک درس ریاضی به درستی و علمی قضاوت نمود؟

از سوی دیگر برای انجام یک اندازه‌گیری علمی و عادلانه باید بدانیم که اصولاً چه نوع فهم و توانایی از ریاضیّات را می‌خواهیم اندازه بگیریم. به هر حال، پرسش‌ها، ابهامات و الزامات در این حوزه از کار آموزش ریاضی فراوان است که پاسخگویی به آن‌ها پژوهش و کنکاش علمی و آگاهی زیادی را می‌طلبد. به علاوه برای یک معلّم ریاضی شاید چیزی ناامیدکننده‌تر از این نباشد که در پایان سال تحصیلی و یا یک ترم درسی، آنچه که شاگردان او آموخته‌اند متفاوت است با آنچه که وی انتظار یادگیری آن را داشته است! اکنون برای روشن شدن بهتر موضوع مورد بحث به طرح چند سؤال می‌پردازیم.

چند پرسش اساسی؟!

۱- سنجش[1] و ارزش‌یابی[2] رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان چگونه تعریف می‌شوند؟

۲- مهم‌ترین مقاصد سنجش کار ریاضی در مدرسه و دانشگاه کدامند؟

۳- چه نوع فهمی از ریاضیّات را با چه روش و ابزاری می‌خواهیم ارزیابی نماییم؟

٤- سنجش علمی و عادلانه در ریاضیّات باید از چه ویژگی‌هایی برخوردار باشد؟

۵- آیا در یک درس ریاضی انجام سنجش‌ها و امتحان‌های یکسان برای همه عادلانه و علمی است؟

٦- آیا دختران و پسران در درس ریاضی باید به گونه‌ای متفاوت مورد ارزیابی و قضاوت قرار گیرند؟

۷- بر روش‌های موجود ارزیابی و امتحان در مدرسه و دانشگاه چه نقدهایی واردست؟

۸- با چه سبک‌ها و روش‌هایی می‌توان دانش و تجربه‌ی ریاضی شاگردان را ارزیابی نمود؟

۹- سنجش‌های رسمی و غیررسمی در یک فعّالیّت ریاضی چگونه تعریف می‌شوند؟

۱۰- آیا در درس‌های متفاوت ریاضی باید با شیوه‌های گوناگون دست به عمل سنجش زد؟

تمرین: سؤالات بالا را مورد بحث و کنکاش قرار دهید و در ارتباط با پاسخ‌های آن‌ها فکر کنید.

Scanned by CamScanner

در این‌جا قبل از هر چیز باید به تعریف سنجش و ارزش‌یابی دانسته‌ها و توانایی‌های شاگردان در کار ریاضی بپردازیم.

تعریف سنجش ریاضی

فرایند جمع‌آوری مدارک و شواهد درباره‌ی موارد زیر را سنجش یا ارزیابی رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان می‌گویند.

۱- دانش و تجربه‌ی ریاضی آنان؛

۲- تمایل به فراگیری ریاضیّات و میزان اطمینان ریاضی فراگیران؛

۳- قابلیت به‌کارگیری دانسته‌ها و مهارت‌های ریاضی در موقعیّت‌های گوناگون یاددهی- یادگیری و حلّ مسأله؛

٤- توانایی استدلال و استنباط (تحلیلی، نقاد و تصویری) و چگونگی پردازش ذهنی مفاهیم و گزاره‌های ریاضی؛

۵- قابلیّت و میزان دقّت ریاضی؛

٦- توانایی انجام گفتمان ریاضی و بحث و تبادل نظر با دیگران.

تعریف ارزش‌یابی

ارزش‌یابی در واقع قضاوتی است که براساس داده‌های کمّی و کیفی سنجش توسط معلّم ریاضی نسبت به عملکرد وضعیّت کلّی و نهایی شاگرد صورت می‌گیرد.

توجّه کنید که ارزیابی و ارزش‌یابی دو مقوله و فرایند متفاوت و در عین حال وابسته‌ای هستند که یکی بر جمع‌آوری داده‌ها و اطلاعات نسبت به عملکرد شاگردان دلالت دارد و دیگری قضاوت و تصمیمی است که بر پایه‌ی این اطلاعات صورت می‌گیرد. فارسی‌زبانان معمولاً این دو واژه را، علی‌رغم داشتن معنای متفاوت، یکسان و مترادف به‌کار می‌برند که خطای رایجی است.

امّا این‌که در انجام ارزیابی کار ریاضی شاگردان به دنبال چه چیزی هستیم، باید گفت در مدرسه و دانشگاه مقاصد گوناگونی را دنبال می‌کنیم که مهم‌ترین آن‌ها نظارت آشکار و پنهان بر توسعه‌ی تفکّر ریاضی شاگردان و یادگیری معنادار توسط آنان است. به علاوه برنامه‌ریزی برای اصلاح و تغییر شیوه‌های آموزشی و انتخاب مناسب‌ترین سبک تدریس در هر درس ریاضی و در مقطع‌های مختلف از جمله هدف‌های مهم دیگر ارزیابی است.

Scanned by CamScanner

با انجام سنجش‌های کمّی و کیفی از شاگردان، علاوه بر مشکلات یادگیری آنان باید کارآمدی کتاب، برنامه‌ی درسی و معلّم هم باید مورد توجّه و بررسی قرار گیرد و با بازنگری در آن‌ها نسبت به رفع نارسایی‌ها و مشکلات احتمالی موجود اقدام شود.

تمرین: به نظر شما ارزیابی پیشرفت ریاضی فراگیران در ریاضیّات مدرسه‌ای و دانشگاهی بیشتر از چه تفاوت‌هایی برخوردار می‌باشند؟

به‌طور کلّی در عرصه‌ی یاددهی- یادگیری ریاضیّات در هر سطح و مقطعی با این پرسش و نگرانی مهم روبرو هستیم که آیا یادگیری و فهم معناداری از مفاهیم، گزاره‌ها و روابط ریاضی برای شاگردان‌مان اتّفاق افتاده است یا این‌که آنان به دلیل درک و پنداشت ناقص و نادرست خود از موضوعات ریاضی به یادگیری حافظه‌ای و غیرمعنادار روی آورده‌اند؟ بنابراین، شاید به عنوان یک معلّم ریاضی با مهم‌ترین سؤالی که روبرو هستیم این باشد که چه نوع فهمی از ریاضیّات را با چه روش و ابزاری باید ارزیابی نمود.

به نظر می‌رسد که برای شناخت و اندازه‌گیری مقدار و چگونگی فهم شاگردان از آنچه از ریاضیّات آموخته‌اند به دسته‌بندی‌ای از فهم‌ها توجّه داشته باشیم و نسبت به سنجش کمّی و کیفی آن‌ها با شیوه‌ها و الگوهای مختلف اقدام نماییم. در این میان دسته‌بندی زیر می‌تواند بسیاری از هدف‌های ارزیابی را مورد توجّه قرار دهد.

۱- فهم ابزاری؛

۲- فهم واسطه‌ای؛

۳- فهم مهارتی و اجرایی؛

٤- فهم انتقالی؛

۵- فهم صوری و منطقی؛

٦- فهم روان‌شناختی؛

۷- فهم تعمیم مفاهیم و روابط؛

۸- فهم به‌کارگیری مفاهیم و مهارت‌ها در موقعیت‌های واقعی و فیزیکی.

تمرین: درباره‌ی تعریف فهم‌های فوق در فعّالیّت‌های مختلف ریاضی و چگونگی سنجش آن‌ها مطالعه و بحث نمایید.

نکته‌ی مهم! توجّه داشته باشیم که فهمیدن و توسعه‌ی معانی نزد شاگردان یک فرایند فردی، روان‌شناختی و زمان‌گیرست و به تجربه‌ها و مهارت‌هایی وابسته است که فرد از یک

Scanned by CamScanner

مفهوم یا گزاره و رابطه‌ی ریاضی به گونه‌ای پیوسته به دست می‌آورد. معلّمان ریاضی باید به درستی آگاه باشند که کجا و چگونه از روش‌ها و الگـوی متنـوّع سـنجش کیفـی و کمّـی در فرایند یاددهی- یادگیری ریاضیّات استفاده نمایند تـا بـه ارزیـابی منـصفانه‌ای از دانـسته‌هـا، مهارت‌ها و تجربه‌های شاگردان دست یابند.در عین حال، معلّمان و شـاگردان بـر ایـن بـاور باشند که سنجش رفتار و پیشرفت ریاضی بخش جدایی‌ناپـذیر از هرگونـه فعّالیّـت ریاضـی است؛ و این نگرش نادرست را اصلاح نمایند که ریاضی می‌خوانیم تا در پایان ترم یـا سـال تحصیلی امتحان بدهیم! واقعیّت این است که معلّمان ریاضی باید در هـر مرحلـه از مراحـل تدریس ریاضیّات نگران چگونگی شکل‌گیری مفاهیم توسط شاگردان باشند و پنداشت‌هـای غلط آنان را شناسایی نمایند و نسبت به رفع آن‌ها اقدام کنند.

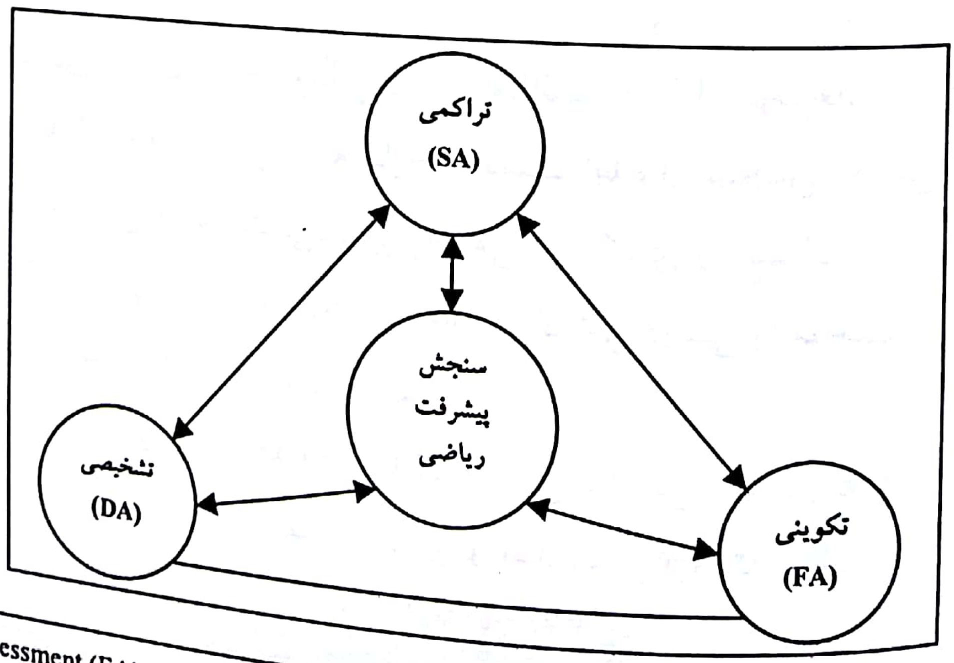
در یک رویکرد کلّی می‌توان سنجش پیشرفت ریاضی فراگیـران را بـه سـه دسـته‌ی کلّـی تقسیم نمود که عبارتند از:

۱- سنجش تکوینی[1]؛

۲- سنجش تشخیصی[2]؛

۳- سنجش تراکمی[3].

هر یک از سنجش‌های بالا ممکن است توسط معلّمان و با روش‌های کمّی و کیفی صورت گیرد. مدل زیر نیز می‌تواند نشان‌دهنده‌ی تعامل سـه روش سـنجیدن فعّالیّـت‌هـای ریاضـی بـا یکدیگر باشد.



1. Formative Assessment (FA)
2. Diagnosis Assessment (DA)
3. Summative Assessment (SA)

Scanned by CamScanner

برای یک معلّم ریاضی شاید چیزی دل‌سردکننده‌تر از این نباشد که در پایان سال یا ترم تحصیلی دریابد که آنچه شاگردان او آموخته‌اند، متفاوت است با آن‌چه که وی انتظار یادگیری آن را داشته است! انجام سنجش‌های تکوینی و تشخیصی در کلاس ریاضی می‌تواند چنین نگرانی‌هایی را برطرف نماید و معلّمان را پیوسته در جریان پیشرفت درسی شاگردان قرار دهد و به آموزش مطلوب‌تر مباحث ریاضی کمک کند.

▪ سنجش تکوینی

سنجش تکوینی، سنجشی است که به هنگام تدریس یک مبحث جدید ریاضی و به منظور کمک به یادگیری معنی‌دار مطالب درسی و پیشرفت مطلوب‌تر شاگردان صورت می‌گیرد و دارای هدف‌های چندی است که باید به آن‌ها پرداخته شود.

هدف‌های عمده‌ی سنجش تکوینی

۱- آشنایی با نحوه‌ی شکل‌گیری دانش مفهومی و دانش اجرایی توسط شاگردان و بدفهمی‌ها و کم‌فهمی‌های آنان به هنگام تدریس؛

۲- تنظیم و سامان‌دهی مطالب درسی و نحوه‌ی ارائه‌ی آن‌ها با توجّه به وضعیّت مخاطبان (ضعف‌ها و قوّت‌ها)؛

۳- اثربخشی شیوه‌ی موجود ارائه‌ی مطالب و تدریس بر رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان؛

٤- تغییر شیوه‌ی تدریس و چگونگی ارائه‌ی مطالب (قضایا، حجم‌ها، مثال‌ها، نامثال‌ها، مسائل، استدلال‌ها و..) با توجّه به نتایج به دست آمده از سنجش تکوینی.

✍ **نکته!** سنجش تکوینی جزء جدایی‌ناپذیر یاددهی- یادگیری ریاضیّات است و مشتمل بر خودسنجی شاگردان می‌باشد که یادگیری فعّال در کلاس درسی را موجب می‌شود و طبعاً انگیزش و عزّت نفس آنان را تقویت می‌نماید.

به صورت خلاصه می‌توان گفت که هدف اساسی سنجش تکوینی به عنوان یک فرایند پیوسته‌ی اندازه‌گیری، توسعه و تقویت یادگیری و نظارت بر کیفیّت آن است.

▪ سنجش تشخیصی

سنجش تشخیصی پس از پایان تدریس یک مبحث ریاضی و در شرایط مرور مباحث و

Scanned by CamScanner

دانسته‌های قبلی شاگردان با هدف‌های عمده‌ی زیر صورت می‌گیرد.

هدف‌های عمده‌ی سنجش تشخیصی

۱- انجام یک نوع آسیب‌شناختی پیشرفت ریاضی فراگیران به منظور آشنایی با میزان فهم، بدفهمی و کم‌فهمی (پنداشت‌های غلط) آنان؛

۲- انجام تمهیدات علمی برای رفع مشکلات مفهومی و مهارتی شاگردان در کار ریاضی و کمک به رشد یادگیری آنان.

نکته! سنجش‌های تکوینی و تشخیصی به صورت جمعی و فردی و یا در قالب گروه‌های کوچک و با شیوه‌های عمده‌ی زیر صورت می‌گیرد:

الف- پرسشگری (تعامل با کلاس و معلّم)؛

ب- خودسنجشی؛

ج- خودپرسشی (تعامل با خود).

• راهکارهای مناسب برای انجام سنجش‌های تکوینی و تشخیصی

برای انجام سنجش‌های تکوینی و تشخیصی، اجرای شیوه‌های زیر قابل توصیه هستند:

الف- طرح پرسش‌های کران باز؛

ب- ارائه‌ی پرسش‌های استراتژی باز؛

پ- به‌کارگیری روش طوفان ذهنی در کلاس و مباحث درسی؛

ت- طرح پرسش‌های متوالی و گشاینده با تأکید بر تفاوت‌ها و شباهت‌های مفاهیم، گزاره‌ها و ساختمان‌های ریاضی؛

ث- استفاده از روش‌های ارزیابی کلاس معروف به Math CATs[1].

تمرین:

الف- مطلوبست بررسی پیوستگی تابع f در یک نقطه مانند a (از منظر سنجش تکوینی)

۱- آیا تابع f در a تعریف شده است؟ یعنی a در حوزه‌ی تعریف f قرار می‌گیرد؟

۲- آیا حدهای چپ و راست f در a موجودند؟

۳- آیا مقادیر حد چپ و راست با هم برابرند؟

1. Mathematics Classroom Assessment T...

۴- اگر برابر باشند چه اتّفاقی می‌افتد و اگر برابر نباشند چه؟

۵- مقدار تابع در نقطه‌ی a یا f(a) چیست؟

۶- وقتی که x خیلی نزدیک به نقطه‌ی a می‌شود چه وضعیّتی برای f(x) در ارتباط f(a) پدید می‌آید؟

۷- اگر حد f در حد a وجود داشته باشد پس $\lim_{x \to a} f(x) = L$؛

۸- اگر f(a)=L، در این صورت چه اتفاقی می‌افتد؟

۹- آیا بالاخره تابع f در a پیوسته است؟ اگر پیوسته است، نوع پیوستگی را تعیین کنید؟

۱۰- اگر ناپیوسته است، چه نوع ناپیوستگی دارد؟ آیا می‌توان به طریقی آن را پیوسته نمود؟

ب- آیا می‌توانید با ارائه‌ی تمرین‌هایی مانند نمونه‌ی بالا نسبت به انجام سنجش تکوینی اقدام نمایید؟

✍ تمرین ۲:

بررسی مفهوم پیوستگی و ناپیوستگی (بریدگی) در منحنی‌هایی از قبیل:

$$y = \frac{x^۲ + ۲x - ۳}{x - ۱} = \frac{(x-۱)(x+۳)}{(x-۱)} = x + ۳$$

آیا این تابع در نقطه‌ی x=۱ پیوسته است؟ با تعریف f(۱)=۴ چطور؟

✍ تمرین ۳: با استفاده از راهکارهای پیشنهادی برای انجام سنجش‌های تکوینی و تشخیصی طرح‌های مناسبی را تهیه نمایید.

روش‌های ارزیابی درس ریاضی (Math CATs)

در این‌جا با توجّه به اهمیّت و مزایای روش CATs به عنوان ابزاری برای انجام سنجش تکوینی در کلاس ریاضی، به طور خلاصه به آن پرداخته می‌شود.

Math CATs در واقع فعّالیّت‌های ساده‌ی کلاسی هستند که براساس نمره و امتیازهای کمّی نمی‌باشند؛ بلکه هدف اصلی از انجام آن‌ها، آشنایی بیشتر با آموخته‌های فراگیران به منظور کمک به پیشرفت یادگیری آنان و بهبود شیوه‌های یاددهی است.

Scanned by CamScanner

مزایای Math CATs

۱- این روش‌ها سریع می‌باشد، وقت کلاس را نمی‌گیرد و نتایج آن بلافاصله قابل استفاده است؛

۲- هر معلّم ریاضی می‌تواند آن‌ها را با روش موردنظر خود و با توجّه به موضوع درس طراحی و اجرا نماید؛

۳- از طریق این ارزیابی‌ها شاگردان می‌توانند نه تنها آنچه را که خوب فهمیده‌اند، بلکه آنچه را نیز به خوبی درک نکرده‌اند، آشکار نمایند؛

٤- بر خلاف امتحانات پایانی، از طریق ارزیابی کلاس در طول سال تحصیلی، معلّم می‌تواند پیش از آن‌که دیر شده باشد، از چگونگی آموخته‌های شاگردان و پنداشت‌های غلط آنان آگاه شود و نسبت به رفع آن‌ها اقدام نماید؛

۵- شاگردان ممکن است از طرح سؤالات و ابهامات خود در کلاس درس و در حضور همکلاسی‌های خود اکراه داشته باشند. این ارزیابی‌ها فرصت مناسبی را فراهم می‌سازد تا آنان بتوانند مشکلات درسی و بدفهمی‌های خود را با معلّم‌شان مطرح نمایند؛

٦- Math CATs با وادار نمودن شاگردان به خودسنجشی و اندیشیدن بیشتر در مورد آموخته‌های‌شان به یادگیری و پیشرفت ریاضی آنان کمک می‌کند و نوعی تفکّر نقّادانه را در فراگیران تقویت می‌نماید؛

۷- نتایج حاصل از این ارزیابی‌ها می‌تواند ضرورت اصلاح و تجدیدنظر در شیوه‌های یاددهی- یادگیری ریاضیّات و حلّ مسأله را روشن سازد.

روش‌های معمول ارزیابی پیشرفت درسی شاگردان (Math CATs)

برای اجرای Math CATs، خودسنجی توسط شاگردان با نظارت و هدایت معلّم کلاس انجام می‌شود تا ضمن پی بردن به دانش و تجربه‌ی شاگردان، فهم آنان از مباحث جدید درسی نیز آشکار گردد.

• خودسنجی توسط شاگردان

خودسنجی، شیوه‌ای از سنجش است که در آن شاگردان با روش‌های مختلف و با هدایت معلّم به ارزیابی دانسته‌های خود از محتوای یک درس ریاضی می‌پردازند. سنجش تکوینی با افزایش انگیزش شاگردان آنان را به خودسنجی ترغیب می‌نماید.

Scanned by CamScanner

▪ برخی از روش‌های خودسنجی

۱- یادداشت کوتاه توسط شاگردان

در پایان درس فرصتی داده شود و از شاگردان (دانشجویان) خواسته شود که بنویسند در این کلاس چه نکته‌های مهمّی آموخته‌اند و چه سؤالات و ابهاماتی برای آنان بی‌پاسخ مانده است.

مزایا: با تکرار این یادداشت‌های کوتاه، معلّم ریاضی می‌تواند برداشت خوبی از چگونگی درک شاگردان از درس داشته باشد و هدف‌های خود را در تدریس با برداشت آنان مقایسه کند.

۲- پیچیده‌ترین نکته از منظر شاگرد

از شاگردان خواسته شود پیچیده‌ترین نکته، تعریف، مفهوم و قضیه درس را مشخص نمایند.

به این ترتیب معلّم می‌تواند به چگونگی برداشت و تصویر ذهنی شاگردان از مفاهیم و ترتیب روان‌شناختی فراگیری مطالب پی ببرد و اینکه آیا نکته‌ی پیچیده‌ی درسی از منظر شاگرد و معلّم یکی است؟

۳- نقاط قوّت و ضعف

از شاگردان خواسته شود که نقاط قوّت و ضعف درس را فهرست کنند و برای هر یک دلیل یا دلایلی را ارائه دهند.

۴- بازگویی مطالب درسی

از شاگردان بخواهیم بخشی از درس یا یک تعریف یا مفهوم ریاضی و یا گزاره را با زبان و برداشت خود بازگو کنند. در این‌جا، قدرت درک شاگردان و توانایی انتقال مطالب به دیگران سنجیده می‌شود.

۵- طرح سؤال توسط شاگرد

از شاگردان خواسته شود در ارتباط با موضوع درس یک یا دو سؤال مطرح نمایند یا حتّی پروژه‌ای را به عنوان یک فعّالیّت ریاضی طراحی کنند و نسبت به انجام آن اقدام نمایند. این پروژه می‌تواند دربردارنده‌ی مسائلی کوتاه و هدفمند باشد که با حلّ آنها، شاگرد به سوی حلّ یک مسأله‌ی پیچیده‌تر و یا اثبات یک گزاره‌ی ریاضی هدایت شود.

▪ سنجش تراکمی (حجمی)

سنجش تراکمی همان آزمون‌های معمولی و سنّتی ریاضی است که یک یا چند بار در طول

Scanned by CamScanner

ترم و سال تحصیلی معمولاً با اعلام قبلی و به صورت حجمی در یک جلسه‌ی زمان بسته، برای ارزیابی دانسته‌های ریاضی شاگردان اجرا می‌گردد. بدیهی است که با این شیوه به تنهایی قابلیّت‌های ریاضی شاگردان قابل شناسایی نیست و همان تلقّی جدایی درس و امتحان از یکدیگر را تقویت می‌نماید. با انتخاب این روش به تنهایی و بدون توجّه به فرایند پیوسته‌ی عمل ارزیابی در کلاس، زمانی معلّم متوجّه مشکلات درسی فراگیران می‌شود که معمولاً خیلی دیر است. به علاوه این‌گونه امتحانات نمی‌توانند از منظرهای متفاوت فهم و مهارت شاگردان را مورد بررسی قرار دهند؛ زیرا اصولاً دارای چنین سازوکار و ساختاری نیستند.

شاگردان همواره نگران این اتّفاق هستند که سرنوشت درسی‌شان بدون یک ارزیابی و نظارت پیوسته رقم می‌خورد؛ در حالی‌که انجام سنجش‌های تکوینی و تشخیصی در یک فرایند طولانی از جنبه‌های مختلف می‌تواند توان ریاضی آنان را اندازه‌گیری کند و اطمینان ریاضی‌شان را افزایش دهد.

Scanned by CamScanner

فصل هشتم

آمادگی حل مسأله

نه تنها در آموزش ریاضی بلکه در سایر علوم نیز هدف نهایی از آموزش این است که فراگیران یاری شوند تا مسائل قابل طرح در عرصه‌ی دانش موردنظر را بهتر حل کنند. گانیه (۱۹۸۵) حل مسأله را به مثابه‌ی عالی‌ترین شکل یادگیری می‌داند و آن را این‌گونه تعریف می‌کند:

«فرآیندی است که به کمک آن یادگیرنده ترکیبی از قاعده‌های آموخته شده‌ی قبلی خود را کشف می‌نماید و می‌تواند آن‌ها را به گونه‌ای به کار گیرد که او را به حل یک مسأله‌ی جدید نایل سازد.» به علاوه، او معتقد است که حل مسأله تنها به‌کارگیری قاعده‌ها، تکنیک‌ها، مهارت‌ها و مفاهیم یادگرفته شده‌ی قبلی دانش و تجربه‌ی فرد در یک موقعیت جدید نیست؛ بلکه فرآیندی است که موجب یادگیری جدید نیز می‌شود. هنگامی که فراگیر در برابر مسأله‌ای قرار می‌گیرد، با یادآوری دانش و تجربه‌ی خود می‌کوشد تا راه‌حلی برای آن بیابد و در فرآیند تفکرش در واقع ترکیبی از قاعده‌ها و مهارت‌های یادگرفته‌شده‌ی خود را می‌آزماید که بتواند با وضعیت جدید منطبق شود و راه‌حل مسأله‌ی او باشد. بنابراین نه تنها مسأله‌ی موردنظر خود را حل می‌کند، بلکه چیزهای جدیدی را نیز می‌آموزد.

عده‌ای معتقدند که حل مسأله جوهر اصلی ریاضیات است؛ در حالی‌که دیگران ریاضیات را چون مجموعه‌ای از ابزارهای تفکر می‌دانند که برای فرآیند فعال حل مسأله در دسترس فراگیر قرار می‌گیرد. این فرآیند کشمکش، عمل خلاقی است که برای نیل به هدف مشخصی مبتنی بر کشف راه‌های جدیدی، از ترکیب قاعده‌های موجود به‌کار می‌رود. بصیرت نیز بدین

Scanned by CamScanner

ترتیب حاصل می‌آید.

واقعیت این است که هدف حقیقی یادگیری قاعده‌ها، تکنیک‌ها و محتوای درسی عموماً در این خلاصه می‌شود که دانش‌آموزان را قادر سازد تا ریاضیات را به درستی انجام دهند؛ یعنی مسائل را حل کنند؛ هر چند آزوبل (۱۹۶۳) با این نظر مخالف است. به هر حال به نظر می‌رسد که یادگیری ریاضیات و بسط تفکر و بصیرت ریاضی چیزی بالاتر از توانایی حل مسأله است؛ به‌ویژه، هنگامی که عرصه‌ی فعالیت فرد، ریاضیات پیشرفته می‌باشد و تفاوت‌های میان حل مسأله و پژوهش به خوبی تبیین می‌شوند. هر مسأله‌ای به خودی خود دارای یک نقطه‌ی پایانی معینی است، خواه آن‌که توسط دانش‌اندوز قابل حل باشد یا نه؛ اما پژوهش در طیف گسترده‌تری عمل می‌کند. به عبارت دیگر، هنگامی که در صدد اثبات یک گزاره‌ی ریاضی هستیم، در واقع در چارچوبی معین و عرصه‌ی محدودی، راه‌حلی را برای مسأله‌ی موردنظر خود جستجو می‌کنیم. همین عرصه‌ی محدود، احساس ایستایی را در ما به وجود می‌آورد؛ در حالی‌که پژوهش احساس پویایی را در پژوهشگر برمی‌انگیزد. پژوهش با عمل در عرصه‌های گسترده‌تری، آفریننده‌ی مسائل بسیاری است که بعداً باید در چارچوب‌های مشخصی برای حل آن‌ها اقدام شود.

کاک کرافت (۱۹۸۲) حل مسأله را توانایی به‌کار بردن ریاضیات در موقعیت‌های مختلف می‌داند و معتقد است که دانش‌آموز نمی‌تواند حل یک مسأله‌ی ریاضی آغاز کند، مگر این‌که مسأله به عبارت‌های مناسبی تبدیل شود. این نخستین و اصلی‌ترین گام، مشکلات فراوانی را برای بسیاری از دانش‌آموزان به بار می‌آورد؛ در حالی‌که ما به عنوان معلمان ریاضی کمتر به آن توجه داریم.

از سوی دیگر، برخی از نویسندگان مانند بک‌هاوس و همکارانش (۱۹۹۲)، حل مسأله را به مثابه‌ی یک فعالیت می‌دانند نه توانایی، و طبیعت اصلی یک مسأله را وضعیتی می‌دانند که در آن دانش‌آموز نمی‌داند که چگونه باید به هدف اصلی خود (حل مسأله‌ی موردنظر) برسد.

به هر حال، حل مسأله در ریاضیات امر ساده‌ای نیست و برای بسیاری از دانش‌آموزان حتی در قلمرو تجربه‌شان نیز دشوار است. در عین حال، حل مسأله باید جزیی از تجربه‌ی ریاضی هر فراگیری قرار گیرد. عبارت حل مسأله در عرصه‌ی فعالیت‌های ریاضی با معانی و گستره‌ی متفاوتی به کار می‌رود؛ ولی در بحث‌های مربوط به آموزش ریاضی، به ویژه در مقطع ریاضیات مدرسه‌ای، به وضعیت‌هایی علاقه‌مند هستیم که در آن دانش‌آموزان باید اهداف رفتاری معینی را در بروز رفتار ریاضی دنبال کنند؛ در حالی‌که نمی‌دانند چگونه باید به این

Scanned by CamScanner

هدف‌ها نائل آیند. مسأله‌های دشوار، در ابتدای کار، موجب عجز و ناکامی اغلب شاگردان می‌شوند و مسائل ساده و تکراری نیز در واقع مسائلی نیستند که او از حل آن‌ها احساس رضایت و کامیابی در یادگیری ریاضی بکند. هنگامی که پیچیدگی‌های یک مسأله متناسب با قابلیت‌ها و ظرفیت‌های ذهنی و مفهومی دانش‌آموزان و مرتبط با تجربه‌ی آنان در عرصه‌ی ریاضیات تنظیم شوند، فعالیت حل مسأله می‌تواند موجب ایجاد انگیزش بالا در آنان شود و دانش‌آموزان به سطح قابل قبولی از توفیق در بروز رفتار ریاضی مطلوب نائل آیند. در عین حال باید توجه داشت که مسأله به تنهایی نمی‌تواند موجب بسط انگیزش در دانش‌آموز و ایجاد رغبت در عرصه‌ی فعالیت‌های ریاضی شود، مگر این‌که دانش‌آموز با رغبت چالش‌های مسأله را بپذیرد و خود را برای مقابله با آن آماده سازد. همان‌گونه که در بحث رشدشناختی شاگردان اجمالاً اشاره شد، هر کس می‌تواند در یادگیری ریاضیات رضایت حاصل از رشدشناختی خود را تجربه کند. به‌طور مشابهی، احساس رضایتی نیز از حل موفقیت‌آمیز مسائل و تکلیف‌های ریاضی حاصل می‌شود. از این رو است که بسیاری از پژوهشگران آموزش ریاضی توصیه می‌کنند که حل مسأله باید جزیی از تجربه‌ی ریاضی فراگیر باشد و در این مورد به دو نکته مهم اشاره دارند:

۱- هنگامی ریاضیات جالب است که دانش‌آموزان بتوانند مسأله‌ای را طرح نمایند و خود آن را حل کنند. به عبارت دیگر آنان را همواره به عنوان مصرف‌کننده‌ی مسائل طرح شده توسط دیگران تربیت نکنیم، بلکه خود نیز در این راه بکوشند تا مشارکت فعالانه‌ترشان در یادگیری ریاضیات فراهم آید. حتی اگر مسائلی توسط دانش‌آموزان طرح شود که خود نتوانند به تمامی از عهده‌ی راه‌حل آن‌ها برآیند، طبعاً با اراده‌ی خویش درگیر چالشی خواهند شد که ادامه‌ی آن، برای آنان لذت‌بخش‌خواهد بود. امروزه طرح مسأله از سوی فراگیران یکی از توصیه‌های جدی متخصصان آموزش ریاضیات است و نباید از سوی معلمان مورد غفلت واقع شود.

۲- فراگیر از درگیر شدن با مسائل نسبتاً دشوار ریاضی لذت می‌برد و با حل آن‌ها و موفقیت از چالش خود احساس رضایت می‌کند. باید دانش‌آموزان را تشویق کرد که از تعقیب حل یک مسأله‌ی ریاضی به زودی خسته و ناامید نشوند و به دنبال معلم یا فردی برای یافتن راه‌حل نباشند. غالباً مشاهده می‌شود که دانش‌آموز هنگامی که راه‌حل مسأله‌ای را بی‌درنگ نمی‌یابد به دیگری متوسل می‌شود. او هرگز نیاموخته است که با تلاش و پی‌گیری، احتمال یافتن راه‌حل برای او بسیار زیاد است و از این پی‌گیری چیزهای زیادی را خواهد آموخت و

Scanned by CamScanner

روحیه‌ی تحقیق در او تقویت خواهد شد.

در دهه‌های اخیر تلاش‌های زیادی صورت گرفته است تا با آموزش راهبردهای حل مسأله، مهارت‌های لازم را در دانش‌آموزان تقویت نمایند. هنگامی که سخن از آموزش چگونگی حل مسأله در ریاضیات به میان می‌آید، در واقع اشاره به فرآیند پیچیده‌ای دارد که پرداختن به آن چندان آسان به نظر نمی‌رسد. به‌علاوه نمی‌توان انتظار داشت که با فراگیری چند نکته و یا چند شیوه‌ی راهبردی دانش‌آموزان در عرصه‌ی حل مسائل و انجام تکالیف ریاضی خود مهارت و تجربه‌ی مناسبی را کسب کنند. به ویژه هنگامی که با رویکرد روان‌شناختی به مطالعه‌ی فرآیند یادگیری و حل مسأله در عرصه‌ی ریاضیات می‌پردازیم. آن‌گونه که الگوی رفتار ریاضی در فصل نخست از این کتاب نشان می‌دهد، عامل‌های درونی و بیرونی بسیاری رفتار ریاضی فرد از جمله قابلیت‌ها وتوانایی‌های حل مسأله‌ی وی را تحت تأثیر قرار می‌دهند که تنها با رویکرد روان‌شناختی می‌توان به آن‌ها پرداخت.

امروزه آموزش حل مسأله به رویکرد آموزش ریاضیات از طریق حل مسأله تغییر یافته است و بسیاری از پژوهشگران کوشیده‌اند تا رویکرد حل مسأله به تدریس ریاضیات را تبیین و تعریف کنند. آموزش مطالب ریاضی در بسترهای حل مسأله و محیط‌های آمیخته با پرسشگری در واقع کمک به فراگیران در رسیدن به درکی عمیق از ریاضیات است که با درگیرشدن‌شان در انجام فعالیت‌های ریاضی، زمینه‌های ابتکار و خلاقیت، حدس زدن، تحقیق و تفحص فراهم می‌آید. پژوهشگران برخی از ویژگی‌های رویکرد حل مسأله به آموزش ریاضیات را به صورت زیر مطرح کرده‌اند:

۱- تعامل میان شاگردان با هم و شاگردان با معلمان؛

۲- گفتمان ریاضی و اجماع میان فراگیران؛

۳- معلمان برای تدارک اطلاعات کافی به منظور طرح و ارائه‌ی مسائل ریاضی بکوشند و فراگیران به تفسیر و تلاش برای ارائه‌ی راه‌حل‌های متنوع بپردازند؛

۴- معلمان راه‌حل‌های درست یا نادرست را با روش‌های غیرارزشی و غیرمتکی به نمره بررسی کنند؛

۵- معلمان به هدایت، نظارت، کنترل و طرح پرسش‌های روشنگرانه بپردازند و در فرآیندهای حل مسأله مشارکت جویند؛

۶- معلمان با درک حقیقت و شرایط به نحو مقتضی در فعالیت‌های حل مسأله‌ی شاگردان مداخله کنند و به آنان فرصت دهند که خود راه خویش را برای حل مسائل موردنظر

Scanned by CamScanner

برگزینند؛

۷- یکی از ویژگی‌های عمده‌ی رویکرد حل مسأله به آموزش ریاضیات، تشویق فراگیران به تعمیم مفاهیم و قواعد و فرآیندهایی است که در مرکز فعالیت‌های ریاضی قرار دارند.

به هر حال فارغ از این مباحث، کدامیک از باورهای زیر می‌توانند مبنای قضاوت ما باشند مبنی بر این‌که یک حل‌کننده‌ی خوب و توانای تکلیف‌ها و مسائل ریاضی چه کسی است؟

الف- با دادن مقدار زیادی تکلیف و مسأله‌ی ریاضی به دانش‌آموزان، می‌توانیم آنان را بهترین حل‌کننده‌ها در این عرصه تربیت کنیم و شعار "هر چه بیشتر بهتر"، همیشه برخاسته از یک نیاز و واقعیت علمی است.

ب- با ارائه‌ی مسائل خوب و متنوع به دانش‌آموزان می‌توانیم آنان را یاری دهیم تا مسائل ریاضی را بهتر حل کنند.

ج- با آموزش راهبردهای حل مسأله به دانش‌آموزان کمک خواهیم نمود تا مسائل و تکالیف ریاضی موردنظر را بهتر حل کنند.

به باور سویدم[1] (۱۹۸۷) اگر به‌عنوان یک معلم و یا برنامه‌ریز ریاضیات با هر سه اعتقاد فوق موافق باشیم، تعجبی نیست. در واقع باورهای بالا می‌توانند مراحل توسعه و رشد تفکر ریاضی ما را درعرصه‌ی حل مسأله تبیین کنند. می‌توان مدعی شد که برای آموزش چگونگی حل مسائل ریاضی و درگیر شدن در چالش‌های احتمالی، معلمان باید دخالت و تعامل عناصر فراوانی را مورد ملاحظه قرار دهند تا شاگردان با توسعه‌ی مفاهیم و مهارت‌های ریاضی در مباحث مختلف قابلیت‌های لازم را در این رویارویی‌ها به دست آورند.

این موضوع که صرفاً با آموزش راهبردهایی، بدون یک رویکرد علمی و واقعی در عرصه‌ی یادگیری و بازشناسی موانع روان‌شناختی کار در عرصه‌ی ریاضیات، بتوانیم موفقیت دانش‌آموزان را در حل مسائل ریاضی تضمین کنیم جای تأمل است. به هر حال بحث بیشتر در این خصوص و طرح اندیشه‌های متفاوت درباره‌ی این‌که "آیا اصولاً با آموزش راهبردهای حل مسأله، افراد مسائل ریاضی را بهتر حل خواهند کرد"، نیازمند مجال دیگری است. اما باید اذعان کرد مطالعاتی که در این حوزه انجام شده‌اند، می‌توانند سرنخ‌هایی ارائه دهند تا با کمک آن‌ها نخستین گام‌ها را برداشت. اجمالاً می‌توان گفت که حداقل از سال ۱۹۸۵ به بعد این رویکرد مثبت وجود داشته است که دانش‌آموزان آشنا با تکنیک‌ها و روش‌های حل مسأله احتمالاً بهتر از ناآشنایان با این شیوه‌ها قادرند مسائل ریاضی را حل نمایند.

---

1. Suydam

Scanned by CamScanner

به علاوه، مارکوکسی[1] (۱۹۸۰) در نتیجه‌ی انجام ۳۳ مطالعه در مرحله‌ی حل مسائل ریاضی معتقد است چنانچه دانش‌آموزان با راهبردهای متنوعی برای حل مسائل آشنا باشند، این آشنایی قدرت انتخاب و تصمیم‌گیری آن‌ها را در وضعیت حل مسأله و چالش‌های آن افزایش می‌دهد؛ بدین معنا که اگر روشی کارآمد نبود، از روش‌های دیگری استفاده کنند و به نتیجه‌ی موردنظر برسند.

حل مسأله چیست؟

صرف‌نظر از مباحث مطرح شده در بالا واقعاً حل مسأله چیست و از چه تعریفی برخوردار است؟ روان‌شناسان حل مسأله را پردازش شناختی برای تبدیل موقعیت مفروض به موقعیت مطلوب می‌دانند، در حالی‌که شخص حل‌کننده، برای حل آن روش واضح و آماده‌ای ندارد. این تعریف شامل چند مقوله‌ی اساسی است که عبارتند از:

۱- حل مسأله امری شناختی است؛ یعنی در درون ذهن یا دستگاه شناختی حل‌کننده روی می‌دهد و وجود آن را تنها از بروز رفتار ریاضی و پاسخ فراگیر می‌توان فهمید.

۲- حل مسأله یک فرآیند است؛ یعنی متضمن دستکاری معلومات در دستگاه شناختی یا ذهن حل‌کننده است.

۳- حل مسأله نوعی تفکر جهت‌دارست در مقابل تفکر بی‌جهت و فاقد هدف.

٤- حل مسأله یک امر فردی است؛ یعنی دشواری تبدیل یک حالت مفروض از یک مسأله به حالتی مطلوب و روشن به دانش و تجربه‌ی فرد حل‌کننده بستگی دارد.

۵- در حل یک مسأله‌ی ریاضی نقطه‌ی شروع و عزیمت برای رسیدن به خواسته‌های مسأله معمولاً برای شاگردان کار دشواری است.

٦- داشتن درک درستی از داده‌ها و خواسته‌های یک مسأله یا تکلیف ریاضی و توانایی ایجاد ارتباط میان آن‌ها رهگشای خوبی برای حل مسأله است.

هایز[2] (۱۹۷۸) معتقد است وقتی می‌خواهید کاری انجام دهید و چگونگی انجام آن را نمی‌دانید با یک مسأله روبرو هستید.

فرآیند حل مسأله را می‌توان به مراحل چهارگانه‌ی زیر تقسیم کرد:

۱- بازنمایی[3]؛

---

1. Marcuco
2. Hayes
3. representing

Scanned by CamScanner

۲- طرحریزی[۱]؛

۳- اجرا[۲]؛

٤- بازبینی[۳]

قابلیت حل کردن مسائل ریاضی به آسانی و به تدریج در طول یک دوره‌ی زمانی ایجاد می‌شود؛ زیرا موفقیت در حل مسأله به عواملی متعدد و بیش از محتوای دانش ریاضی مرتبط است. حل موفقیت‌آمیز یک مسأله متضمن هماهنگ کردن دانش و تجربه‌ی فعلی و قبلی فرد، شهود، تصمیم‌سازی وی، توانایی‌های مختلف تحلیلی و فضایی او، شناسایی و غلبه بر پیچیدگی‌های تکلیف موردنظر می‌باشد. بنابراین، برای توفیق در حل مسائل ریاضی در سطوح مختلف تحصیلی، فراگیران نیازمند آمادگی‌های مختلفی از منظر برون‌ریاضی (به ویژه حیطه‌ی عاطفی) و درون‌ریاضی هستند که نباید مورد غفلت واقع شوند.

پولیا[٤] شاید نخستین کسی باشد که با نوشتن کتاب معروف خود (چگونه آن را حل کنیم؟)[٥] در سال ۱۹٤٥ نخستین گام‌ها را برداشته است. او در این کتاب و سایر آثار خود راهبردهایی را ارائه داده است که به کمک آن‌ها دانش‌آموزان بهتر می‌توانند مسائل ریاضی را حل کنند. به قول اورتن[٦] (۱۹۹۲)، جوهر کار پولیا در این کتاب بسط و توجیه تکنیک‌های خودسؤالی‌ای است که باید توسط دانش‌آموز یا حل‌کننده‌ی مسأله ارائه شود. این تکنیک شامل چهار مرحله‌ی عمده است که عبارتند از:

۱- فهم مسأله؛

۲- طرح یک نقشه برای حل مسأله؛

۳- پیاده کردن نقشه در موقعیت حل مسأله؛

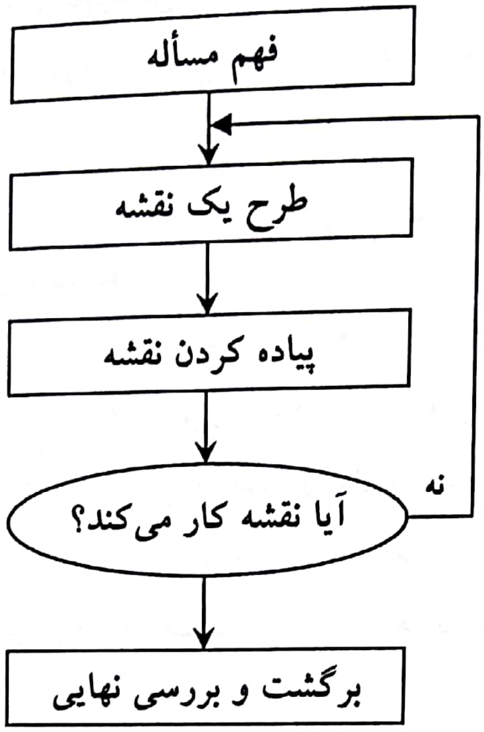
٤- برگشت به عقب و بررسی نهایی

نمودار کلی مراحل چهارگانه پولیا برای حل مسأله در شکل ۹-۱ ترسیم شده است.

برخلاف پولیا، برخی از پژوهشگران از نگرش‌های اسلوب‌دار[۷] حمایت می‌کنند. مثلاً گانیه معتقد است که ما قادر نیستیم افراد را برای این‌که حل‌کننده‌ی بهتر مسائل بشوند، آموزش دهیم. زیرا در واقع نمی‌توان مهارت‌های تفکر را در خلاء به فراگیران آموخت. هر مسأله‌ای

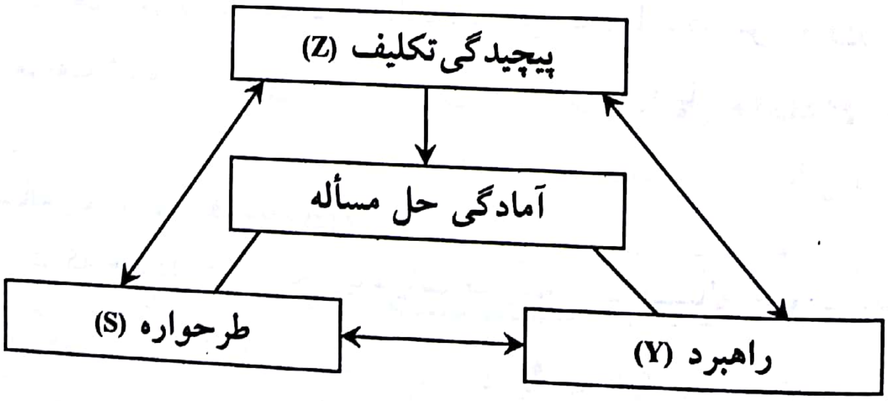
1. planni...

Scanned by CamScanner



شکل ۹-۱- تکنیک چهار مرحله‌ای پولیا

دربردارنده‌ی محتوا و پیچیدگی‌های خود است و بنابراین نمی‌توان راهبردهای کلی‌ای برای حل هر نوع مسأله‌ای به کار گرفت. هنگامی که دانش‌آموز مسأله را حل می‌کند، چیزهایی را آموخته است؛ ولی نمی‌توان مدعی شد که او به خودی خود در وضعیت‌های مختلف قادر است تا از عهده‌ی مسائل متنوع برآید. چه بسا فرد به رغم حل مسائل زیاد، هنوز هم درک درستی از بسیاری از مفاهیم ریاضی ندارد. با وجود این، با کمک مدل آمادگی ریاضی که قبلاً مورد بحث قرار گرفت، الگوی خلاصه‌تری را می‌توان به عنوان الگوی آمادگی حل مسأله به صورت شکل ۹-۲ ارائه داد.



شکل ۹-۲- الگوی حل مسأله

Scanned by CamScanner

در این الگو، عامل‌هایی چون پیچیدگی تکلیف (Z)، طرحواره‌ها (S) و راهبردهای حل مسأله به گونه‌ای نظام‌مند از منظر درون‌ریاضی با یکدیگر در تعاملند تا چگونگی آمادگی حل مسأله را توسط فراگیر تبیین کند.

مسائل خوب تعریف شده و مسائل بد تعریف شده

مسائل خوب تعریف شده معمولاً به مسائلی گفته می‌شود که ارائه‌ی راه‌حل‌هایی روشن و قاطع (برای رسیدن به هدف) برای آن‌ها همواره ممکن است و یک حالت توافق و اجماع کلی درباره‌ی آن‌ها وجود دارد. بسیاری از مسائل ریاضی و علوم، خوب تعریف شده‌اند، زیرا دارای اهداف روشن و درستی می‌باشند. در مقابل، مسائل بد تعریف شده، اغلب مسائلی هستند که نمی‌توانیم آن‌ها را بدون آن‌که تبیین و تعریف بیشتری از آن‌ها به عمل آید، حل نماییم (گلاور و همکاران، ۱۹۹۰).

مسائل سخت و آسان

واقعاً در ریاضیات به چه مسأله‌ای سخت و به چه مسأله‌ای آسان می‌گویند؟ اگر فراگیر نتواند مسأله‌ی موردنظر ریاضی را حل کند، این ناتوانی وی به معنی دشوار بودن مسأله است یا این‌که احیاناً عواملی از نظر درون و برون‌ریاضی در سخت یا آسان جلوه دادن آن مسأله‌ی ریاضی دخالت دارند. به نظر می‌رسد سخت و یا آسان بودن در این‌جا مفاهیمی نسبی است. احتمال دارد که یک مسأله‌ی دشوار برای فراگیر X، مسأله‌ای آسان برای فراگیر Y باشد. پس باید با نگاهی علمی و دقیق‌تر به این موضوع پرداخته شود و مورد کنکاش قرار گیرد. شاید بگویید مسأله‌ای سخت است که برای همه‌ی شاگردان کلاس سخت باشد. برعکس، مسأله‌ی آسان در نزد اکثر دانش‌آموزان آسان می‌باشد؛ ولی باید اعتراف نمود که چنین رویکردی به سختی و آسانی، باز هم نمی‌تواند قانع‌کننده باشد. به هر حال با پرداختن به ویژگی‌های یک مسأله‌ی خوب تعریف شده‌ی ریاضی بحث سختی و آسانی را به پایان می‌بریم.

ویژگی‌های یک مسأله‌ی خوب تعریف شده‌ی ریاضی

به نظر می‌رسد که حداقل در سطح ریاضیات مدرسه، یک مسأله خوب تعریف شده‌ی ریاضی دارای ویژگی‌های زیر است:

۱- داده‌ها (مفروضات) و خواسته‌های مسأله شفاف و روان باشد و با واژه‌ها و نمادهای

قابل فهم برای فراگیران طراحی گردد؛

۲- مسأله متناسب با مواد تدریس شده و آمادگی‌های ریاضی و ظرفیت‌های ذهنی فراگیران و مرتبط با تجربه‌ی آنان باشد؛

۳- مسأله بر مفاهیم و مهارت‌های ریاضی به طور متعادل تأکید کند و تنها بر فرمول‌ها و قاعده‌های ریاضی متکی نباشد، بلکه به نوعی با تفکر نقادانه آمیخته باشد و توانایی و ابتکار شاگردان را در فعالیت‌های حل مسأله افزایش دهد؛

٤- مسأله تکراری و خسته‌کننده نباشد و با تأکید بر جنبه‌های مختلف مهارتی و مفهومی درس ریاضی موردنظر طراحی و تنوع و تکثرگرایی در آن‌ها لحاظ شود؛

٥- مسأله به گونه‌ای مستقیم و غیرمستقیم درس موردنظر را مرور کند و بر ناگفته‌ها و نکته‌های سخت و دور از دسترس فراگیران تأکید ورزد؛

٦- مسأله به گونه‌ای غیرمستقیم آمادگی‌های ذهنی، مفهومی و مهارتی را برای تدریس مباحث بعدی در فراگیر ایجاد کند؛

۷- فراگیر از درگیر شدن با مسأله‌ی موردنظر و چالش با آن احساس رضایت و لذت کند و با انگیزش و رغبت راه‌حل لازم را دنبال نماید؛

۸- مسأله‌ی موردنظر به گونه‌ای طراحی شود که استفاده از راه‌حل‌های متعدد و متنوع را ممکن سازد و شاگردان نیز تشویق شوند که آن را با استفاده از راهبردهای مختلف حل کنند. این امر، به نوبه‌ی خود موجب ارتقای سطح تفکر ریاضی در آنان خواهد شد؛

۹- مسأله‌ی موردنظر نباید همیشه یک پاسخ معین و مشخص داشته باشد؛ بلکه بر مسائل پاسخ باز نیز تأکید داشته باشد که موجب تقویت نوآوری و قوه‌ی ابتکار فراگیران می‌شود و آنان را به تعمق و جستجوی بیشتری در عرصه‌ی آموزه‌های ریاضی وادار سازد.

تحلیل تکلیف- تحلیل سلسله مراتب مفهومی[1]

ریاضیات علمی است به شدت سلسله‌مراتبی و موثق. بنابراین، یادگیری و درک مفاهیم ریاضی و توانایی در موقعیت‌های حل مسأله بستگی به تسلط تعداد زیادی مفهوم و مهارت‌های پیش‌نیاز دارد که در یک سیستم سلسله‌مراتب مفهومی و مهارتی از مشکل‌تر و مجردتر به ساده‌تر و ملموس‌تر قرار می‌گیرد. نکته‌ی حائز اهمیت این است که باید میان تحلیل

1. Task analysis- hierarchal analysis

Scanned by CamScanner

تکلیف ریاضی و تحلیل سلسله‌مراتبی مفاهیم موجود در آن تکلیف تفاوت قائل شد.

آنالیز و تحلیل یک تکلیف ریاضی در واقع مراحل انجام کاری است که فراگیر بـرای حـل یک مسأله اتخاذ و یا اقتباس می‌کند. آنچه در این‌جا مهم است، گام‌هایی می‌باشد که باید بـرای حل مسأله‌ی داده شده به ترتیب اولویت برداشت؛ در حـالی‌کـه تحلیـل مفهـومی، مربـوط بـه فرآیندهای یادگیری است. در این‌جا مهارت‌ها و فرآیندهای ذهنی فرد و چگونگی ارتباط میـان آن‌ها به مثابه‌ی یک خصیصه‌ی فردی، برای حل مسائل ریاضی مورد توجه است.

به‌طـور خلاصه باید گفت تحلیل تکلیف در مواقع مولد طـرز اقدام و مـراحل انجام کـار[1] برای حل یک تکلیف ریاضی است، در حالی‌که تحلیل و آنالیز مفهومی نمایشی از مهارت‌هـا و فرآیندهای ذهنی مفاهیم ریاضی و پیش‌نیازهای آن‌هاست. هر چند که ایـن دو تحلیـل بـه هـم مربوطند، ولی در عین حال کاملاً متفاوت هستند و شیوه‌های آموزشی گوناگونی را مـی‌طلبنـد. همان‌طوری که پیشتر گفتیم، گام‌های ضروری برای حل یک مسأله‌ی ریاضـی را بـا Z نمـایش می‌دهند. پژوهش‌های انجام شده نشان می‌دهد که هر چه تعداد Zها بیشتر و پیچیـده‌تـر باشـد گرفتاری و دردسر فراگیران زیـادتر خواهـد بـود و احتمـالاً در انجـام فعالیـت‌هـای مـوردنظر کم‌انگیزه‌تر می‌شوند!

بسیاری از فراگیران در تشخیص گام اول برای شـروع حـل یـک مـسأله‌ی ریاضـی دچـار مشکل هستند. مثلاً مباحثی در درس حساب انتگرال چون شیوه‌هـای انتگـرال‌گیـری غالبـاً بـد آموخته می‌شوند و دانشجویان عموماً در آغاز گام اول و انتخاب شیوه‌ی مناسب دچـار ضـعف هستند. این بحث نه تنها در رشته ریاضی، بلکه در سایر علوم و رشته‌های مهندسـی از اهمیـت بالایی برخوردار است. هم‌چنین در اثبات حد تابع‌ها با کمک تعریف، اغلب دیده می‌شـود کـه به دلیل عدم توجه دقیق به شرایط ذکر شده مسیری که به‌کار می‌رود دارای اشکال اسـت. مـثلاً رسم بر این است که شعاع همسایگی را عدد یک انتخاب کنند، در حالی‌که این ضـرورت گـاه برای فراگیران فاقد معناست. اکنون تحلیل و مراحل حل یک مسأله‌ی ساده‌ی انتگرالی را نـشان می‌دهیم.

مثال ۱: مطلوبست محاسبه‌ی انتگرال

$$I = \int x \sqrt{۵ + ۳x^{۲}}\,dx$$

حل: با انتخاب شیوه‌ی تغییر متغیر

$$u=۵+۳x^{۲} \rightarrow du=۶\,xdx$$

بنابراین:

$$xdx=۱/۶\,dx$$

Scanned by CamScanner

پس داریم

$$I=\int x\sqrt{5+3x^{2}}dx=1/6\int\sqrt{u}du=1/6(2/3u^{3/2})+c=1/9(5+3x^{2})^{3/2}+c$$

در تکنیک‌های انتگرال‌گیری از جمله شیوه‌ی تغییر متغیر رسیدن به انتگرال ساده‌تر نشانه‌ی نیل به پاسخ است.

در حل مسأله‌ی بالا، گام‌های زیر مورد توافق معلمان ریاضی است:

۱- انتخاب u به عنوان تابعی از x؛

۲- گرفتن مشتق از u نسبت به x؛

۳- نوشتن $du=\frac{du}{dx}\times dx$؛

٤- با استفاده از ۳ و تعویض $\frac{du}{dx}\times dx$ با du و انتگرال اصلی را به صورت انتگرال ساده‌تر u نوشتن.

مثال ۲: مطلوبست $\int x\,dx/(x^{2}-9)$

برای حل این انتگرال می‌توان با جانشانی ساده‌ی $u=(x^{2}-9)$ در عرض چند دقیقه مسأله را حل کرد. اما ممکن است از روش درست و وقت‌گیر تجزیه به کسرهای جزیی استفاده کرد و دقت زیادی را صرف حل این مسأله کرد و یا از جانشانی پرزحمت $x=3\sin\theta$ بهره جست که باز هم موجب اتلاف وقت و عقب ماندن در امتحان می‌شود.

شوئنفلد[1] که این مسأله را به عنوان نخستین سؤال امتحانی به دانشجویان خود داده بود می‌گوید: «جالب است بدانیم شاگردانی که مسأله را از راه‌های دشوارتری حل کرده بودند نشان دادند که نسبت به آنانی که از روش ساده‌تر استفاده کرده بودند بیشتر می‌دانند یا دست‌کم مباحث دشوارتر ریاضیات را بلدند؛ اما این را هم نشان دادند که تنها آنچه می‌دانی مهم نیست. این‌که چگونه و چه موقع از معلومات استفاده کنی هم اهمیت دارد. طبیعی است راه‌حل زیبا و مناسب خیلی بهتر است.»

هم‌چنین محاسبه‌ی انتگرال‌هایی از قبیل

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin(x)(\cos(x)+3x^{2}-x\sin(x))dx$$

که بدون استفاده از شیوه‌های متداول انتگرال‌گیری مثلاً انتگرال‌گیری جزء‌به‌جزء به سادگی با توجه به فرد بودن تابع انتگرال‌گیری و حدود انتگرال دارای جواب صفر است؛ یا در حل

1. Schoenfeld

مسائل حد از قبیل:

۱- با استفاده از تعریف حد، ثابت کنید که

۱- $\lim_{x \to ۲}(x^۲ - ۲x - ۳)/(x - ۱) = -۳$

۲- $\lim_{x \to ۱} ۲/(۳x^۲ - ۱) = -۱$

۲- بسیاری از دانشجویان شعاع همسایگی را به گونه‌ای انتخاب می‌کنند که عدد ۱ درون آن بیفتد و یا اصلاً خود عدد ۱ باشد. طبیعی است که گام بعدی جز نیل به بیراهه نخواهد بود، گاهی هم برای δ مقدار منفی می‌یابند.

حل مسائلی از قبیل $\lim_{x \to \infty}([۲x^۲] + \mathrm{sgn}(x))/(x^۲ + ||x||)$ دانستن چندین مفهوم و قاعده و مهارت ضروری است. مفهوم تابع و جمع توابع، مفهوم تابع جزء صحیح و ارتباط آن با تابع‌های دیگر، مفهوم تابع Sgn(x)، مفهوم تابع قدرمطلق و ارتباط آن با جزء صحیح که $|x|=x\mathrm{Sgn}(x)$، مفهوم تابع درجه‌ی دو، مفهوم تابع‌های کسری، مفهوم حد و حد در بی‌نهایت و مفهوم حد خارج قسمت و اصل فشار همه ضروری است.

در امتحانی از یک کلاس چهل نفری دانشجویان درس ریاضی عمومی حتی یک نفر هم شیوه‌ی درستی برای حل این مسأله ارائه نکرده بود؛ هر چند بسیاری جواب صحیح ۲ را به دست آورده بودند.

نکته: اصولاً در حل یک مسأله‌ی ریاضی، سه گام مهم باید طی شود:

۱- گام داده‌ها $(Z_۱)$[۱]؛

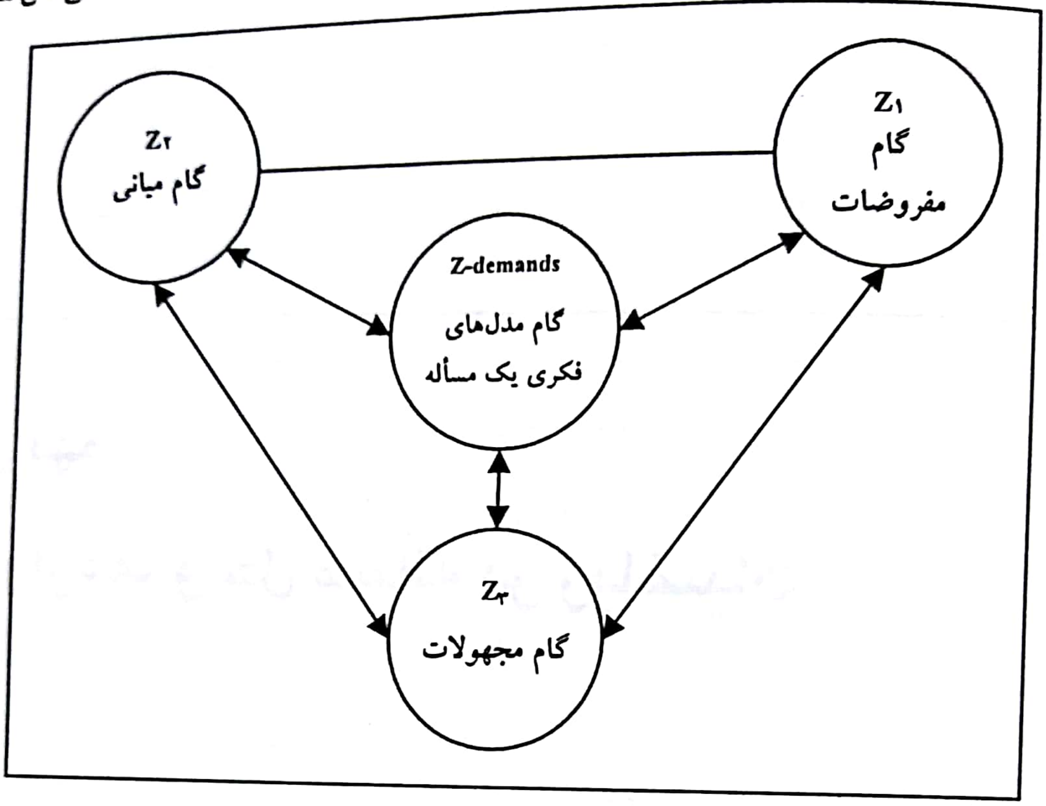
۲- گام مجهولات $(Z_۳)$[۲]؛

۳- گام‌های تعیین‌کننده‌ی حل مسأله $(Z_۲)$[۳].

گام‌های تعیین‌کننده‌ی حل مسأله یا گام‌های واسطه‌ای در واقع همچون پلی میان گام‌های ۱ و ۲ عمل خواهند کرد. شناخت دقیق و مناسب و منطقی این گام‌ها، فراگیران را در سامان‌دهی مسأله و نیل به راه‌حل صحیح هدایت می‌کند.

شکل ۹-۳، مدل ارتباطی $Z_۱$، $Z_۲$ و $Z_۳$ را نشان می‌دهد:

Scanned by CamScanner



شکل ۹-۳

✍ **تمرین:** گام‌های فکری مسائل زیر را مشخص نمایید.

۱- مساحت یک مستطیل با مساحت مثلثی به طول قاعده‌ی ۷۰ سانتی‌متر برابرست؛ چنان‌چه محیط مستطیل ۲۴۰ سانتی‌متر و عرض آن ۸۰ متر کمتر از طولش باشد، ارتفاع مثلث چه اندازه است؟

۲- اگر $A \subset B$، آنگاه $A \cup (B - A) = B$.

۳- مقدار حد $\lim_{x \to 0} x\left[-\frac{1}{x}\right]$ را به دست آورید.

Scanned by CamScanner

فصل نهم
طرحواره‌ها و حل مسأله در ریاضیات

ریاضیات دانشی بسیار نظام‌مند و سازمان‌یافته است که فراگیری آن نیازمند یادگیری هوشمند[1] در سطحی عالی است. یادگیری هوشمند، به خاطر سپردن تعدادی تعریف، مهارت و قاعده نیست؛ بلکه مستلزم ساختن ساختارهای دانش از نقشه‌های عملی متنوعی به هنگام ضرورت است. در نظریه‌ی یادگیری هوشمند، یادگیری به مثابه‌ی ارتباط و تعامل اندیشه‌ها و مفاهیم و تجربه‌های جدید فراگیران با یک طرحواره‌ی موجود است (اسکمپ، ۱۹۸۹).

سامان‌دهی ذهنی و رمزگردانی مفاهیم و دانسته‌های ریاضی توسط شاگردان موجب کاهش کشمکش‌های ذهنی و یادگیری غیرمعنی‌دار آنان در عرصه‌ی ریاضیات می‌گردد و تأثیری به‌سزا بر رفتار ریاضی‌شان خواهد داشت. در بسیاری از نظریه‌های روان‌شناختی مرتبط با آموزش ریاضی مانند نظریه‌ی پردازش اطلاعات و نظریه‌ی سازنده‌گرایی بر سامان‌دهی اطلاعات و کنترل فرایندهای پردازش ذهنی از طریق شکل‌گیری طرحواره‌ها از سوی شاگردان تأکید فراوان شده است. پژوهش‌های اخیر نیز به‌طور کلی بر اهمیت رویکردهای مبتنی بر طرحواره‌ها در یاددهی- یادگیری و حل مسائل ریاضی اصرار دارد (رایلی و همکاران[2]، ۱۹۸۳؛ اسکمپ[3]، ۱۹۸۶ و ۱۹۸۹؛ گلاور و همکاران[4]، ۱۹۹۰؛ هرون[5]، ۱۹۹۶؛ مارکوس و همکاران[6]، ۱۹۹۶). در

1. Intelligent learning
2. Riley et al.
3. Skemp
4. Glover et al.
5. Herron
6. Marcus et al.

Scanned by CamScanner

نظریه‌ی پردازش اطلاعات، سامان‌دهی و ذخیره‌سازی دانسته‌ها و تجربه‌های فراگیران به سه صورت عمده قابل تبیین و تفسیر است (آیسنک[1]، ۱۹۹٤ و سیف، ۱۳۷٦) که عبارتند از:

۱- حافظه‌ی رویدادی[2] که خاطرات، حادثه‌ها و رویدادهای گوناگون زندگی فرد در آن سامان‌دهی و ذخیره می‌شود.

۲- حافظه‌ی اجرایی[3] که به چگونگی انجام امور و به ویژه فعالیت‌های فیزیکی یا جسمانی و مهارتی مرتبط می‌شود. در واقع این حافظه به دانستن چگونگی انجام یک عمل و یا یک مهارت مانند رانندگی، دوچرخه‌سواری، انجام الگوریتم‌ها و محاسبات و عملیات جبری، مشتق‌گیری با استفاده از قاعده‌ها و فرمول‌ها اطلاق می‌شود.

۳- حافظه‌ی معنایی[4]، این اصطلاح در پژوهش‌های جدید به‌طور وسیع به‌کار رفته است و در واقع بخشی از حافظه‌ی انسان است که در آن معانی ذخیره می‌شوند و فرایند دریافت‌ها و استنباط‌ها شکل می‌یابند (آیسنک، ۱۹۹٤). بنابر اعتقاد پژوهشگران، اطلاعات موجود در حافظه‌ی معنایی عمدتاً به دو صورت گزاره[5]- کوچکترین واحد اطلاعات- و طرحواره- بدنه و شبکه‌ی بزرگی از اطلاعات با هم مرتبط- سازماندهی و ذخیره می‌شوند (سیف، ۱۳۷٦).

طرحواره چیست؟

بارتلت[6] (۱۹۳۲) برای نخستین بار اصطلاح طرحواره را به‌کار گرفت تا توضیح دهد چرا افراد در درک و یادسپاری داستان‌ها تمایل دارند آن‌ها را به گونه‌ای بازسازی کنند که با انتظاراتی که بر اساس دانش و تجربیات قبلی خود دارند، متناسب باشد (آیسنک، ۱۹۹٤).

یک طرحواره ممکن است بازنمایی هر نوع دانشی، دانشی ساده مانند شکل یکی از الفبای انگلیسی A، B، C و... تا دانش و موضوعات پیچیده‌تری مانند ریاضیات، فیزیک و غیره را دربرگیرد. به قول الیس و هانت[7] (۱۹۹۳)، طرحواره بر بخش بزرگی از اطلاعات به هم مرتبط و سامان‌یافته‌ی فرد دلالت دارد که شامل مفاهیم، وقایع و پاداش‌های مختلفی است. به عنوان مثال، طرحواره‌ی تعطیلات عید و یا تابستان، طرحواره‌ی بازی‌های فوتبال و یا مسابقات

1. Eysenck
2. Episodic memory
3. Procedural memory
4. Semantic memory
5. Proposition
6. Bartlett

Scanned by CamScanner

ورزشی و یا طرحواره‌ی خریدهای موردنیاز در زندگی، بر دسته‌ی بزرگی و در عین حال متفاوت از اطلاعات و تجربه‌های سازمان‌یافته و مرتب فرد در یک عرصه‌ی خاصی دلالت دارد. طرحواره‌ی ما برای رفتن به تعطیلات می‌تواند شامل یک سلسله از تصمیم‌گیری‌ها و نقشه‌ی سفر و همراهان، صحبت با یک شرکت مسافرتی، انتخاب منطقه‌ی مسافرت و مسیر حرکت، جمع‌آوری وسایل و خلاصه تمام اندیشه‌ها و فعالیت‌هایی باشد که در سیستمی تحت عنوان طرحواره‌ی تعطیلات قرار می‌گیرد؛ هر چند که این قبیل طرحواره‌ها عمدتاً موقتی و زودگذر هستند. اسکمپ (۱۹۸۶ و ۱۹۸۹)، طرحواره را یک ساختمان ذهنی می‌داند که در آن دانش و تجربه‌های مرتبط شاگردان سازمان می‌یابد و فهمیدن را جذب یک مطلب جدید به یک طرحواره‌ی مناسب می‌داند.

نظریه‌ی طرحواره بر این پایه استوار است که معانی مطالب بر اساس اطلاعاتی که یادگیرنده با آن روبرو می‌باشد، اطلاعاتی که او از قبل در حافظه دارد و نحوه‌ی کنش متقابل او با اطلاعات جدید ساخته می‌شود (گلاور و همکاران، ۱۹۹۰). بر اساس این نظریه آنچه در حافظه‌ی درازمدت فراگیران رمزگردانی می‌شود، به شدت متأثر از طرحواره‌های (ساختارهای دانش) فرد است که او را کمک می‌کند تا اطلاعات جدید را انتخاب و تعبیر و تفسیر نماید، به گونه‌ای که به‌طور مستدل سازگار و همسو با طرحواره‌ی قبلی وی باشد (الیس و هانت، ۱۹۹۳). طرحواره در واقع چارچوبی را فراهم می‌سازد که می‌توان اطلاعات را در آن ذخیره کرد و به هنگام بازیابی اطلاعات از آن برای هدایت فرایندهای جست‌وجو بهره گرفت (آیسنک، ۱۹۹٤).

بنا بر الیس و هانت (۱۹۹۳)، طرحواره‌ها سازه‌های شناختی‌ای هستند که امکان سامان‌دهی اطلاعات و دانش را در حافظه‌ی درازمدت یادگیرنده فراهم می‌سازند و مبنایی را برای پیش‌بینی پیشرفت تحصیلی او به وجود می‌آورند. طرحواره‌ها در واقع هدایت‌کننده‌ی عملیات پردازش اطلاعات فرد هستند (سیفرت[1]، ۱۹۹۱).

طرحواره و ریاضیات

پژوهش‌های اخیر اهمیت و جایگاه رویکردهای مبتنی بر تشکیل طرحواره را در یاددهی-یادگیری ریاضیات نشان می‌دهد (گلاور و همکاران، ۱۹۹۰). دانش ریاضی عمدتاً شامل شکل‌گیری طرحواره‌هایی است که به مجموعه‌ای از روش‌های اجرایی و مهارتی منجر می‌شود.

Scanned by CamScanner

این روش‌های اجرایی به ویژه در حساب و جبر که الگوریتم نام دارد، عملیات لازم برای حل مسأله توسط فراگیران را هدایت می‌کند. رایلی و همکاران (۱۹۸۳)، معتقدند هر مسأله‌ی ریاضی به سه نوع دانش ریاضی نیازمند است که عبارتند از:

۱- طرحواره‌ی مسأله که از ساختار معنایی و محتوایی صورت مسأله استنباط و استخراج می‌شود.

۲- طرحواره‌ی اقدام برای حل مسأله که از مهارت‌ها و تجربه‌های ذخیره شده در حافظه نشأت می‌گیرد.

۳- دانش راهبردی که برای برنامه‌ریزی و سامان‌دهی مراحل حل مسأله به‌کار می‌رود.

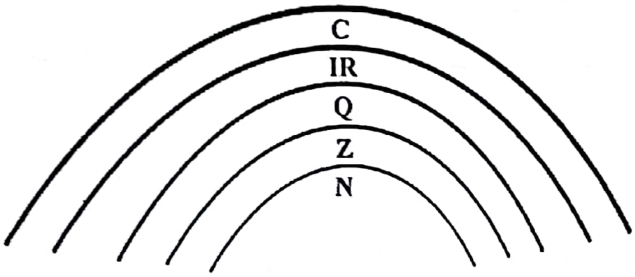
از مطالعات موجود می‌توان نتیجه گرفت که حل مسأله با شکل‌گیری انواع گوناگون طرحواره‌های مسأله ارتباط دارد و مسائل ریاضی عمدتاً مجموعه‌ای از طرحواره‌ها را می‌طلبد که در مورد اغلب دانش‌آموزانی که در یک عرصه مثلاً جبر و یا هندسه فعالیت دارند، مشترک است. به علاوه، یکی از مشکلات همیشگی کودکان دبستانی که مفاهیم جمع و تفریق را می‌آموزند، کسب انعطاف لازم برای انتخاب طرحواره‌های درست در یک موقعیت متناسب است (گلاور و همکاران، ۱۹۹۰).

از سوی دیگر، فعال‌سازی طرحواره رویکردی است که بر مربوط ساختن اطلاعات جدید با دانش قبلی دانش‌آموزان به مثابه‌ی وسیله‌ای برای تقویت یادگیری تأکید دارد و نقش اساسی در انجام تکالیف ریاضی ایفا می‌کند. نظریه‌ی فعال‌سازی طرحواره بر این اندیشه استوار است که دانش‌آموزان در هر سنی اطلاعات مناسبی دارند که می‌توان اطلاعات جدید را به آن‌ها مربوط ساخت. به عنوان مثال برای آموزش توان (و قبل از درس توان) و فعال‌سازی ساختار مفهومی توان، از شاگردان می‌توان خواست تا مفاهیم و الگوریتم‌های جمع، ضرب و تقسیم را مرور کنند و یا به هنگام آموزش مفهوم تابع باید طرحواره‌های چندی از جمله زوج‌های مرتب و رابطه فعال شوند.

به هر حال، در تدریس یک مبحث جدید ریاضی با فعال‌سازی دقیق طرحواره‌های مناسب باید شاگردان را یاری کرد تا مفاهیم و مهارت‌های جدید را به گونه‌ای معنادار بیاموزند. به عبارت دیگر، هر شیوه‌ی یاددهی که موجب شود تا یادگیرنده بتواند پل‌های مفهومی و مهارتی مناسب بین دانسته‌های قبلی و جدید خود بسازد، نوعی فعال‌سازی طرحواره تلقی می‌شود. شاید ساده‌ترین راه کسب ظرفیت بیشتر برای حل مسأله، رشد پیوسته و منظم دانسته‌های فرد است که از طریق افزودن اطلاعات جدید یک طرحواره از پیش‌موجود صورت می‌پذیرد

Scanned by CamScanner

(گلاور و همکاران، ۱۹۹۰). آنچه در حافظه‌ی درازمدت شاگردان رمزگردانی می‌شود، به شدت از طرحواره‌های موجود فرد تأثیر می‌پذیرد و به آنان یاری می‌دهد تا اطلاعات جدید را انتخاب، تفسیر و تعبیر کنند. یک طرحواره یا ساختار مفهومی، در واقع شبکه‌ای از ارتباط‌های درون‌وابسته و بهم پیوسته عناصر تشکیل‌دهنده‌ی یک مقوله و یا یک مفهوم اصلی است و به قول اسکمپ (۱۹۸۹)، متشکل از نقشه‌های شناختی و مدل‌های ذهنی افراد است. در آموزش ریاضیات مدرسه تشکیل طرحواره‌ی اعداد طبیعی (N)، نخستین مرحله از یادگیری ریاضیات رسمی است. شمارش اعداد، عملیات چهارگانه‌ی اصلی، مقایسه، تساوی، بزرگتری، کوچکتری و مسائل داستانی (کلامی) ریاضی در قالب چنین طرحواره‌ای هویت می‌یابد. به علاوه، فرایند تدریجی توسعه‌ی طرحواره‌ی عدد اتفاق می‌افتد. در واقع طرحواره‌ی عدد طبیعی (N) با اعداد گویا (Q) و (Z) و (IR) و... توسعه می‌یابد. نمودار زیر نشان دهنده‌ی فرایند غیرخطی چنین توسعه‌ای را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰-۱

در عین حال باید متوجه بود که در حل یک مسأله‌ی ریاضی ممکن است طرحواره‌هایی در ذهن یادگیرنده فعال شوند که مخدوش و یا متناسب با مسأله‌ی موردنظر نباشد. برای نمونه به مسأله‌ی زیر توجه کنید:

هواپیمایی با سرعت ۳۰۰ کیلومتر در ساعت فاصله ۶۰۰ کیلومتری میان دو شهر A و B را از A به B می‌پیماید. این هواپیما در بازگشت، با سرعت ۶۰۰ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند. سرعت متوسط رفت و برگشت هواپیما را پیدا کنید.

در پاسخ به مسأله‌ی بالا، ۸۴٪ شاگردان سرعت متوسط هواپیما را ۴۵۰ کیلومتر در ساعت محاسبه کرده‌اند و ۹٪ از آنان جواب ۴۰۰ کیلومتر در ساعت را به دست آورده‌اند که پاسخ درست مسأله می‌باشد.

در واقع اکثر فراگیران با فراخوان طرحواره‌ی نامناسب میانگین ساده $\frac{۹۰۰+۳۰۰}{۲}$ اقدام به

حل مسأله کردند. بنابراین می‌توان گفت که یکی از مشکلات اصلی شاگردان در کـار ریاضـی، بازشناسی این مهم است که برای هر مسأله، اطلاعات مفهومی و مهارتی خاصی مناسب اسـت که بازنمایی مسأله یا فضای مسأله گفته می‌شود (گلاور و همکاران، ۱۹۹۰).

طرحواره‌های صفر و تهی

اکنون برای شفاف‌سازی بیشتر موضوع مورد بحـث در خـصوص تـشکیل و فعـال‌سـازی طرحواره‌ها به دو مثال دیگر در عرصه‌ی حساب و جبر مجموعه‌ها می‌پردازیم. مفاهیم سـاده و در عین حال مهم صفر و تهی (Φ) در ریاضیات با روش طرحـواره‌ای بـه گونـه‌ای آسـان‌تـر و جامع‌تر قابل دسترسی و فراگیری هستند. در این نمایش کـه آن را روش شـبکه‌ای[1] مـی‌نـامیم، یک مفهوم اصلی[2]- در اینجا صفر و یا تهی- را انتخاب مـی‌کنـیم و بـه تعریـف‌هـا، روابـط و مفاهیم نزدیک به آن‌ها می‌پردازیم. در این روش به چگونگی ارتباط‌های درون‌ساختاری مفاهیم با هم و به شباهت‌ها و تفاوت‌ها در یک حوزه‌ی مفهومی توجه خواهیم کرد. در این‌جـا روش شبکه‌ای ارتباط طرحواره‌ی صفر و یا تهی را با سایر طرحواره‌ها- مفاهیم دیگر ریاضی- میسر می‌سازد. با استفاده از نرم‌افزارهای کامپیوتری و انیمیشن، اندیشه‌ی طرحـواره‌هـای شـبکه‌ای و چگونگی ارتباط‌های ساختاری مفاهیم مرتبط را بهتر می‌تـوان درک کـرد (شـکل‌هـای ۱۰-۲ و ۱۰-۳).

✍ تمرین:

۱- در کلاس آموزش ریاضی درباره‌ی ویژگی‌ها و ارتباطات طرحواره‌های صفر و تهـی بحـث نمایید.

۲- با انتخاب یک مفهوم دلخواه ریاضی مثلاً تابع، طرحواره‌ی مناسب برای آن رسـم نماییـد و آن را با طرحواره‌ی هم‌کلاسی خود مقایسه کنید. چه تفاوت‌هایی مشاهده می‌کنید و بـه چـه دلیل؟ فکر می‌کنید طرحواره موردنظر معلم ریاضی شما چگونه خواهد بود؟

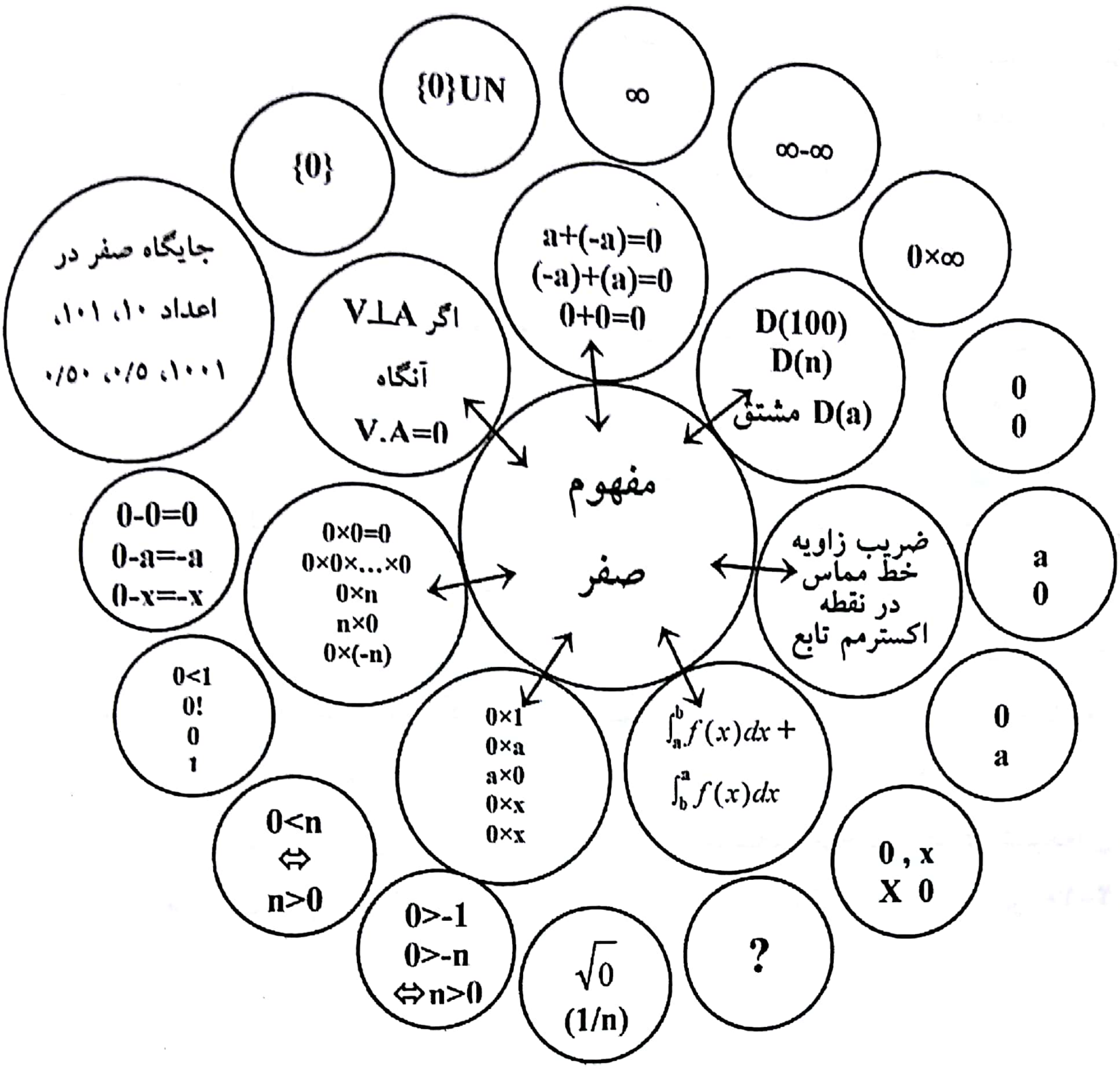
نقشه‌ی مفهومی[3]

نوعی دیگر از نمایش طرحـواره‌ای مفـاهیم، اسـتفاده از نقـشه‌ی مفهـومی اسـت. نقـشه‌ی مفهومی یک روش خلاصه و اجمالی برای سامان‌دهی و مرتب کردن دانسته‌ها و اطلاعات فـرد

---

1. network method
2. principal concept
3. concept map

Scanned by CamScanner



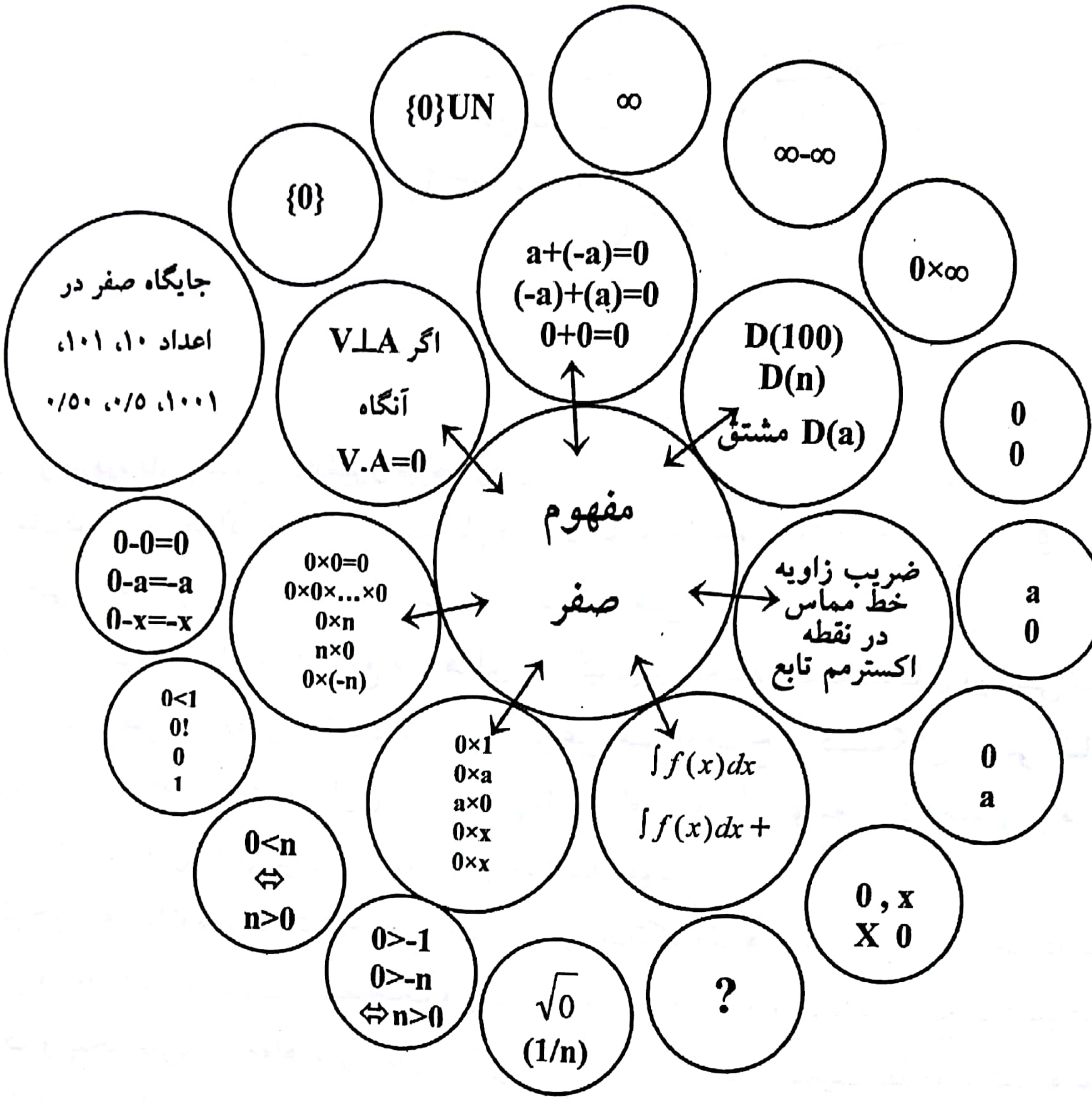
شکل ۱۰-۲- طرحواره‌ی صفر (۰)

است که در آن از کلمات، نمادها، علائم و خطوط ارتباطی به منظور نمایش روابط درونی میان اجزای اطلاعات استفاده می‌شود (هرون، ۱۹۹۶).

سانتراک (۲۰۰۸)، نیز نقشه مفهومی را نوعی نمایش تصویری ارتباطات و سلسله مراتب یک مفهوم می‌داند و معتقد است که وادار نمودن شاگردان به طراحی نقشه ویژگی‌های یک مفهوم به آموزش بهتر آن کمک خواهد نمود.

برخی پژوهش‌ها نشان می‌دهند که شاگردانی که از نقشه‌های مفهومی برای ساماندهی یادگیری خود در یک عرصه مانند ریاضیات استفاده می‌کنند، در مقایسه با کسانی که فقط به معلم خود گوش می‌دهند و یا متن‌ها را می‌خوانند، قادر هستند که اطلاعات واقعی‌تر را به خاطر آورند. نقشه‌های مفهومی ترسیم شده در یک موضوع ریاضی مثلاً تابع توسط معلمان و

Scanned by CamScanner



شکل ۱۰-۳- طرحواره‌ی تهی (Φ)

شاگردان، به‌رغم تفاوت در برداشت‌ها و ارتباط‌ها، هر یک مزایای خاص خود را دارند (ویلیامز، ۱۹۹۸). نقشه‌ی مفهومی همچون شاخ و برگ یک درخت به گونه‌ای غیرخطی می‌تواند یک مفهوم ریاضی و اجزای مرتبط با آن را به صورتی گسترده نشان دهد. نقشه‌ی مفهومی در واقع یک نقشه‌ی راه است و نشان‌دهنده‌ی ارتباط‌های مستقیم و غیرمستقیم مفاهیم وابسته‌ی ریاضی می‌باشد. شکل (۱۰-۴) نشان‌دهنده‌ی نمادین یک نقشه‌ی مفهومی است.

✍ **تمرین:** آیا می‌توانید با توصیف بالا و با انتخاب یک مفهوم دلخواه ریاضی، نقشه‌ی مفهومی آن را ترسیم نمایید.

بحث مشروح در خصوص نقشه‌های مفهومی نیازمند مجالی دیگرست.

Scanned by CamScanner

شکل ۱۰-۴

مزیت‌ها و کاربردهای یاددهی- یادگیری طرحواره‌ای

همان‌گونه که اجمالاً بحث شد، تشکیل و فعال‌سازی طرحواره‌ها در عرصه‌های گوناگون کار ریاضی به مثابه‌ی یک راهبرد شناختی مؤثر به‌کار می‌رود و با سامان‌دهی دانسته‌ها و تجربه‌های شاگردان، آنان را در رفع مانع‌های یادگیری و انجام تکلیف‌های ریاضی یاری می‌دهد. فقدان طرحواره‌های مناسب شاگردان نوعی هرج‌ومرج و کشمکش ذهنی آنان را موجب می‌گردد که ریشه‌ی بسیاری از بدفهمی‌های ریاضی در آن نهفته است. مهمترین مزایای یادگیری طرحواره‌ای را می‌توان در موارد زیر خلاصه نمود:

۱ - طرحواره‌ها علاوه بر داشتن خواص جداگانه و تک‌تک مفاهیم و اجزای تشکیل‌دهنده، دانش و تجربه‌ی شاگردان را هماهنگ و یکپارچه می‌سازد. طرحواره‌ها در واقع ترکیب‌های بزرگ و پیچیده‌تری از مفاهیم و مهارت‌هایی هستند که در یک وضعیت نظام‌مند شیوه بهتر اندیشیدن و چگونگی عملکرد فراگیران را در کار ریاضی هدایت می‌کنند.

۲- یاددهی‌های مبتنی بر شکل‌گیری طرحواره‌ها موجب ارتقای یادگیری هوشمند و معنادار مطالب ریاضی می‌شود که طبعاً از بار حافظه‌ی فعال و عوامل مزاحم می‌کاهد و یادگیری‌های حافظه‌ای و الگوریتمی را کاهش می‌دهد.

۳- طرحواره‌ها به عنوان ابزاری مفید و مؤثر در یاددهی مفاهیم، تعریف‌ها و ساختمان‌های ریاضی، یادگیری‌های بعدی و پیشرفت درسی شاگردان را آسان‌تر می‌سازد و نوعی انضباط فکری و عملیاتی را موجب می‌گردد.

٤- رشد پیوسته و تجدید ساختار طرحواره‌های موجود شاگردان با اضافه شدن اطلاعات ضروری به این طرحواره‌ها، قابلیت و ظرفیت آنان را در انجام تکلیف‌های ریاضی افزایش می‌دهد و به عنوان راهبردی مؤثر در عرصه‌ی یاددهی- یادگیری ریاضیات به‌کار می‌رود.

۵- چگونگی تشکیل طرحواره‌ها و بازنمایی آن‌ها توسط معلمان ابزاری مؤثر برای تشخیص

Scanned by CamScanner

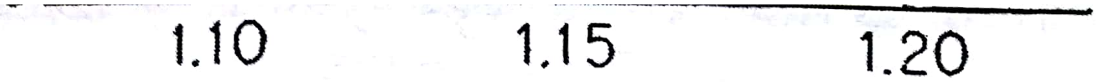
بدفهمی‌ها و اشتباه‌های مفهومی و مهارتی شاگردان در درس ریاضی است.

۶- یادگیری فرایندی بنانهادگی است و نقش معلّم، هدایت و تسهیل آن می‌باشد. طرحواره‌ها نیز در خلال این فرایند و پردازش‌های جذب و انطباق ساخته می‌شود که با رویکرد سازنده‌گرایی قابل تعبیر و تفسیر است.

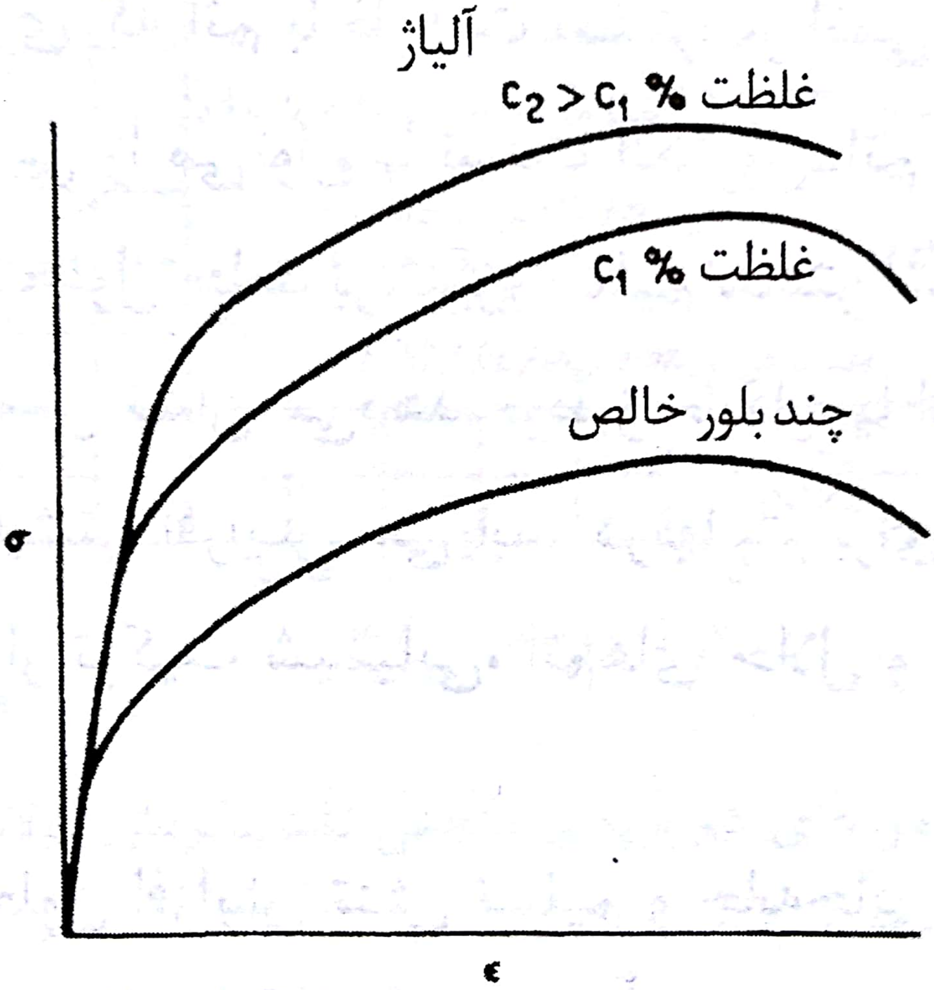
۷- در موقعیت‌های حل مسأله، با فعال شدن طرحواره یا طرحواره‌های متناسب با مسأله‌ی موردنظر بهتر می‌توان به پاسخ‌های لازم رسید.

۸- عملیات ریاضی به کسب و فعّال‌سازی طرحواره‌های چندگانه نیاز دارد تا طبقه‌ای از مفاهیم و مهارت‌ها را که در مجموع آن‌ها را ریاضیات می‌نامیم، ممکن سازد.

Scanned by CamScanner



کل ۲۳.۵ اثر نسبت الکترون به اتم بر تنش تسلیم محلول‌های جامد مس



شکل ۲۴.۵ اثر افزودن اتم‌های محلول بر منحنی تنش-کرنش.

واکنش اتم‌های محلول با نابجایی‌ها

کشسان

Scanned by CamScanner