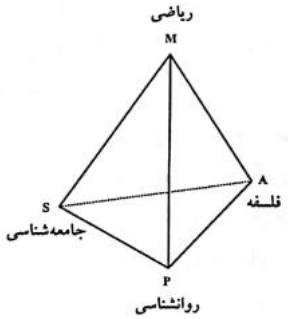
خلاصه کتاب اصول آموزش ریاضی دکتر علم الهدایی

فصل اول: آموزش ریاضی چیست؟

آموزش ریاضی یا بهتر بگوییم تعلیم و تربیت در ریاضیات شاخه ای از علوم بشری است که به ویژه در سالهای اخیر جایگاه مهمی در محافل علمی جهان و به طور خاص در کشورهای توسعه یافته پیدا کرده است. از سال 1962 **پس از صدور بیانیه** 75 **نفر از ریاضیدانان معروف دنیا، حرکت و توجهی جدی نسبت به موضوع آموزش ریاضی به وجود آمد. در واقع بعد از بیانیه مذکور تلاش بر این است به ویژه ریاضیات مدرسه از علمی برای نخبگان به علمی برای همگان تبدیل شود.**

الگوی چهار وجهی مطالعه آموزش ریاضی:

با توجه به تعامل و دخالت عرصههای گوناگون معرفتی در آموزش ریاضی به ویژه ابعاد چهارگانه طبیعت دانش ریاضی، فلسفه و معرفتشناسی، روانشناسی و جامعه شناسی، هیگنسون (1980) **الگویی چهار وجهی برای ارائِه تصویری مناسب از مطالعه آموزش ریاضی ارائه داده است. هیگنسون این الگو را** (MAPS) **مینامد. شکل زیر الگوی مذکور را نشان میدهد.**



با این ساختار میتوان به مطالعه ی تاثیر یک عامل بر عاملهای دیگر نیز پرداخت. برخی از این ترکیبها، حوزه های معرفتی تعریف شده ای هستند. برای مثال MA **بیانگر فلسفه ریاضی**

است و به مطالعه مکتب های مختلف فلسفه ریاضی می پردازد و نقش عوامل فرهنگی– اجتماعی در وجه MPS واقع میشوند. الگوی چهار وجهی MAPS میتواند به ما در پیشبینی نقش آموزش ریاضی در اعتلای دانش ریاضی کمک کند.

آموزش ریاضی به عنوان یک حوزه تخصصی مستقل و میان رشته ای مطرح است که ضمن ارتباط عمیق و گسترده با ریاضیات، با دانشهایی چون روانشناسی، علوم تربیتی، جامعه شناسی، تاریخ، فلسفه و... نیز مرتبط است.

چند پرسش مهم در عرصه کار آموزش ریاضی:

- **ریاضیات چگونه دانشی است و از چه طبیعتی برخوردار است؟**
- **رفتار ریاضی، پیشرفت ریاضی، تفکر ریاضی و توان ریاضی چگونه تعریف می شوند؟**
- **یادگیری معنی دار و هوشمند در مقایسه با یادگیری طوطی وار و حافظه ای در ریاضی از چه ویژگی هایی برخوردارند؟**
- **معلمان ریاضیات را چگونه باید آمورش بدهند و از چه سبک های آموزشی در تدریس مفاهیم و مهارتهای ریاضی استفاده نمایند؟**
- **بدفهمی های شاگردان در درس ریاضی چگونه بروز میکند و از چه سازوکار علمی برای رفع آنها باید استفاده نمود؟**
- **دانش و مهارت شاگردان در درس ریاضی را چگونه باید سنجید و ارزیابی کرد؟**
- **مهمترین رویکردها و مکتب های روانشناختی آموزش ریاضیات کدامند؟**

در ادامه تلاش میشود که نه چندان طولانی سوالات بالا مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

طبیعت ریاضیات

در این باب که طبیعت دانش ریاضی چیست، دیدگاه های گوناگونی وجود دارد، ولی همه بر تفاوت ذاتی مقوله ریاضی با سایر علوم نظری و تجربی متفقند که تعریف ها، مفاهیم، قضایا و ساختمانهای ریاضی مقولاتی مجردند و این تجرد در ریاضیات مدرن نیز تقویت شده است. ریاضیات اغلب به مثابه فرمولها و رشته هایی خطی از قاعده ها، مهارتها و مفاهیم ثابت و غیر

قابل تغییر در زمان و بدون ارزش و کاربرد، ولی قابل اعتماد تصور میشود، ولی واقعیت این است که ریاضیات از این درک و تصورهای استرلیزه شده به دور است.

هالموس(1968) **میگوید:** ***((ریاضیات تفکر مجرد است، ریاضیات منطق محض است، ریاضیات هنری خلاق است، همه این گزاره ها نادرست است، اما اندکی هم صحت دارد، همه این حرفها از این که بگوییم ریاضیات عدد است یا ریاضیات اشکال هندسی است به حقیقت نزدیکتر است. از نظر یک متخصص ریاضیات محض، ریاضیات عبارتست از جفت وجور کردن منطقی مجموعه ای از مفروضات به دقت انتخاب شده به همراه نتایج شگفت آورشان از طریق یک اثبات مفهومی ظریف. بی تکلفی، پیچیدگی و بالاتر از همه تحلیل منطقی، نشان ویژه ریاضیات است.))***

ریاضیات در واقع محصول کوشش خلاق فکر بشر است که با فرایندهای پیچیده ای مشتمل بر تجربه ی ایده ها و مفاهیم درک و شهود آنها و به کارگیری راهبردهای کلی تحقیقاتی، ایده های اشتباه و حک و اصلاح آنها و همکاری های مشترک پدید آمده است. ریاضیات محصول تاریخی و فرهنگی انسان است و منعکس کننده بافت و زمینه ی اجتماعی است که در آن رشد و تکامل یافته است.

وایدلر(1968) **در کتاب تکامل مفاهیم ریاضی مینویسد که ریاضیات یکی از مهمترین مولفه های فرهنگی جوامع مدرن امروزی است. تاثیر ریاضیات بر سایر عناصر علمی، فرهنگی، اقتصادی و روانشناختی آنچنان زیربنایی و گسترده است که باید اذعان کرد زندگی امروز بشر و رشد فرهنگ توسعه و بسترسازی فرهنگی و سیستم های پیچیده ی اطلاع رسانی، تقریبا بدون ریاضیات غیرممکن است.**

هالموس میگوید: ریاضیات یک زبان است، زبانی دقیق و ظریف و برای این طراحی شده است که انواع معینی از اندیشه ها را خلاصه تر، دقیقتر و سودمندتر از زبان معمولی بیان کند و سالها طول میکشد تا بتوانیم آن را درست تکلم کنیم.

بنابر HMI (1985) **دلیل اصلی برای آموزش ریاضی اهمیت آن در تجزیه و تحلیل و ارتباط ایده هاست. کاک کرافت**(1982) **میگوید ریاضیات یکی از ابزارهای بسیار مهم ارتباط و تعامل است، که موجبات بالندگی های فرهنگی، اجتماعی و زبانی را فراهم می آورد و دارای نمادها و ترکیب های پذیرفته شده در سراسر دنیا است.**

از سوی دیگر، به باور راسل(1921) ریاضی محض را میتوان به عنوان دانشی تعریف کرد که در آن نمی دانیم درباره چه چیزی گفتگو میکنیم و از صحت آن بی ا طلاع هستیم یا آنگونه که کورانت و رابینس(1941) می گویند ریاضیات را می توان طرز بیان اندیشه ی بشری دانست که منعکس کننده اراده ی فعال او، دلایل معنوی و میل برای نیل به تمامیت زیباشناختی است.

ریاضیات بر دو پایه منطق و خلاقیت استوار است. ریاضیات، دانش الگوها و ارتباط هاست. به عنوان یک دانش نظری، ریاضیات ارتباط های ممکن میان مقولات مجرد را جستجو میکند، فارغ از اینکه آنها مانند هایی در دنیای واقعی دارند یا خیر. این مفاهیم مجرد می توانند هرچیزی اعم از دنباله های اعداد، شکل های هندسی و یا مجموعه ی معادلات باشند.

ریاضیات زبان اصلی علم است و مهمتر اینکه گرامر علم را فراهم می آورد. ریاضیات به خاطر طبیعت مجرد خود، دانشی جهانی محسوب میشود، در حالی که سایر علوم ناشی از تفکر انسان از چنین مشخصه ای برخوردار نیستند.

محتوای دانش ریاضی

در یک جمع بندی کلی میتوان مدعی شد که دانش ریاضی از محتوایی شامل موارد زیر برخوردار است:

i. **اصول موضوعه**

ii. **تعریف ها و توصیف ها**

iii. **ساختمان های ریاضی**

iv. **قضیه ها، لم ها و نتایج**

در فرایند تفکر ریاضی و انجام تکلیف های مربوطه چگونگی ارتباط میان موارد چهارگانه فوق همراه با قیاسها و استنتاج های منطقی، کار جدی دانش پژوهان ریاضی را تشکیل میدهد.

ریاضیات به عنوان یک مولفه فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی

یافته های علمی و شواهد تاریخی نشان میدهد که ریاضیات همواره نقش اساسی در توسعه ی فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی ملت های مختلف ایفا نموده است. نقش ریاضیات در تغییر الگوهای زندگی و تحول در دانشهاو فناوریهای مختلف از جمله فناوریهای اطلاعات و ارتباطات (ICT)، آموزش و پرورش، مدلهای اقتصادی، حمل ونقل و ترافیک، بهداشت و درمان وخلاصه بهبود کفیت زندگی غیرقابل تردید است. امروزه پیش بینی و طبعآ پیشگیری بسیاری از بیماریها از جمله سرطان، بیماریهای قلبی–عروقی و عفونی مانند ایدز با کمک مدلهای ریاضی و آمار، امری بدیهی است. واقعیت این است که فعالیتهای ریاضی در جامعه، تنها در کلاس درس و توسط معلمان ریاضی و شاگردان خلاصه نمیشود، بلکه بسیاری از این فعالیتها در بیرون از مدرسه و در صحنه واقعی زندگی اتفاق می افتد. تحقیقات نشان میدهد که بچه ها ریاضیات را در خلال ارتباط محیط و اتفاقات واقعی زندگی خود بهتر درک می کنند. اصطلاح ریاضیات خانه در کنار ریاضیات مدرسه، بیانگر این مهم است که آموزشهای غیررسمی ریاضی در کوچه و بازار و خیابان و خانه اتفاق میافتد و اتفاقا در مقایسه با آموزشهای رسمی و مدرسه ای برای بچه ها طبیعی تر و لذتبخش تر است.

مقایسه های میان فرهنگی نیز اطلاعات جالبی را در زمینه ی جایگاه ریاضیات، وضعیت تحصیلی و پیشرفت ریاضی دانش آموزان ملتها و جوامع مختلف، چگونگی رویکرد معلمان ریاضی، والدین و برنامه ریزان را ارائه میدهد. تفاوت میان این رویکرد نشان میدهد که چگونگی بافت فرهنگی، اجتماعی، قومی و خانوادگی در کشورهای مختلف دنیا بر توسعه ی ریاضی و پیشرفت ریاضی فرزندان آنان موثر است.

واژه و تعبیر ریاضیات قومی که برای نخستین بار در اواخر دهه 60 میلادی توسط ریاضیدان برزیلی به نام Ubiratan Dambrasio **به کار گرفته شده است، از همین منظر قابل تامل است.**

ریاضیات قومی به آن شکل از ریاضیات گفته میشود که آمیخته با فعالیتهای فرهنگی–اجتماعی است و به گونه ای متفاوت با فعالیتهای ریاضی به عنوان کار صرفا ریاضی است.

مطالعه بین المللی ریاضیات و علوم (TIMSS)

نخستین مطالعه ی بین المللی ریاضیات و علوم (FIMS) در دهه 1960 انجام شد. دومین مطالعه (SIMS)، در دهه 1980 و سومین مطالعه ی بین المللی ریاضیات و علوم(TIMSS) در دهه 1990 اجرا گردید.

این مطالعات، یافته های ارزشمندی در مورد عملکرد تطبیقی کودکان در جنبه های مختلف ریاضیات داشته است. نتایج این آزمونها نشان میدهد که دانش آموزان برخی از کشورهای جنوب شرق آسیا مثل سنگاپور، کره و هنگ کنگ عملکردی بالا و شاگردان کشورهایی مانند بلژیک و جمهوری چک نیز دارای نیز دارای عملکردی بالاتر از میانگین داشته اند. در آمریکا و انگلستان، عملکرد ریاضی شاگردان در این آزمونها مطلوب نبوده است.

متاسفانه تحلیل یافته های TIMSS **نشان میدهد که عملکرد دانش آموزان ایرانی در سطوح استدلال منطقی، حل مسئله و توجیه منطقی ضعیف است. در حالی که اکثر معلمان ریاضی در ایران معتقدند که توانایی تفکر خلاق و توانایی فراهم کردن استدلال برای توجیه نتایج برای موفقیت شاگردان در درس ریاضی یک ضرورت است.**

دشواری هایی در عرصه آموزش و یادگیری ریاضیات(نظر کاک کرافت)

کاک کرافت (1982**) معتقد است که ریاضیات را باید به عنوان دانشی ارائه داد که قابل استفاده و لذت بخش باشد. او سه عنصر شاخص را نه تنها در آموزش و یادگیری ریاضیات، بلکه در ارزیابی پیشرفت دانش آموزان معرفی میکند.**

حقیقتها و مهارتها
ساختار مفهومی
راهبردهای کلی و درک ارزش آنها

آموزش موثر باید هوشیارانه بر این سه مقوله مبتنی باشد. بنابر گزارش کاک کرافت، آموزش ریاضیات در همه ی سطوح باید دربردارنده ی فرصتهایی باشد که در زیر به اختصار به چند مورد اشاره میکنیم :

توصیف و توضیح مطالب توسط معلم ریاضی
تقویت و گسترش بحث درسی میان شاگردان با معلمان و یکدیگر
فعالیتهای عملی مناسب ریاضی
تمرین مهارتهای اساسی و معمولی ریاضیات و تحکیم آنها
حل مسائل ملموس و کاربردی

گسترش و تقویت فعالیتهای تحقیقاتی

سند HMI (1985) **در خصوص ریاضیات** 5 **تا** 16 **سالگی توصیه میکند که کار عملی مناسب، حل مسئله و کار تحقیقی مناسب با این سن و سال، باید بخشی از رویکرد یاددهی–یادگیری کلاس ریاضی باشد.**

آسیب شناختی رفتار و پیشرفت ریاضی فراگیران

در ادامه سعی میشود که از دیدگاه درون و برون ریاضی برخی از مهمترین مشکلات موجود در تدریس و یادگیری ریاضیات مطرح شود:

عدم شناخت لازم در مورد یادگیری تفکر ریاضی
معنای تصمیم گیری و تصمیم سازی در کار ریاضی
پیچیدگی عمل تفکر و فرایند یادگیری انسان و چگونگی پردازشهای ذهنی و عدم آشنایی از سوی آموزشگران با آنها
عدم ایجاد فضای رشد و مهارت تفکر ریاضی در کلاس
دشواری های مفاهیم و مقولات ریاضی. به قول اسکمپ مفاهیم ریاضی مفاهیم ثانویه هستند و از جهان محسوس به عالم مجرد در انتقالاند.
عدم توجه به تفاوتهای فردی شاگردان در کاری ریاضی
عدم توجه کافی به عوامل عاطفی، هیجانی، انگیزشی، نگرشی و هراسهای ناشی از کار ریاضی
انتظارهای غیر واقع بینانه و غیر علمی از فراگیران توسط معلمان، برنامه ریزان، والدین و مولفین کتاب درسی
عدم بازدهی مطلوب برخی از معلمان ریاضی در ارائه مطالب و تدریس آنها
عدم اطمینان شاگردان به دانسته های ریاضی خود

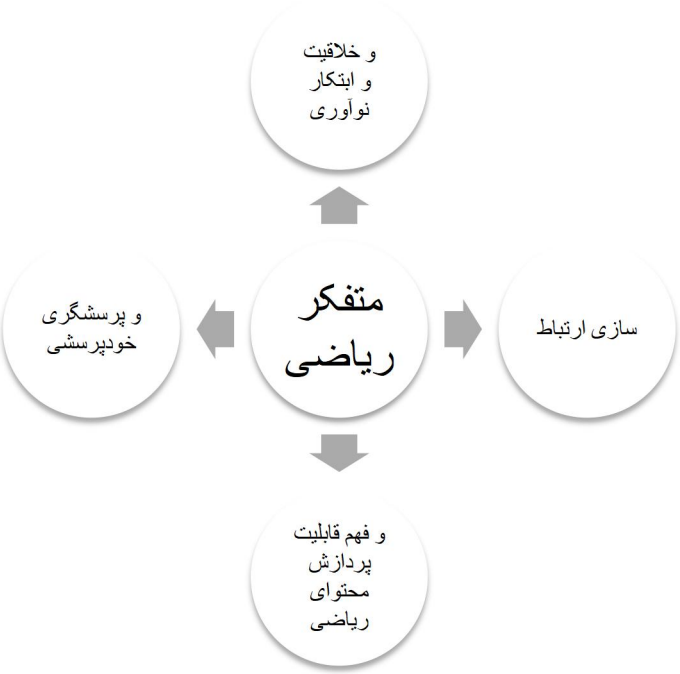
رفتار ریاضی

چگونگی بروز دانش ریاضی فراگیران در موقعیتهای مختلف کار ریاضی (آموزش، یادگیری، حل مسئله و سنجش و ارزیابی) که تحت عامل های درونی و بیرونی واقع میشود را رفتار ریاضی مینامند.

پیشرفت ریاضی

تغییرات کیفی و کمی رشد یابنده ریاضی شاگردان را پیشرفت ریاضی آنان گویند.

در ادامه مولفه های تفکر یک متفکر ریاضی را نشان میدهیم.



تقویت تفکر ریاضی

مدل کاوی (1995**) نحوه تقویت تفکر ریاض را بیان میکند. مولفه های مدل کاوی عبارتند از:**

ایجاد فضای تفکر ریاضی
تعامل
مهارتهای تفکر
شناخت (دانستن درباره ی دانستن)

شناخت فراشناخت

رویکرد شناختی بر فرایندهای شناخت و تفکر متمرکز است. لغت شناخت ریشه ی لاتین دارد و به معنی دانستن است. روانشناسان شناختی، در صدد کشف و شناخت چگونگی عملکرد فرایندهای شناختی هستند.

از جمله ی فرایندهای شناختی میتوان دقت، ادراک، حافظه، تفکر و حل مسئله را نام برد.

پردازش اطلاعات از پذیرفته ترین و وسیع ترین شاخه های روانشناسی شناختی است. فناوری کامپیوتر نقش مهمی در شکل گیری دیدگاه پردازش اطلاعات ایفا کرده است. شناخت به فرایندهای درونی ذهنی یا راه هایی که در آنها اطلاعات پردازش میشوند، گفته میشود. یعنی راه هایی که ما توسط آنها به اطلاعات توجه میکنیم، آنها را تشخیص میدهیم و به رمز درمی آوریم و در حافظه ذخیره می کنیم (بایلر و اسنومن، 1993).

فراشناخت به دانش و آگاهی ما درباره ی فرایندهای شناختی خودمان و چگونگی استفاده ی بهینه از آنها برای رسیدن به هدف های یادگیری گفته میشود (بایلر و اسنومن، 1993).

در واقع شناخت دانستن و یادگیری است و فراشناخت، دانستن و اطلاع از چگونگی یادگیری و تفکر یا به عبارت دیگر، دانستنِ دانستن است.

در ادامه سه مرحله ای که دانش آموزان در گذر از ریاضیات مدرسه، عبور میکنند را بیان میکنیم:

الف) ریاضیات دوران ابتدایی

آموزش رسمی از دوره ابتدایی آغاز میشود و باید به گونه ای پایه گذاری شود که تا زمانی دراز ادامه یابد. در این مرحله کودک با علاقه طبیعی، کنجکاوی، اشتیاق و عدم پیچیدگی های ذهنی برای یادگیری وارد مدرسه میشود. در گذر از ریاضیات ابتدایی، مربیان نوع نگرش

کودکان نسبت به ریاضی شکل میدهند. با برقرای پیوند بین ریاضیات تجربیات زندگی روزمره و واقعیت های دنیای ملموس ریاضیات خانه مربیان کودک را یاری میکنند.

به علاوه، تاثیر حالات عاطفی و هیجانی به ویژه اضطراب در رفتاری ریاضی از این دوران آغاز میشود و در مراحل بعدی تثبیت و تقویت میشود.

ب) ریاضیات دوران راهنمایی تحصیلی

در خلال این دوره انتظار داریم دانش آموزان بزرگترین تغییرات رشدی جسمانی، عاطفی، روانی و فکری خود را تجربه کنند. در این سال هاست که مربیان ریاضی باید زمینه های تشویق بیشتر دانش آموزان را فراهم آورند و آنان را قادر سازند که اعتماد به نفس و خودکارآمدی– اطمینان به توانایی های– خود را در فهم معنادار ریاضیات تقویت کنند. در این گروه سنی برقرای پیوند میان ریاضیات و انتخاب های آینده تحصیلی و شغلی نیز دارای اهمیت به سزایی است، به طوریکه انتخابهای تحصیلی و شغلی دانش آموز حتی الامکان با یکدیگر نزدیک باشند.

یادگیری های حافظه ای و غیر هوشمند در عرصه ریاضیات و نیز نگرانی ها و نومیدی های شاگردان در کار ریاضی از این دوران آغاز میشود.

ج)ریاضیات دوران دبیرستان

در مقطع دبیرستان، دانش آموزان باید بر اهمیت ارتباط میان انتخابهای علمی و سایر انتخاب های دوران زندگی خود آگاه شوند. این مسئله حیاتی است که مربیان ریاضی بکوشند تا باور دانش آموزان را نسبت به ارزش دانش ریاضی و کارآمدی آن در جامعه تقویت نمایند

فصل دوم : یاددهی–یادگیری ریاضیات

متخصصان آموزش ریاضی بر این مهم متفقند که یادگیری ریاضیات نه در کلاس درس شروع میشود و نه پایان می یابد. کودکان مفاهیم مقدماتی ریاضی را مانند سایر مفاهیم در تعامل با محیط و اطرافیان و قبل از ورود به مدرسه یاد میگیرند. سوال مهم و اساسی این است که در یک ساز و کار شناختی، عملیاتی و منطقی دانش و تجربه غیررسمی بچه ها از مفاهیم عملیات ریاضی چگونه میتواند مرتبط با آموزش های رسمی کلاسیک آنان شود؟ مدل زیر میتواند ساختار

ارتباطی میان سه مقوله آموزش، دانش و یادگیری غیررسمی در حوزه ریاضیات مدرسه ای را توضیح دهد.

یادگیری غیررسمی، یادگیری رسمی

چند مشخصه ی عمده ی یادگیری غیررسمی را با توجه به دیدگاه برخی از صاحبنظران میتوان اینگونه خلاصه کرد:

- **در یادگیری غیررسمی، فرایند یادگیری فعال، داوطلبانه، کران باز، مبتنی بر خوداکتشافی و کاوشگرانه، لذتبخش و غیردلهره آور است.**
- **عمدتا در متن جامعه اتفاق میافتد و شاگردان را در فعالیتهای مبتی بر یادگیری مشارکتی ترغیب میکند.**
- **یادگیرنده ها در یادگیری غیررسمی همزمان تعدادی از فرایندهای خودتنظیمی مانند خودنظارتی و خودانگیختگی را به کار میگیرند.**

- **این فرایندهای خود تنظیمی موجب تقویت انگیزش های درونی فرد میشود.**
- **تجربه یادگیری در یادگیری غیررسمی بیشتر کیفی است تا کمی، فرایندمحور است تا محصول محور، بیشتر ترکیبی است تا تحلیلی و بیشتر خود هدایت شونده است.**
- **فی نفسه کران باز و نابسته است و فراگیر**
- **یادگیری غیررسمی عمدتا غیراجباری، انتخابی و بعضا تصادفی است.**

ویژگی های فوق، یادگیری غیررسمی را متفاوت با یادگیری رسمی مدرسه ای میسازد که اساسا زمان بسته، کلاس محور و موسسه مدار، برنامه ای محور، معلم محور و کتاب محور هستند. در یادگیری رسمی امتحان ابزاری برای فشار و یادگیری است و عمدتا بخشی جداناپذیر و طبیعی از فرایند یادگیری به شمار نمی آید.

جنبه های شناختی یادگیری غیررسمی

یادگیری غیررسمی به طور آشکاری برای رشد شناختی و عقلانی بچه ها در سالهای اولیه ی زندگی ضروری است. بسیاری از محققان (از جمله وود هد و همکاران، 1986 **و تراورتن،** 1995**) معتقند که بیشترین یادگیری شناختی در اوایل خردسالی و در نتیجهی تعاملات غیررسمی میان والدین با دیگر بزرگسالان و همسالان اتفاق میافتد. یکی از بهترین منابع علمی برای یادگیری غیررسمی بچه ها در سن مدرسه، آموزش خانگی آنان است زیرا یادگیری غیررسمی نقش زیادی در رشد عقلانی و شناختی بچه ها ایفا نموده است.**

ریاضیات و یادگیری غیررسمی

تا هنگام سن مدرسه، بسیاری از کودکان حداقل مفاهیم اساسی ریاضی مانند شمارش، جمع، تفریق، تقسیم، اعداد کاردینال و اوردینال را آزادانه می آموزند، البته نه با روشها و مهارت هایی که بعدا به طور رسمی یاد میگیرند. مستندات علمی فراوان موجود است که نشان میدهد بچه ها و بزرگسالان با داشتن ذخیره ای از دانش تجربه و مهارت های غیررسمی خود مرتبط با حوزه های متنوع ریاضیات قادرند مسائل زندگی خود را حل و فصل نمایند (کاراهر و هکاران، 1987). امروزه بسیاری از یاددهی– یادگیری های غیررسمی در ریاضیات مدرسه میتواند توسط فناوری رایانه ای و یادگیری چندرسانه ای صورت گیرد. طراحی علمی مناسب و هوشمند چند رسانه ای در مباحث مختلف ریاضی در نقش مکمل یاددهی–یادگیری مدرسه ای میتواند با ترغیب بیشتر شاگردان در خانه و مدرسه یادگیری آنان را تسهیل نماید. ویژگی غیرخطی آموزش چند رسانه ای و جستجوی آزاد در آن علاقه و کنجکاوی بچه ها را برای پیگیری مطالب درسی برمی انگیزد.

پارک های ریاضی هم مکانهای مناسبی برای یاددهی–یادگیری غیررسمی و طبیعی ریاضیات به بچه ها و بزرگسالان هستند. پارک هایی که طراحی آنها در همه زمینه ها و بازیها نشان دهنده ی نمادها اشکال و روابط هندسی و ریاضی است.

نکته اساسی این است که شاگردان هنگامی که اجازه می یابند در یک فضای واقعی و نسبتاً آزادانه به یادگیری بپردازند بهتر میتوانند ساختارهای ذهنی مورد نیاز خود را برای عملیات ریاضی توسعه دهند. شاید دیدگاه روانشناس روسی ویگوتسکی که معتقد بود همه یادگیریها به نوعی اجتماعی محورند و ریشه در تعاملات اجتماعی و گفتمان با یکدیگر دارند، در مورد یادگیری غیررسمی به خوبی قابل تبیین باشد. به قول آشمن (1997) معلمان باید شاگردان را تشویق نمایند که استراتژی های یادگیری و حل مسئله را به همان راحتی که در خارج از مدرسه مورد استفاده قرار می دهند به کار گیرند و همیشه آنان را تحت فشار برای به کارگیری استراتژی ها و روش های کلاسیک قرار ندهند.

رویکرد باز و بسته در یاددهی–یادگیری ریاضیات

نظریه ها و سبک های تدریس باید بیان کننده، پیش بینی کننده و کنترل کننده ی وضعیتی باشد که در آن عملکرد معلم، موجب تغییر رفتار و پیشرفت ریاضی و توسعه تفکر شاگردان گردد. در یک تقسیم بندی کلی میتوان عمدتاً دو رویکرد را در آموزش ریاضیات مطرح نمود که

با توجه به ویژگی هایشان در دو قطب مقابل قرار می گیرند. به علاوه رویکرد سومی نیز قابل ارائه است که در واقع تلفیقی از این دو می باشد.

رویکردهای سهگانهی مورد نظر عبارتند از:

روش آموزش بسته (CTM)

روش آموزش باز (OTM)

روش تلفیقی (COTM)

در بررسی رویکردهای فوق، ابتدا به مهمترین ویژگیهای روش آموزش بسته و باز می پردازیم.

روش آموزش بسته
• عمدتاً معلم محور است و معلم مسئول انتقال دانش ریاضی به شاگردان می باشد • کتاب بسته و جزوه–محور است و در بسیاری موارد کتابها و جزوه های درسی زمان گذشته میباشند • یادگیری عمدتاً غیرفعال میباشد و شاگردان پذیرنده ی منفعل مباحث ریاضی هستند • عنوانها و مطالب درسی کاملاً مشخص است و سرفصل گرایی با دقت تعقیب میگردد • تمرینها و مثال های درسی بیشتر پاسخ بسته میباشد • نمره به عنوان یک انگیزش بیرونی و تعیین کننده در روابط میان شاگرد و معلم است و ابزاری برای تشویق و تنبیه به شمار می آید

جدول یک

روش آموزش باز
• شاگردان در مرکز فعالیتهای آموزشی قرار میگیرند یا به عبارت دیگر شاگرد–محور است • شاگرد مسئول یادگیری خویش است و در یادگیری مفاهیم ریاضی فعالانه عمل میکند

- **سبک تدریس با تاکید بر حل مسئله، پرسشگری و شیوه های تحقیقی و کاوشگرانه صورت میگیرد**
- **فعالیتهای ریاضی به جای کتاب و جزوه ی معین و مباحث کاملاً از پیش تعیین شده، پروژه–بسته است**
- **سنجش کمی و نمره تنها ملاک توانایی فراگیر و پیشرفت درسی او نمی باشد سنجش های کیفی با شیوه های مختلف نیز صورت میگیرد.**
- **آموزش به جای فراگیر بودن در کلاس، بیشتر در گروه های کار کوچک صورت میگیرد**

جدول دو

مسائل پاسخ باز–مسائل فرایند باز

به منظور شروع فعالیتهای پروژه محور و تحقیقی ریاضیات در هر مقطع تحصیلی طرح و ارائه مسائل پاسخ باز و فرایندباز شیوه مناسب و کارآمد میباشد. واقعیت این است که در روشهای معمول آموزش ریاضی مسائل به گونه ای طراحی میشوند که عمدتاً دارای یک پاسخ درست باشند. اصطلاحاً چنین مسائلی را بسته یا کامل می گویند. سوالات زیر نمونه هایی از پرسش های کران باز ریاضی هستند:

- **مستطیل، مربع، لوزی و متوازی الاضلاع دارای چه شباهتها و تفاوتهایی هستند؟**
- **توابعی را تعریف کنید که فقط از راست پیوسته باشند.**
- **توابعی را مثال بزنید که در نقطه صفر مشتق پذیر باشند و مشتق پذیری آنها را اثبات نمایید.**

در کنار مسائل کران باز مسائل فرایند باز نیز قابل ارائه هستند. در مسائل فرایند باز از شاگردان میخواهیم که برای حل یک مسئله ریاضی یا حتی اثبات یک قضیه یا لم از روشهای مختلف استفاده نمایند و خود را فقط اسیر یک شیوه کلاسیک نکنند. به عبارت دیگر به شاگردان می آموزیم که هر مسئله ریاضی میتواند با روشهای مختلفی حل گردد.

نقش تاریخ ریاضیات در آموزش و یادگیری ریاضی

تاریخ ریاضیات به مثابه یک میراث غنی فرهنگی سرشار از اندیشه ها، خلاقیت ها و روشهای ریاضیدانان گذشته است که عجین شدن با آنها میتواند گستره فهم ما را بیفزاید و نگرش جدیدی را در عرصه آموزش ریاضی فراهم آورد. در ادامه به چند پرسش در این زمینه پاسخ میدهیم.

طبیعت دانش ریاضی چیست و یادگیری چگونه اتفاق میافتد؟

اسکمپ (1986) میگوید که یادگیری و آموزش ریاضی از مقولات روانشناختی است و ما پیشرفت قابل توجهی در ریاضیات نخواهیم داشت، مگر اینکه بدانیم این شاخه از معرفت بشری چگونه یاد گرفته و فهم میشود. در عرصه روانشناسی یادگیری ریاضی، متخصصان میکوشند تا دریابند که چگونه عامل های گوناگون اعم از بیرونی و درونی بر رفتار ریاضی شاگردان موثر میافتند و اینکه واقعا تفکر ریاضی چیست و ریاضیات چگونه یاد گرفته میشود در مرکزیت این مطالعه قرار دارد.

چرا جذب جنبه هایی از تاریخ ریاضی در آموزش ریاضیات یک ضرورت علمی است؟

بنابر آنچه گفته شد میتوان ادعا کرد که تاریخ ریاضیات قادر است همچون رویکرد واسطه ای در میان رویکرد خالص منطقی و رویکرد روانشناختی قرار گیرد و با به وجود آوردن مدلی جدید موجبات فهم معنی دارتر و یکپارچه تر ریاضیات را فراهم آورد.

هال – روانشناس آمریکایی– معتقد است که آگاهی و بصیرت نسبت به تاریخ هر علمی میتواند تبیین کننده مراحلی باشد که هر فرد برای یادگیری از آنها عبور کند. فلگ (1987)، با تعدیل این ادعا، از باید به احتمالاً نتیجه میگیرد که آشنایی با سیر تحول و توسعه ی هر دانشی موجب شفافیت مراحل میشود که یادگیرنده، احتمالاً در فرایند یادگیری خود از آنها عبور خواهد نمود و طبعاً پاسخ هایی را برای چراها و ابهام های ذهنی جستجوگر دانش پژوهان به ویژه آنانی که استعداد بیشتری دارند به همراه خواهد داشت .

فصل سوم: روانشناسی یادگیری ریاضی

روانشناسان یادگیری را تغییر نسبتا پایدار در رفتار بر اثر تجربه میدانند عده ی زیادی از روانشناسان معاصر نیز که به نقش مهم شناخت پی برده اند یادگیری را چیزی بیش از دخالت پیوند محیط–رفتار می دانند.

از آنجا که کار در ریاضی فعالیتی عقلانی است تا فیزیکی، بنابراین هم روانشناسان و متخصصان آموزش ریاضی و هم معلمان باید بکوشند تا آنچه را در ذهن و اندیشه فراگیران میگذرد بشناسند و مورد تجزیه و تحلیل قرار دهند.

به قول بارودی (1987**) فهم اینکه فراگیران چگونه ریاضی را یاد میگیرند ، میتواند به ما معلمان ریاضی به شیوه ای یاری دهد.**

در کنار رویکرد روانشناختی به آموزش و یادگیری ریاضی و اتخاذ سازوکارهای متناسب با این دیدگاه در شناخت و رفع مشکلات دانش آموزان، اسکمپ رویکرد دومی را تحت عنوان رویکرد منطقی در تبیین و تفسیر رفتار ریاضی افراد مطرح میکند. او معتقد است که ریاضیدانان و معلمان ریاضی و برنامه ریزان آموزشی غالباً با غفلت از رویکرد اول (رویکرد روانشناختی) عمدتاً با رویکرد منطقی یادگیری و آموزش ریاضی را مورد مطالعه قرار میدهند.

رویکردهای متفاوت روانشناختی به یادگیری ریاضی

در یادگیری ریاضی نظریه های روانشناختی فراوانی موجود است که دو رویکرد ارتباط زیادی با آن دارند:

رفتارگرایی

شناخت گرایی

رفتارگرایی

رفتارگرایان معتقدند دانش مجموعه ای از اطلاعات و مهارت هاست که به گونه ای انفعالی دریافت شده و توسط یادگیرنده در خلال شکل گیری تداعی های میان محرک و پاسخ انباشته میشود.

در این رویکرد یادگیری تکلیف های دشوار و پیچیده تر و تجزیه به قسمتهای ساده تر صورت می گیرد و آموزش ریاضی با توجه به یادگیری سلسله مراتب مفهومی ارائه می شود.

شناختگرایی

برخلاف رفتارگرایان، شناخت گرایان رفتار آشکار یادگیرنده را موضوع اصلی روانشناسی نمی دانند، بلکه به فرایند و پردازش های ذهنی او که رفتارها از آنجا ناشی می شود توجه خاصی دارند.

به طور کلی اهداف آموزش ریاضیات را به سه مقوله عمده میتوان دسته بندی کرد:

اهداف شناختی: مرتبط با معرفت شناختی و دانش نظری ریاضیات میباشند.
اهداف عاطفی: با هیجان، احساس، علاقه، نگرشها، ترجیحها و انگیزشها مرتبط میشوند.
اهداف مهارتی: یا مهارتهای ریاضی که از آموزش ریاضیات حاصل میشوند

پژوهشگران مهارتهای ریاضی را به انواع زیر تقسیم میکنند:
الف) ذهنی و پردازشی
ب) عملکردی و اجرایی
ج) مهارتهای فرایندی
د) مهارتهای موقعیتی

نظریه های آموزش ریاضیات

بر پایه دیدگاه های مختلف روانشناسان الگوهای یادگیری متفاوتی وجود دارند و همه برای این ایده مشترک اند که یادگیرنده در موقعیتهای مختلف آموزش، یادگیری و حل مسئله تحت

تاثیر عامل ها و فشار محدودیت هایی قرار دارند. در این میان میتوان به نظریه های زیر اشاره کرد:

مراحل رشد عقلانی پیاژه

نظریه اجتماعی ویگوتسکی

ناکافی بودن دانش پیشین، آزوبل برای یادگیری معنادار

ایده پاسکال لئونی از محدودیت فضای حافظه ی فعال فرد و الگوی پردازش اطلاعات

نظریه درک ابزاری و درک واسطه ای و طرحواره ای اسکمپ

تعریف آمادگی

آمادگی ریاضی شناخت واقع گرایانه از وضعیتی است که در آن برای فراگیر یادگیری معنادار و لذت بخش اتفاق میافتد. به عبارت دیگر منظور از آمادگی در ریاضی این است که فراگیر بتواند از ظرفیت های ذهنی و ساختارهای مفهومی خود و رشد عقلانی اش در بروز رفتار ریاضی مطلوب به ویژه در موقعیتهای جدید آموزشی و حل مسئله بهره جوید.

شیوه های آموزش مفاهیم و مهارتهای ریاضی چنانچه متناسب با آمادگیهای ذهنی و مفهومی دانش آموزان نباشد و زبان علمی سازگار با این وضعیتها انتخاب نشود، طبعاً موجب ایجاد بدفهمی و یادگیریهای حافظه ای و غیرمعنادار در آنها خواهد شد.

گام های فکری

بنابر تعریف برخی پژوهشگران (جانستون و همکاران، 1993**) پیچیدگی یک تکلیف یا گامهای فکری آن یعنی تعداد گام هایی که کم توان ترین فراگیر، بر اساس آموزش های قبلی خود برای حل موفقیت آمیز یک تکلیف طی میکند.**

طرحواره های مفهومی

به یک ساختمان ذهنی که در آن دانش و تجربه های مرتبط فرد سازمان می یابند طرحواره مفهومی گفته میشود.

طرحواره ها علاوه بر اینکه مشخصه ها و خواص جداگانه و تکتک مفاهیم موجود در خود را دارا میباشند، از سه مشخصه زیر نیز برخوردارند:

دانش موجود فراگیر را یکپارچه و هماهنگ میسازند.
به عنوان ابزاری برای تسهیل یادگیری های بعدی عمل میکنند.
موجب فهم معنادار و بهتر مطالب میگردند.

فصل چهارم: حالتهای عاطفی و هیجانی آموزش ریاضیات

در این فصل چگونگی اثربخشی حالتهای عاطفی و هیجانی را که از مولفه های پدیدآورنده شخصیت فرد است، بر رفتار ریاضی او مورد بررسی قرار می دهیم. هیجانات ممکن است مزاحم جریان طبیعی تفکر و رشد آدمی شوند. در این صورت باید اثربخشی آنها را بر عملکرد فرد دقیقاً کنترل کرد و کاهش داد، به طوریکه به عاملی سودمند در خدمت پویایی اندیشه و شخصیت آدمی در آیند. روانشناسان هیجانات مربوط به کارآمدی و کفایت افراد را به صورت زیر تقسیم بندی می کنند (اسکمپ، 1989) :

فشار روانی

اضطراب

ناکامی

ایمنی بی هراسی

اطمینان

از میان موارد فوق، ا ضطراب و فشار روانی جایگاه ویژه ای را در آموزش و یادگیری ریاضیات مدرسه و حتی دانشگاهی به خود اختصاص داده اند. در واقع، عالم ریاضیات نیز از این مشخصه عمده قرن یعنی اضطراب بی نصیب نمانده است، بلکه به دلیل ویژگی های خاص و طبیعی این شاخه از دانش و معرفت بشری، آسیب پذیری دانش آموزان را بیش از سایر شاخه های علوم محتمل میسازد.

اضطراب چیست؟

اضطراب واژه ای است که با معانی گوناگون در قسمتهای زیادی از روانشناسی به کار گرفته میشود. به طور کلی اضطراب بیانگر حالت هیجانی نامطلوبی است که نتیجه و محصول فشار کشمکشهای روانی افراد میباشد و مشخصه بارز آن ترس و بیم از وقوع حوادث آینده است. چنانچه این ترس و تشویش، مبهم و پراکنده بوده و وابسته به چیز معینی نباشد .

اضطراب ریاضی چیست؟

اضطراب ریاضی وضعیت روانی است که به هنگام رویارویی با محتوای ریاضی، موقعیت های یاددهی-یادگیری، حل مسئله و امتحان در افراد پدید می آید. این وضعیت معمولاً توام با نگرانی زیاد، اختلال و نابسامانی فکری، افکار تحمیلی و تنش روانی میباشد.

لئون (1992) اضطراب ریاضی را عاملی میداند که موجب اجتناب ریاضی میشود و معتقد است که میزان اضطراب ریاضی، ارتباطی معکوس با زمینه دانش ریاضی فرد و پیشرفت ریاضی او دارد. درحالیکه ارتباط مستقیمی با اجتناب ریاضی، پرهیز از انجام فعالیت های ریاضی خواهد داشت.

اضطراب ریاضی اغلب میتواند ریشه در تجربه های منفی کلاسی و آموزشی گذشته داشته باشد (نیوستد، 1998).

همکاری های موثر و متقابل سه عنصر معلم، فراگیر و خانواده در قالب یک نگرش نظام وار (سیستمیک) میتواند سازوکارهای لازم را برای حذف موقعیت های هراس آور و اضطراب زا در انجام فعالیت های ریاضی فراهم آورد. توجه به نکات زیر میتواند گوشه ای از راهکارهای مهم در این خصوص را نشان دهد.

شناخت پدیده های هیجانی و فشارهای روانی، به ویژه مقاله اضطراب، در عرصهی فعالیتهای ریاضی و تلاش برای مسلط شدن بر این حالت ها با کمک راهکارهای علمی.

توجه و برخورد علمی با تفاوتهای فردی فراگیران در ابعاد گوناگون، به ویژه از سوی معلمان و والدین

تلاش برای ایجاد اعتماد متقابل میان معلمان فراگیران.

تلاش برای ایجاد نگرش مثبت نسبت به ریاضیات

شناخت و دانش پیشین دانش آموز و رفع و ترمیم کمبودها و مشکلات علمی، به ویژه به هنگام وارد شدن در عناوین جدید ریاضی.

اصلاح شیوه های سنتی و متعارف سنجش رفتار ریاضی (امتحان)

اتخاذ شیوه آموزشی مناسب

فصل پنجم: امنیت روانی–شخصیتی شاگردان

عواملی که امنیت روانی شخصیتی شاگردان در کلاس و امکان یادگیری شادی بخش آن را در کار ریاضی فراهم می آورد به صورت زیر است:

امنیت در کلاس درس
نیاز شاگردان برای محترم بودن
یادگیری رضایتبخش

احساس لذتبخشی

مسرتی که از یادگیری ریاضیات مدرسه حاصل میشود، از فعالیت های کلاس درسی جدا ناپذیر است و معلمان خواستار نگرش مثبت شاگردانشان نسبت به ریاضیات هستند، هرچند که این نگرش مشتمل بر احساسات گوناگون است. پیشنهاد های زیر می تواند موجب لذت بخش تر شدن فرایندهای یادگیری ریاضی برای فراگیران شود:

انجام فعالیتهای جدید ریاضی
بازیهای ریاضی
بازنمایی
انجام کارهای عملی

یادگیری مشارکتی و گروه های کاری در کلاس ریاضی

در یک جمع بندی کوتاه و با عنایت به پژوهش های انجام شده در این عرصه می تواند مزایای کار و فعالیت های ریاضی در قالب گروههای کوچک دانشجویی و دانش آموزی به صورت زیر دسته بندی کرد:

تشویق و تحکیم عادت مفید مباحثه

کار در گروههای کوچک
شاگردان یاد میگیرند برای فرایند حل مسئله بیشتر از جواب آخر ارزش قائل شوند.
عدم اتکا به قدرت خارجی یعنی معلم
دانش ریاضی شاگردان توسعه پیدا میکند.

دانش آموزان در طول دوره دبیرستان خود دهها و بلکه صدها ساعت را در کلاسهای ریاضی می گذرانند که این فرصت خوبی است برای شناخت ظرفیت های آنان و کمک به پیشرفت ریاضیشان. در این مورد پیشنهاد های زیر ممکن است کارساز باشد:

نسبت به رشد و توسعه اطمینان ریاضی شاگردان با روش های مناسب عمل انجام شود.
برقراری ملاقاتهایی با والدینی که احیاناً نظر مساعدی نسبت به ریاضیات ندارند و یا از اهمیت آن غافلند
همیشه فرض را بر این قرار دهیم که یک دانش آموز ظرفیت بیشتری از آنچه در برخی از اوقات نشان می دهد، برای پیشرفت در ریاضیات دارد.
توجه به بنیه و فقر اقتصادی و فرهنگی–اجتماعی خانواده.

در یک جمع بندی کوتاه از آنچه در مورد تفاوت های فردی تاکنون گفته ایم، تاکید بر این پیام است که دانش آموزانی در کلاس ما وجود دارند که مانند ما نمی اندیشند و مانند ما یاد نمی گیرند، بلکه عامل های زیادی بر نحوه تفکر آنان موثرند که عبارتند از:

سبکهای یادگیری شاگردان
توان تفکر تصویری و شهودی
یادگیری معنادار و غیرمعنادار
بافت و زمینهای که ریاضیات در آن میشود.
مشکل خوانش پریشی
سرفصلها
ترتیب روانشناختی و منطقی مفاهیم

در ریاضیات عواملی وجود دارد که خواه ناخواه بر شیوهی یادگیری آن تاثیر میگذارند.
این عوامل عبارتند از:

قرادادها

مفاهیم

فرایندها

نتایج

تکنیکها

حل مسئله

فصل ششم: ناتوانیهای یادگیری در ریاضیات

در حوزه آسیب شناسی رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان، توجه به ناتوانیهای یادگیری شاگردان از اهمیتی اساسی برخوردار است. اصولاً در فرایند یاددهی– یادگیری ریاضیات، بسیاری از شاگردان دچار و پنداشت های غلط از مفاهیم، مهارتها و الگوریتم های ریاضی می شوند و آنان را به سمت یادگیری حافظه و غیر معنادار سوق می دهد. بروز پدیده بدفهمی در هر فعالیت آموزشی امری طبیعی و اجتناب ناپذیر است که نباید مورد بی توجهی و غفلت معلمان قرار گیرد.در اینجا به نمونه هایی از کشمکش های ذهنی شاگردان در ریاضیات مقدماتی اشاره می کنیم:

بسیاری از کودکان به آسانی نمیتوانند الگوریتم های ریاضی و دلایل انجام آنها را بیاموزند. برای مثال آنان در نخستین تجربه های خود از عمل تفریق، یاد میگیرند که همواره عدد کوچکتر را از عدد بزرگتر کم کنند، در حالی که این عمل دانش مفهومی همیشگی و پایداری نمی باشد.
عمل ضرب به عنوان فرایند بزرگتر شدن آموخته می شود، در حالی که ضرب در اعداد بین صفر و یک موجب کوچکتر شدن اشیا می گردد.
به طور معمول اعمال جمع، جمع تفریق و ضرب را از راست به چپ انجام می دهیم و تقسیم را از چپ به راست.

فهمیدن و بدفهمی در ریاضیات

فهمیدن ریاضیات و یادگیری معنادار آن همواره نگرانی جدی بسیاری از معلمان، برنامه ریزان درسی و مولفان کتاب های ریاضی بوده است. صاحبنظران این عرصه همواره کوشیده اند تا با چگونگی یادگیری مفاهیم ریاضی توسط فراگیران و مشکلات ناشی از بدفهمی های آن آشنا شوند. بارتلت (1932) فهمیدن را به عنوان یک تلاش ذهنی تعریف میکند که یک مطلب موجود نزد فرد را به مطلب دیگری مرتبط می سازد. اسکمپ نیز فهمیدن یک مطلب را جذب آن به یک طرحواره مناسب میداند.

اسکمپ سه نوع فهم ریاضی را مورد بحث قرار می دهد که عبارتند از:

فهم ابزاری یا فهم بدون دلیل
فهم منطقی
فهم واسطهای یا فهم با دلیل

عوامل بدفهمی

پنداشت های غلط و بدفهمی معمولاً زمانی اتفاق می افتد که شاگردان مجبورند از یک حوزه ریاضی به حوزه دیگر و یا از یک فعالیت و فعالیت دیگر بروند، چون در عمل قوانین و راه حل های گذشته در شرایط جدید عیناً قابل اقتباس و به کارگیری نیستند.
در یک جمع بندی کلی می توان مهمترین منابع عمده ایجاد بدفهمی شاگردان را در موارد زیر خلاصه نمود:

- **مشکلات شناختی و فراشناختی شاگردان**
- **طبیعت مجرد دانش ریاضی**
- **تصویرهای ذهنی نامناسب از تعریفها و مقولات ریاضی**
- **نقصان در عملکرد حافظه فعال شاگردان**
- **دانش و تجربه ناکافی قبلی فراگیران**
- **عدم تشکیل طرحواره های ذهنی مناسب**
- **دقتهای گزینشی در انتخاب مطالب درسی و یا بی دقتی**
- **توجه ناکافی به نکات عمده و کلیدی درس**
- **دریافت اطلاعات ناقص، مبهم و یا نادرست به هنگام تدریس**
- **انجام قیاسهای نامتناسب توسط شاگردان**
- **تغییر و تفسیر استنتاج های غلط**
- **تدریس های تک بعدی بدون توجه به تفاوتهای فردی توسط معلمان ریاضی**
- **اضطراب ریاضی و عدم احساس ایمنی در کلاس**

چگونه می توان شاگردان را برای رهایی از بدفهمی های ریاضی و کشمکش های ذهنی کمک نمود؟

شاگردان در عرصه کار ریاضی و انجام تکلیف های مورد نظر، لا با انواع متعدد و متنوع پیچیدگی تکلیف روبهرو هستند که باید ضمن شناسایی و تحلیل این پیچیدگیها بر آنها غلبه نمایند تا به راه حل های مورد نیاز دست یابند. این قلبه عمدتاً نیازمند برخورداری از دو قابلیت اساسی زیر است، که عبارتند از:

دانش مفهومی
دانش اجرایی (رویه ای)

دانش مفهومی ریاضی:

دانش مفهومی را به عنوان دانش ارتباط میان مفاهیم و روابط ریاضی می دانند که به صورت درونی ساخته میشود و به عنوان سامانه و شبکه ای از ایده ها در ذهن وجود دارد.

دانش اجرایی:

دانش مهارت ها، قاعده ها و الگوریتم هایی است که شاگرد در انجام تکلیف های ریاضی آنها را مورد استفاده قرار می دهد. دانش اجرایی ممکن است بدون ارتباط با دانش مفهومی به کار گرفته شود، به عنوان مثال شاگرد بتواند بدون داشتن درک درست از مفهوم حد یا مشتق یک تابع، مقدار حد و مشتق را به دست آورد.
نکته مهم! اختلال در شکلگیری و چگونگی عملکرد و ارتباط دوسویه ی دانش مفهومی و اجرایی میتواند به عنوان یکی از منابع عمده ی بدفهمی شاگردان به شمار آید.

چند راهبرد برای کاهش بدفهمی ریاضی

- **توجه به تفاوتهای فردی و سبکهای یادگیری شاگردان**
- **فعالسازی دانش قبلی شاگردان**
- **تقویت شیوه های پرسشگری و خودپرسشی در کلاس**

- **تاکید بر تفاوتها و شباهتها با کمک مثال**
- **تشکیل گروههای کاری و مباحث های در کلاس**
- **تقویت استراتژیهای فراشناختی**
- **کاهش فشارهای روانی و اضطراب ریاضی**
- **استفاده منظم از سنجشهای تکوینی و تشخیصی به عنوان بخش جدایی ناپذیر از یاددهی–یادگیری ریاضی**

فصل هفتم : سنجش و ارزشیابی رفتار و پیشرفت ریاضی

طبیعی است که به عنوان یک معلم ریاضی و در هر سطحی نگران پیشرفت تحصیلی شاگردان خود در درس ریاضی باشیم و بر عملکرد مطلوبتر آنان تاکید نماییم. اینکه چگونه باید رفتار و پیشرفت ریاضی فراگیران را سنجید، مقولهای در خور تامل و دقت است. در عرصه یاددهی– یادگیری ریاضیات، مشکلات ناشی از طبیعت دانش ریاضی و کشمکشهای ذهنی شاگردان، کم فهمی ها و بد فهمی ها مقولاتی قابل انتظار هستند.

تعریف سنجش و ارزشیابی

فرایند جمع آوری مدارک و شواهد درباره ی موارد زیر را سنجش یا ارزیابی رفتار و پیشرفت ریاضی شاگردان می گویند.

دانش و تجربه ریاضی آنان
تمایل به فراگیری ریاضیات و میزان اطمینان ریاضی فراگیران
قابلیت به کارگیری دانستهها و مهارتهای ریاضی در موقعیتهای گوناگون یاددهی–یادگیری و حل مسئله
توانایی استدلال و استنباط
قابلیت و میزان دقت ریاضی
توانایی انجام گفتمان ریاضی و بحث و تبادل نظر با دیگران

تعریف ارزشیابی

ارزشیابی در واقع قضاوتی است که بر اساس داده های کمی و کیفی سنجش توسط معلم ریاضی نسبت به عملکرد وضعیت کلی و نهایی شاگرد صورت میگیرد.

دقت کنید که ارزیابی و ارزشیابی دو مقوله و فرایند متفاوت و در عین حال وابسته ای هستند که یکی بر جمع آوری داده ها و اطلاعات نسبت به عملکرد شاگردان دلالت دارد و دیگری قضاوت و تصمیمی است که برا پایه این اطلاعات صورت میگیرد.

اهداف ارزیابی را به صورت زیر دسته بندی میکنیم:

فهم ابزاری
فهم واسطه ای
فهم مهارت و اجرایی
فهم انتقالی
فهم صوری و منطقی
فهم روانشناختی
فهم تعمیم مفاهیم و روابط
فهم به کارگیری مفاهیم و مهارتها در موقعیتهای واقعی و فیزیکی

در یک رویکرد کلی میتوان سنجش پیشرفت ریاضی فراگیران را به سه دسته کلی زیر تقسیم نمود:

سنجش تکوینی
سنجش تشخیصی
سنجش تراکمی

سنجش تکوینی

سنجش تکوینی، مبحثی است که به هنگام تدریس یک مبحث جدید ریاضی و به منظور کمک به یادگیری معنیدار مطالب درسی و پیشرفت مطلوب شاگردان صورت میگیرد. به طورکلی میتوان گفت هدف سنجش تکوینی، توسعه و تقویت یادگیری و نظارت بر کیفیت آن است.

سنجش تشخیصی

سنجش تشخیصی پس از پایان تدریس یک مبحث ریاضی و در شرایط مرور مباحث و دانسته های قبلی شاگردان صورت میگیرد.

برای انجام سنجش های تکوینی و تشخیصی، اجرای شیوه های زیر قابل توصیه هستند:

طرح پرسش کران باز
ارائه پرسش استراتژی باز
به کارگیری روش طوفان ذهنی در کلاس و مباحث درس
طرح پرسش متوالی و گشاینده با تاکید بر تفاوت ها و شباهت ها

سنجش تراکمی

سنجش تراکمی همان آزمونهای معمولی و سنتی ریاضی است که یک یا چند بار در طول ترم اول سال تحصیلی معمولا با اعلام قبلی و بصورت حجمی در یک جلسه زمان بسته، برای ارزیابی دانستههای ریاضی شاگردان اجرا میگردد.

شاگردان همواره نگران این اتفاق هستند که سرنوشت درس ایشان بدون یک ارزیابی و نظارت پیوسته رقم می خورد، درحالیکه انجام سنجش های تکوینی و تشخیصی در یک فرآیند طولانی از جنبه های مختلف میتواند توان ریاضی آنان را اندازه گیری کند و اطمینان ریاضی شان را افزایش دهد.

خودسنجی توسط شاگردان

خودسنجی شیوه ای از سنجش است که در آن شاگردان با روشهای مختلف و با هدایت معلم به ارزیابی دانسته های خود از محتوای یک درس ریاضی میپردازد. سنجش تکوینی با افزایش انگیزه شاگردان آنان را به خود سنجی ترغیب مینماید.

برخی از روشهای خودسنجی عبارتند از:

یادداشت کوتاه توسط شاگردان: در پایان درس فرصتی داده شود و از شاگردان خواسته شود که بنویسند در این کلاس چه نکته های مهمی آموختند و چه سوالات و ابهاماتی برای آنان بی پاسخ مانده است. با تکرار این یادداشتهای کوتاه، معلم ریاضی میتواند برداشت خوبی از چگونگی درک شاگردان از درس داشته باشد و هدف های خود را در تدریس با برداشتن آن مقایسه کند

پیچیده ترین نکته از منظر شاگرد: از شاگردان خواسته شود پیچیده ترین نکته، تعریف، مفهوم و قضیه درس را مشخص نمایند. به این ترتیب معلم میتواند به چگونگی برداشت و تصویر ذهنی شاگردان از مفاهیم و ترتیب روانشناختی فراگیری مطالب پی ببرد.

نقاط قوت و ضعف: از شاگردان خواسته شود که نقاط قوت و ضعف درس را فهرست کنند و برای هر یک دلیل یا دلایلی را ارائه دهند.

بازگویی مطالب درسی: از شاگردان خواسته شود که نقاط قوت و ضعف درس را فهرست کنند و برای هر یک دلیل یا دلایلی را ارائه دهند

فصل هشتم: آمادگی حل مسئله

متن ها در آموزش ریاضی بلکه در سایر علوم نیز هدف نهایی از آموزش این است که فراگیران یاری شوند تا مسائل قابل طرح در عرصه دانش مورد نظر را بهتر حل کنند. گانیه (1985) حل مسئله را به مثابه عالی ترین شکل یادگیری می داند و آن را اینگونه تعریف می کند :

فرایندی است که به کمک آن یادگیرنده ترکیبی از قاعده های آموخته شده قبلی خود را کشف می نماید و می تواند آنها را به گونه ای به کار گیرد که او را به قتل یک مسئله جدید نایل سازد .

کاک کرافت (1982) حل مسئله را توانایی به کار بردن ریاضیات در موقعیت های مختلف می داند و معتقد است که دانش آموز نمی تواند حل یک مسئله ریاضی آغاز کند، مگر اینکه مسئله به عبارت های مناسبی تبدیل شود. این نخستین و اصلی ترین گام، مشکلات فراوانی را برای بسیاری از دانش آموزان به بار میآورد درحالیکه ما به عنوان معلمان ریاضی کمتر به آن توجه داریم.

از سوی دیگر، بکهاوس و همکارانش (1992)، حل مسئله را به مثابهی یک فعالیت میدانند نه توانایی، و طبیعت اصلی یک مسئله را وضعیتی می دانند که در آن دانشآموز نمیداند که چگونه باید به هدف اصلی خود برسد. برخی از ویژگی های رویکرد حل مسئله با آموزش ریاضیات را به صورت زیر دسته بندی میکنیم:

شاگردان با هم و شاگردان با معلمان
گفتمان ریاضی و اجماع میان فراگیران
معلمان برای تدارک اطلاعات کافی به منظور طرح و ارائه مسائل ریاضی بکوشند و فراگیران به تفسیر و تلاش برای ارائه راه حل های متنوع بپردازند
معلمان راه حل های درست یا نادرست را با روش های غیر ارزشی و غیر متکی به نمره بررسی کنند

معلمان به هدایت، نظارت، کنترل و طرح پرسش های روشنگرانه بپردازند و در فرایندهای حل مسئله مشارکت جویند

یکی از ویژگی های عمده رویکرد حل مسئله با آموزش ریاضیات، تشویق فراگیران به تعمیم مفاهیم و قواعد و فرایند هایی است که در مرکز فعالیت های ریاضی قرار دارد

حل مسئله چیست؟

روانشناسان حل مسئله را پردازش شناختی برای تبدیل موقعیت مفروض به موقعیت مطلوب می دانند، در حالی که شخص حل کننده، برای حل آن روش واضح و آماده ای ندارد. این تعریف شامل چند مقوله اساسی است که عبارتند از:

حل مسئله امری شناختی است، یعنی در درون ذهن یا دستگاه شناختی حلکننده روی میدهد.
حل مسئله یک فرایند است، یعنی متضمن دستکاری معلومات در دستگاه شناختی یا ذهن حل کننده است.
حل مسئله نوعی تفکر جهتدار است در مقابل تفکر بی جهت و فاقد هدف
حل مسئله یک امر فردی است، یعنی دشواری تبدیل یک حالت مفروض یک مسئله با حالت مطلوب و روشن به دانش و تجربه فرد حل کننده بستگی دارد.
هایز (1978) **معتقد است وقتی میخواهید کاری انجام دهید و چگونگی انجام آن را نمی دانید با یک مسئله روبرو هستید.**

فرایند حل مسئله را میتوان به مراحل چهارگانه زیر تقسیم کرد:

بازنمایی
طرح ریزی
اجرا
بازبینی

مراحل چهارگانه پولیا:

فهم مسئله
طرح نقشه برای حل مسئله
پیاده کردن نقشه در موقعیت حل مسئله
برگشت به عقب و بررسی نهایی

ویژگی یک مسئله خوب تعریف شده ریاضی

داده ها (مفروضات) و خواسته های مسئله شفاف و روان باشد و با واژه ها و نمادهای قابل فهم برای فراگیران طراحی گردد
مسئله متناسب با مواد تدریس شده و آمادگیهای ریاضی و ظرفیتهای ذهنی فراگیران و مرتبط با تجربه آنان باشد
مسئله بر مفاهیم و مهارت های ریاضی به طور متعادل تاکید کند و تنها بر فرمول ها و قاعده های ریاضی متکی نباشد، بلکه به نوعی با تفکر نقادانه آمیخته باشد و توانایی و ابتکار شاگردان را در فعالیت های حل مسئله افزایش دهد
مسئله تکراری و خسته کننده نباشد با تاکید بر جنبههای مختلف مهارتی و مفهومی درس ریاضی مورد نظر طراحی و تنوع و تکثرگرایی در آنها لحاظ شود
مسئله به گونه مستقیم و غیر مستقیم درس مورد نظر را مرور کند و بر ناگفته ها و نکته های سخت و دور از دسترس فراگیران تاکید ورزد
مسئله به گونه ای غیر مستقیم آمادگی های ذهنی، مفهومی و مهارتی را برای تدریس مواد بعدی در فراگیر ایجاد کند
فراگیر از درگیر شدن با مسئله مورد نظر و چالش با آن احساس رضایت و لذت کند و با انگیزش و رغبت راه حل لازم را دنبال نماید
مسئله مورد نظر به گونه ای طراحی شود که استفاده از راه حل های متعدد و متنوع را ممکن سازد و شاگردان نیست تشویق شوند که آن را با استفاده از راهبرد های مختلف حل کنند

مسئله مورد نظر نباید همیشه یک پاسخ معین و مشخص داشته باشد بلکه بر مسائل پاسخ باز نیز تاکید داشته باشد که موجب تقویت نوآوری و قوه ابتکار فراگیران می شود و آنان را به طعم و جستجوی بیشتری در عرصه آموزش های ریاضی وادار سازد.